

matematička gimnazija
„Veljko Vlahović”

OSNOVI FIZIKE

MOLEKULSKO-KINETIČKA TEORIJA GASA ;
MOLEKULSKE SILE i AGREGATNA STANJA
SUPSTANCE ; ELEKTRODINAMIKA

- PREVOD -

BEOGRAD, 1976.

matematička gimnazija
„Veljko Vlahović”

OSNOVI FIZIKE

MOLEKULSKO-KINETIČKA TEORIJA GASA ;
MOLEKULSKE SILE ; AGREGATNA STANJA
SUPSTANCE ; ELEKTRODINAMIKA

- PREVOD -

BEOGRAD, 1976.

NASLOV ORIGINALA:

Б. М. ЯВОРСКИЙ, А. А. ПИНСКИЙ

ОСНОВЫ ФИЗИКИ

Москва, 1974.

Preveli: Mr Bojana Nikić (od 25. do 36. glave) i
Mr Gavriilo Vuković (od 37. do 48. glave),
profesori fizike u Matematičkoj gimnaziji
"Veljko Vlahović" u Beogradu.

Odlukom Nastavničkog veća od 8. oktobra 1975. godine ovaknjiga
će se koristiti kao udžbenik fizike u drugom razredu Matematičke
gimnazije i isključivo je namenjena za internu upotrebu.

Štampano u 450 primeraka za potrebe Matematičke gimnazije.

Svako preštampavanje je zabranjeno!

MATEMATIČKA GIMNAZIJA

"VELJKO VLAHOVIĆ"

OSNOVI FIZIKE

- II DEO -

BEOGRAD, 1976.

S A D R Ź A J

TREĆI DEO

MOLEKULSKO-KINETIČKA TEORIJA GASA

Glava 25. KRETANJE MOLEKULA	
§ 25.1. Kako je izmerena brzina kretanja molekula /1/.	1
§ 25.2. Raspodela molekula po brzinama /3/.	
§ 25.3. Dužina slobodnog puta molekula /5/.	
§ 25.4. Difuzija /8/.	
§ 25.5. Zakon difuzije /9/.	
§ 25.6. Razdvajanje gasnih smeša /11/.	
 Glava 26. IDEALNI GAS	14
§ 26.1. Pritisak gasa /14/.	
§ 26.2. Jedinice pritiska /16/.	
§ 26.3. Idealni gas /18/.	
§ 26.4. Temperatura /21/.	
§ 26.5. Apsolutna temperatura i jednačina stanja idealnog gasa /22/.	
§ 26.6. Gasni termometar /24/.	
§ 26.7. Stepen i kelvin. Praktična i apsolutna skala temperature /25/.	
§ 26.8. Apsolutna nula /27/.	
§ 26.9. Avogardov broj i Bolcmanova konstanta /29/.	
§ 26.10. Raspodela molekula u polju sila /33/.	
§ 26.11. Barometarska raspodela /34/.	
 Glava 27. IDEALNI GAS I PRVI PRINCIP TERMODINAMIKE	38
§ 27.1. Unutrašnja energija jednoatomskog idealnog gasa /38/.	
§ 27.2. Rad pri širenju idealnog gasa /39/.	
§ 27.3. Prvi princip termodinamike i specifična toplota gasa /41/.	
§ 27.4. Izohorski proces /42/.	
§ 27.5. Izobarski proces /44/.	
§ 27.6. Izotermni proces /46/.	
§ 27.7. Adijabatski proces /47/.	
§ 27.8. Specifična toplota dvoatomskih gasova /50/.	
§ 27.9. Pojam o kvantnoj teoriji specifičnih toplota gasova /54/.	

Glava 28. DRUGI PRINCIP TERMODINAMIKE

59

§ 28.1. Kvizistički procesi /59/. § 28.2. Povratni procesi /60/. § 28.3. Nepovratnost realnih toplotnih procesa /62/. § 28.4. Nepovratnost i statistika /63/. § 28.5. Difuzija i termodinamička verovatnoća /67/. § 28.6. Termodinamička verovatnoća i drugi toplotni procesi /68/. § 28.7. Termodinamička verovatnoća i entropija /70/. § 28.8. Entropija i izmena toplote /72/. § 28.9. Drugi princip termodinamike /74/. § 28.10. Statistički smisao drugog principa termodinamičke fluktuacije /76/. § 28.11. Braunovsko kretanje i fluktuacije /77/. § 28.12. Braunovsko kretanje i Bolcmanova konstanta /79/.

Glava 29. TOPILOTNE MAŠINE

84

§ 29.1. Toplotne mašine i razvoj tehnike /84/. § 29.2. Toplotni motor /85/. § 29.3. Šematski prikaz uređaja i energetski bilans toplotnog motora /86/. § 29.4. Toplotni motor i drugi princip termodinamike /87/. § 29.5. Karnoov ciklus /89/. § 29.6. Kkd. realnog motora /90/. § 29.7. Obrnut Karnoov ciklus /92/. § 29.8. Uređaj za hladjenje i toplotna pumpa /94/.

Glava 30. OSNOVI AERODINAMIKE

97

§ 30.1. Termodinamički parametri gasa pri kretanju /97/. § 30.2. Impulsna jednačina strujanja gasa /99/. § 30.4. Bernulijeva jednačina /99/. § 30.5. Brzina rasprostiranja elastičnih deformacija /101/. § 30.6. Odredjivanje stišljivosti gasa. Mahov broj /105/. § 30.7. Mahov konus /107/. § 30.8. Glavni udarni talas /108/. § 30.9. Pojave na ravnom skoku zgušnjavanja /109/. § 30.10. Talasni otpor /112/. § 30.11. Spolo /113/. § 30.12. Analogija između mlaznika i toplotne mašine /116/. § 30.13. Lavalov mlaznik /117/. § 30.15. Krilo aviona /119/. § 30.16. Merenja pritiska i brzine u struji tečnosti /121/. § 30.17. Strujanje viskozne tečnosti. Otpor cevovoda /123/.

ČETVRTI DEO
MOLEKULSKE SILE I AGREGATNA STANJA SUPSTANCE

Glava 31. MOLEKULSKE SILE	125
§ 31.1. Gustina i stišljivost supstance /125/. § 31.2. Molekulske sile /126/. § 31.3. Električna priroda molekulskih sila /128/. § 31.4. Grafik molekulskih sila /131/. § 31.5. Potencijalna kriva molekulske interakcije /133/. § 31.6. Toplotno širenje čvrstih i tečnih tela /134/.	
Glava 32. DALJI POREDAK	138
§ 32.1. Monokristal /138/. § 32.2. Polikristal /140/. § 32.3. Kristalna rešetka. Dalji poredak /141/. § 32.4. Defekti pakovanja i blokovi kristala /143/. § 32.5. Kretanje defekata i difuzija /145/. § 32.6. Kretanje dislokacija i deformacija kristala /146/.	
Glava 33. GUSTO PAKOVANJE ČESTICA	148
§ 33.1. Tipovi kristalnih veza /148/. § 33.2. Najgušće pakovanje jednakih kuglica /151/. § 33.3. Najgušće pakovanje kuglice sa različitim radijusima /153/. § 33.4. Rešetke, koje se ne mogu predstaviti pakovanjem kuglica /153/. § 33.5. Struktura leda /156/. § 33.6. Polimeri /157/.	
Glava 34. BLIŽI POREDAK	160
§ 34.1. Osobine tečnog stanja /160/. § 34.2. Struktura tečnosti i njena svojstva /161/. § 34.3. Srednje vreme života sedentarnosti /163/. § 34.4. Difuzija u tečnostima /165/. § 34.5. Viskoznost u tečnostima /166/. § 34.6. Amorfnost tela /169/. § 34.7. Energija površinskog sloja tečnosti i površinski napon /170/. § 34.8. Pritisak ispod zakrivljene površine tečnosti /172/. § 34.9. Kapilarne pojave /174/. § 34.10. Adsorpcija. Rebinderov efekat /175/.	

Gla.	179
§ 35.1. Isparavanje /179/. § 35.2. Zasićena para /181/. § 35.3. Pritisak zasićene pare /182/. § 35.4. Izoterma pare /185/. § 35.5. Kritično stanje supstance /187/. § 35.6. Vlažnost vazduha /189/.	

Glava 36. FAZNI PRELAZI	193
§ 36.1. Promena agregatnog stanja /193/. § 36.2. Dijag- ram prelaza tečnost-gas /193/. § 36.3. Dijagram prelaza kristal-gas /194/. § 36.4. Dijagram prelaza kristal-teč- nost /195/. § 36.5. Dijagram prelaza kristal-kristal /197/. § 36.6. Trajna tačka /198/. § 36.7. Promena unut- rašnje energije pri faznim prelazima prve vrste /199/. § 36.8. Metastabilna stanja /202/. § 36.9. Kondenzacija. Presićena para /204/. § 36.10. Ključanje. Pregrejana teč- nost /206/. § 36.11. Kondenzovanje gasova /208/.	

D E O V

ELEKTRODINAMIKA

Glava 37. POLJE NEPOKRETNIH NAELEKTRISANJA U VAKUMU	210
§ 37.1. Linije sile /210/. § 37.2. Ekvipotencijske po- vršine /211/. § 37.3. Veze između jačine polja i pote- cijale /213/. § 37.4. Dipol u električnom polju /214/. § 37.5. Pločasti kondenzator /217/. § 37.6. Kapacitet /218/. § 37.7. Energije polja. Gustina energije /219/. § 37.8. Sila međusobnog dejstva između ploče konden- zatora /219/. § 37.9. Provođnik u električnom polju /221/. § 37.10. Odredjivanje naelektrisanja elektrona /223/.	

Glava 38. DIELEKTRICI	227
§ 38.1. Električno polje u prisustvu dielektrika /227/ § 38.2. Vektor polarizacije /228/. § 38.3. Električna osetljivost /SUPSCEPTIBILNOST/ /229/. § 38.4. Energije polja u dielektriku /230/. § 38.5. Deformisane polariza- cije /232/. § 38.6. Orijentisana polarizacija /234/.	

Glava 39. JEDNOSMERNNA STRUJA 238

§39.1. Spoljašnje polje. Napon i EMS /238/. § 39.2. Jačina struje i gustina struje /241/. § 39.3. Omov zakon za homogeni deo kola /243/. §39.4. Otpornost-otpor/244/. § 39.5. Omov zakon u diferencijalnom obliku /245/. § 39.6. Omov zakon za nehomogeni deo kola i za zatvoreno kolo /246/. § 39.7. Džul-lencov zakon /247/. § 39.8. Punjenje i pražnjenje kondenzatora /248/.

Glava 40. MAGNETSKO POLJE U VAKUUMU 251

§ 40.1. Međusobno dejstvo struje. Magnetske sile /251/. § 40.2. Zakon transformacije za poprečni impuls i poprečnu silu /252/. § 40.3. Sile međusobnog dejstva naelektrisanja u kretanju /254/. § 40.4. Vektor indukcije magnetskog polja. Linije sile /257/. § 40.5. Magnetsko polje provodnika sa strujom /258/. § 40.6. Magnetski moment /261/. § 40.7. Jačina magnetskog polja/264/. § 40.8. Magnetsko polje solenoida /265/. § 40.9. Invarijantnost naelektrisanja /266/.

Glava 41. NAELEKTRISANJA I STRUJE U MAGNETSKOM POLJU 268

§ 41.1. Lorencove sile /268/. § 41.2. Kretanje naelektrisanih čestica u homogenom magnetskom polju /269/. Određjivanje znaka naelektrisanja elementarnih čestice /271/. § 41.4. Ciklotron /272/. § 41.5. Energija čestice i uslovi sinhronizacije /275/. § 41.6. Sinhrotron /277/. § 41.7. Specifično naelektrisanje elektrona /281/. § 41.8. Specifično naelektrisanje jone/283/. § 41.9. Provodnik kroz koji protiče struja u magnetskom polju /285/. §41.10. Strujni okvir /ram/ u magnetskom polju /286/.

Glava 42. MAGNETSKA TELA /MAGNETICI/ 288

§ 42.1. Tri vrste magnetskih tela /288/. § 42.2. Magnetski moment atoma /289/. § 42.3. Veličine koje karak-

terišu magnetsko polje u supstanci /291/. § 42.4. Dija-
magnetizam /293/. § 42.5. Paramagnetizam /296/. § 42.6.
Feromagnetizam. Kirijeve tačke /Curie-tačka//298/.
§ 42.7. Histerezis /300/. § 42.8. Domenske strukture
feromagnetskih materijala /303/. § 42.9. Ajnštajnov i
de-Gazov eksperiment /306/. § 42.10. Štern-Gerlahov
eksperiment /308/. § 42.11. Spin elektrona /309/. § 42.12.
Antiferomagnetizam /311/.

Glava 43. ELEKTROMAGNETSKA INDUKCIJA 315

§ 43.1. Faradejvo otkriće /315/. § 43.2. Pojava elek-
tromagnetske indukcije i Lorencove sile /316/. § 43.3.
Elektromotorna /elektrodinamička/ sila indukcije /318/.
§ 43.4. Pojava indukcije u nepokretnom provodniku /319/.
§ 43.5. Jačine induktivnog polja /320/. § 43.6. Elektro-
magnetsko polje i princip relativnosti /321/. § 43.7. Fa-
radejev zakon indukcije /322/. § 43.8. Lencovo pravilo
/324/. § 43.9. Elektromagnetske indukcije i zakon održanja
energije /325/. § 43.10. Samoindukcije /326/. § 43.11.
Energije elektromagnetskog polja /328/. § 43.12. Uklju-
čivanje kola sa induktivnošću /330/.

Glava 44. ELEKTROPROVODLJIVOST ČVRSTIH TELA 332

§ 44.1. Eksperimentalne osnove elektronske teorije pro-
vodljivosti metala /332/. § 44.2. Holov efekat /334/.
§ 44.3. Elektronski gas /338/. § 44.4. Izvodjenje Omo-
vog zakona na osnovu elektronske teorije /340/. § 44.5.
Elektroprovodljivost metala i poluprovodnika /342/.
§ 44.6. Izvodjenje Džul-Lencova zakona /344/. § 44.7. Kon-
taktna razlika potencijala /347/. § 44.8. Termoelektri-
citet /349/. § 44.9. Izlazni rad /351/.

Glava 45. SPECIFIČNA TOPLOTA I TOPLOTNA PROVODLJIVOST ČVR- STIL TELA 355

§ 45.1. Specifične toplote /355/. § 45.2. Toplote /spe-

cifična/ metala /358/. § 45.3. Toplotna provodljivost izolatora /358/. § 45.4. Toplotna provodljivost metala /362/.

Glava 46. ELEKTROPROVODLJIVOST ELEKTROLITA 366

§ 46.1. Elektrolitička disocijacija /366/. § 46.2. Omov zakon i elektroprovodljivost elektrolita /367/. § 46.3. Faradijevi zakoni /369/. § 46.4. Galvanski element /370/. § 46.5. Akumulatori /372/.

Glava 47. STRUJA U VAKUUMU 373

§ 47.1. Termoelektronske emisije /373/. § 47.2. Dioda i njene karakteristike /375/. § 47.3. Trioda njena karakteristika /378/. § 47.4. Elektronska cev - katodna cev /379/.

Glava 48. STRUJA U GASOVIMA 381

§ 48.1. Jonizacije i rekombinacije /381/. § 48.2. Nesamostalno pražnjenje /382/. § 48.3. Udarne jonizacije /386/. § 48.4. Gajger-Milerov brojač /388/. § 48.5. Samostalno pražnjenje. Plazme /389/. § 48.6. Tinjajuće /tiho/ pražnjenje /391/. § 48.7. Plazme u magnetskom polju /394/. § 48.8. Stezanje /zgušnjavanje/ i zadržavanje plazme /397/. § 48.9. MGD-generator /400/.

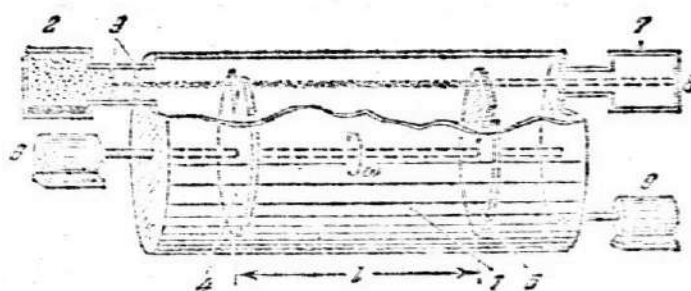
TREĆI DEO
MOLEKULSKO-KINETIČKA TEORIJA GASA

GLAVA 25
KRETANJE MOLEKULA

§ 25.1. Kako je izmerena brzina kretanja molekula

1. Iz kursa fizike osmogodišnje škole čitaocu je poznato da se sva tela sastoje od molekula ili atoma, koji se nalaze u neprekidnom haotičnom kretanju. Kako je određena brzina kretanja molekula?

Prvi takav eksperiment je izveo 1920. godine Štern. Njegovu metodu "molekulskog snopa" su kasnije koristili mnogi naučnici, koristeći savremenije uređaje. Razmotrićemo ideju eksperimenta, koju je ostvario Lamert, 1929. god.

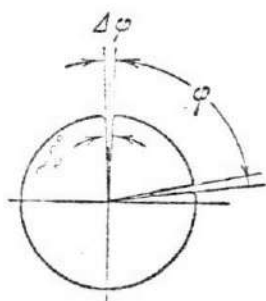


Sl.25.1.

2. Uređaj (sl.25.1) se sastoji od suda debelih zidova (1), koji je povezan sa sudom (2) u kome isparava živa ili neki drugi tečni metal ("molekulska peć"). Živina para prolazi kroz sistem dijafragmi (3), usled čega se formira dovoljno uzan snop molekula. Dva diska (4 i 5) sa uskim prorezom (sl.25.2), koji su međusobno pomereni za neki ugao φ , rotiraju pod dejstvom motora (6). Snop elektrona, koji prodje kroz oba proreza, dospeva u šupljinu (7), koja se hladi tečnim azotom. Molekuli se talože na staklenoj meti (8) obrazujući vidljivi talog.

U uređaju se pomoću pumpe (9) održava visoki vakuum da bi se izbegli sudari molekula žive sa molekulima vazduha.

3. Jasno je da snop molekula neće dospeti do mete ako diskovi ne rotiraju. Međutim, ako osovina sa diskovima rotira, tada će kroz prorez na drugom disku moći da prodju samo molekuli koji imaju određenu brzinu. To će se desiti u slučaju da se za vreme kretanja molekula između dva diska sistem obrne za ugao φ .



Ako osovina rotira sa ugaonom brzinom $\omega = 2\pi n$ (gde je n - frekvencija rotacije), tada je $\varphi = \omega t = 2\pi n t$. Kako je $t = \frac{l}{v}$, gde je v - brzina molekula, sledi da je $\varphi = 2\pi n \frac{l}{v}$, ili

$$v = \frac{2\pi n l}{\varphi} \quad (25.1)$$

Sl.25.2

Ako je poznat ugao između proreza, rastojanje između ova dva diska i frekvencija rotacije, može se izračunati brzina molekula.

Naprimer, ako je $l = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m} = 24^\circ = \frac{24\pi}{180} \text{ rad}$ i $n = 3000 \frac{\text{ob}}{\text{min}} = 50 \frac{\text{ob}}{\text{s}}$, tada je brzina molekula

$$v = \frac{2\pi \cdot 50 \cdot 0,4 \cdot 180}{24\pi} = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4. Napomenimo da se, usled konačne širine proreza, brzina ne meri tačno, nego sa nekom greškom. Neka molekul proleće kroz levi kraj proreza prvog diska. Kroz drugi prorez on može proći, kako kroz levi tako i kroz desni kraj proreza. U prvom slučaju se sistem obrne za ugao φ , a u drugom za $\varphi_1 = \varphi + \Delta\varphi$. To znači da na mestu stignu i molekuli koji se kreću brzinom v (oni prodju kroz levi kraj) i molekuli koji se kreću manjom brzinom $v_1 = \frac{2\pi n l}{\varphi_1}$ (oni prodju kroz desni kraj proreza). Greška pri merenju brzine je:

$$\Delta v = v - v_1 = \frac{2\pi n l}{\varphi} - \frac{2\pi n l}{\varphi + \Delta\varphi} = \frac{2\pi n l \Delta\varphi}{\varphi(\varphi + \Delta\varphi)} = v \frac{\Delta\varphi}{\varphi + \Delta\varphi} \quad (25.2)$$

u konkretnom primeru, proračunatom gore, pri $\Delta\varphi = 2^\circ$ je

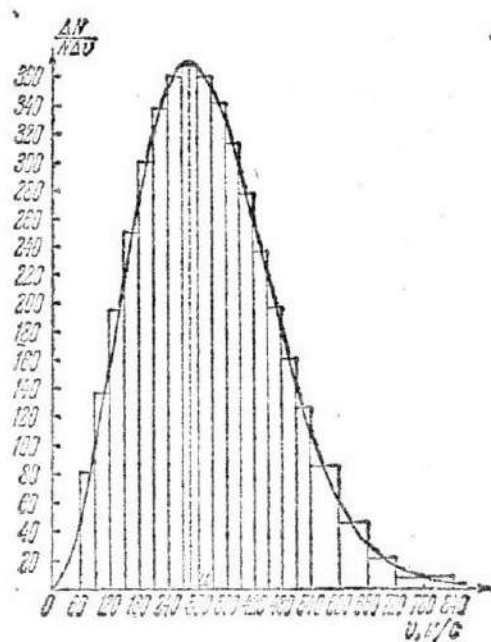
$$\Delta v = 300 \cdot \frac{2}{26} = 23 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Dakle, u ovom eksperimentu mi samo možemo konstatovati da je brzina molekula u intervalu od $300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ do $277 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Ta greška može i da se smanji, ako se naprave uži prerezi. Međutim, nemoguće je sasvim odstraniti grešku pri određivanju brzine molekula, jer se ne može napraviti beskonačno uski prerez.

§ 25.2. Raspodela molekula po brzinama

1. Kada bi se svi molekuli kretali istim brzinama tada bi, za dati ugao između prereza i dato rastojanje između diskovima, svi molekuli dospeli u šupljinu samo za određenu brzinu rotacije sistema. U tom slučaju, pri odgovarajućoj brzini rotacije, bi se meta brzo prekrila usled naleta molekula, dok nijedan molekul ne bi pao na metu pri drugim brzinama rotacije. Međutim, rezultati eksperimenta su sasvim drukčiji. Pre svega, molekuli su prodirali do



Sl.25.3

šupljine pri raznim brzinama rotacije diskova. A to potvrđuje da u snopu ima molekula sa različitim brzinama. Ustvari, iz (25.1) sledi da do šupljine stižu molekuli većom brzinom pri većoj brzini rotacije diskova, dok sporiji molekuli stižu u šupljinu pri manjim brzinama rotacije. Dalje je pokazano da je za dobijanje iste debljine taloga pri raznim brzinama rotacije potrebno različito vreme. To potvrđuje da je u "molekulskom snopu" broj brzih i sporih molekula različit.

2. U opisanom eksperimentu je najteže bilo odrediti broj molekula koji se kreću jednom ili drugom brzinom. Rešenje ove teškoće je bilo vrlo oštroumno. Ogled je pokazao da talog postane vidljiv pri tačno određenom broju kondenzovanih molekula. Ukoliko je broj molekula u snopu veći, utoliko se za kraće vreme formira na meti vidljivi talog, tj. $\frac{N_1}{N_2} = \frac{t_2}{t_1}$. Na taj način se može u datom eksperimentu odrediti relativan broj molekula, čija je brzina u intervalu od v do $v + \Delta v$, tj. broj $\frac{\Delta N}{N \Delta v}$.

Rezultati jednog takvog eksperimenta se nalaze u tablici 25.1. i na slici 25.3. Merenja su izvršena sa molekulima neke supstance pri određenoj temperaturi u "molekulskoj peći".

3. Iz rezultata eksperimenta sledi da postoji neka brzina kojom se kreće najveći broj molekula; u našem primeru je ta brzina u intervalu od $(270-300) \frac{m}{s}$. To je takozvana najverovatnija brzina. Označimo je sa u .

Većina molekula se kreće brzinama koje su bliske najverovatnijoj brzini; ima vrlo malo molekula čije su brzine mnogo veće ili mnogo manje od najverovatnije.

Tablica 25.1.

Interval brzina $\frac{m}{s}$	Relativan broj mole- kula $\frac{N}{N} \quad v$	Interval brzina $\frac{m}{s}$	Relativan broj mole- kula $\frac{N}{N} \quad v$	Interval brzina $\frac{m}{s}$	Relativan broj mole- kula $\frac{N}{N} \quad v$
60-90	82	270-300	368	480-510	161
90-120	137	300-330	361	510-540	127
120-150	195	330-360	342	540-600	86
150-180	251	360-390	313	600-660	46
180-210	300	390-420	278	660-720	22
210-240	338	420-450	237	720-840	9
240-270	361	450-480	198		

Raspodela molekula po brzinama, dobijena eksperimentalno, se sasvim dobro slaže sa teorijskom raspodelom koju je dobio Maksvel još 1860. godine, primenivši zakone teorije verovatnoće na toplotno kretanje. Zakon, koji je dobio Maksvel, zove se maksvelovska raspodela molekula po brzinama. Dobro slaganje teorijskog zakona sa eksperimentalnim rezultatima je potvrda pravilnosti naših predstava o karakteru kretanja molekula u gasovima.

4. Kako iz ogleda tako i iz Maksvelove raspodele, može se izračunati najverovatnija brzina molekula gasa. Pokazalo se da ona zavisi od temperature gasa i od mase molekula gasa.

Tako su za vodonik na temperaturama od 0°C i 100°C najverovatnije brzine, respektivno, $1510 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ i $1765 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Na tim istim temperaturama su najverovatnije brzine molekula kiseonika $378 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ i $442 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, tj. četiri puta manje, a brzina molekula živine pare - $151 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ i $176,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, tj. 10 puta manje od najverovatnije brzine molekula vodonika.

Kako je poznato, masa molekula vodonika je šesnaest puta manja od mase molekula kiseonika i sto puta manja od mase atoma žive (molekul žive se sastoji od jednog atoma žive, dok su molekuli vodonika i kiseonika - dvoatomni). Prema tome, iz ogleda sledi da su na datoj temperaturi najverovatnije brzine molekula gasova obrnuto proporcionalne kvadratnom korenu njihovih masa:

$$\frac{u_1}{u_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \quad (25.3)$$

Oдавде se može dobiti

$$\frac{m_1 u_1^2}{2} = \frac{m_2 u_2^2}{2} \quad (25.4)$$

Dakle, srednja kinetička energija molekula ne zavisi od prirode gasa, nego samo od temperature.

§ 25.3. Dužina slobodnog puta molekula

1. Kako je na sobnim temperaturama brzina molekula gasa nekoliko stotina metara u sekundi, to nije na prvi pogled jasno zbog čega se difuzija gasova vrši, relativno sporo. Naprimer, miris se rasprostire od jednog do drugog kraja sobe za vreme od oko desetak sekundi, a ne za jednu desetinu sekunde, kako bi trebalo očekivati. Ovo nastaje usled toga što se molekuli međusobno sudaraju, usled čega putanja molekula nije prava linija, nego veoma složena, izlomljena linija.

Predstava, o karakteru te putanje, može se dobiti posmatranjem pomoću mikroskopa kretanje braunovske čestice. 1827. godine je Braun posmatrao, pomoću jake lupe, kretanje u tečnosti

sitnih spora, veličine od oko jednog mikrona. Te su se čestice neprekidno haotično kretale, kao da su igrale nekakvu fantastičnu igru. Kasnije je utvrđeno da braunovsko kretanje vrše sve mikroskopske čestice, kako u tečnostima, tako i u gasovima.

2. Kako su 1905. godine dokazali Ajnštajn i Smoluhovski, braunovske čestice se ponašaju kao gigantski molekuli čija je srednja kinetička energija jednaka kinetičkoj energiji molekula tečnosti ili gasa, koji okružuju ovu česticu. Zbog toga se karakter kretanja braunovske čestice sasvim podudara sa karakterom kretanja okolnih molekula, ali tu postoji jedna suštinska razlika: brzina kretanja čestice je mnogo manja od brzine molekula. Ustvari, iz jednačine srednjih vrednosti kinetičkih energija čestice i molekula $\bar{K}_{\text{cest}} = \bar{K}_{\text{mol}}$, sledi:

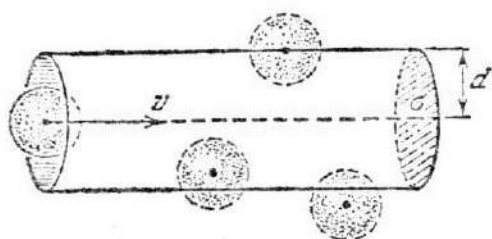
$$\frac{M \bar{v}_{\text{cest}}^2}{2} = \frac{m \bar{v}^2}{2}, \text{ ili } \bar{v}_{\text{cest}} = \bar{v}_{\text{mol}} \sqrt{\frac{m}{M}},$$

gde je sa crtom označena srednja vrednost brzine, m - masa molekula, M - masa braunovske čestice. Braunovska čestica sadrži milijarde molekula: $\frac{M}{m} \approx 10^{10}$; brzina molekula je nekoliko stotina metara u sekundi. Prema tome, brzina braunovske čestice je nekoliko milimetara u sekundi, što je u praksi i nadjeno.

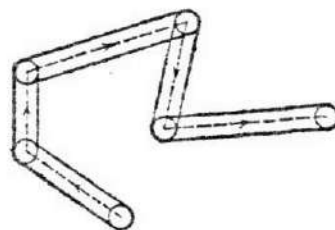
3. Znači, u svakoj sekundi molekul "prati" mnoštvo sudara. Pokušaćemo da izračunamo broj sudara u sekundi i srednju dužinu slobodnog puta molekula.

Pretpostavimo da se molekuli gasa pri međusobnim sudarima ponašaju kao elastične kuglice. Da bi proračun bio jednostavniji pretpostavićemo i da se samo jedan molekul kreće, a da ostali miruju. Pri sudaru dva molekula njihovi se centri približe na rastojanje d , jednako dijametru molekula. Zbog toga je zgodno uzeti da pokretni molekul ima radijus $r=d$, a da su ostali molekuli materijalne tačke.

Pri svakom sudaru molekul menja pravac kretanja tako da njegova putanja ima oblik izlomljene linije (sl. 25.5). Radi jednostavnijeg računanja možemo zamisliti da putanja ima oblik kao na slici 25.4. To ne može uticati na izračunavanje broja sudara,



SI.25.4



SI.25.5

jer ovde nikakvu ulogu ne igra oblik putanje. Posmatrani molekul za vreme t pređe put $\ell = vt$. Pri tome se on sudara sa svim molekulima čiji su centri u cilindru dužine $\ell = vt$, a osnova ovog cilindra σ ima prečnik koji je jednak dvostrukom prečniku molekula. Ta površina σ se zove efektivni presek sudara.

Broj molekula u tom cilindru je $N = n\sigma\ell = n\sigma vt$, gde je n - koncentracija molekula, tj. broj molekula u jedinici zapremine. U sekundi je broj sudara z

$$z = \frac{N}{t} = n\sigma v. \quad (25.5)$$

4. Kada bi se molekul kretao u vakuumu, tada ne bi bilo sudara i molekul bi prešao rastojanje brojno jednako brzini. Međutim, on se u sekundi sudari sa ostalim molekulima z puta, pa je dužina slobodnog puta

$$\lambda = \frac{v}{z} = \frac{1}{n\sigma}. \quad (25.6)$$

Ovaj proračun je približan, jer smo pri izvodjenju ovog obrasca koristili niz veštačkih pretpostavki. Međutim, stroga teorija, koja uzima u obzir kretanje svih molekula, da je rezultat, koji se razlikuje od ovog za (30-40)%, što nije posebno bitno, jer nas ovde ne interesuje tačna vrednost, nego red veličine.

5. Postoji nekoliko metoda kojima se može eksperimentalno odrediti dužina slobodnog puta. Pokazano je da je pri atmosferskom pritisku dužina slobodnog puta molekula gasa oko 0,1 mikron = 10^{-7} m; dok je koncentracija molekula pri istim uslovima 10^{25} molekula u kubnom metru. Odatle je efektivni presek sudara:

$$\sigma = \frac{1}{n\lambda} \approx \frac{1}{10^{-7} \cdot 10^{25}} = 10^{-18} \text{ m}^2.$$

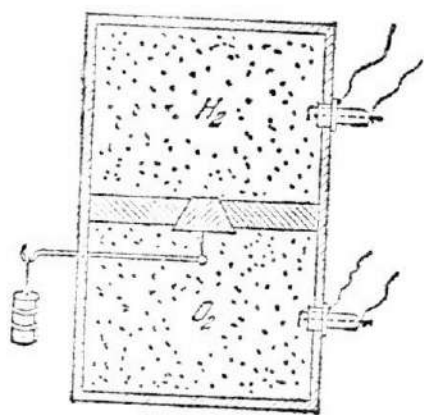
Kako je $\sigma = \pi d^2$, gde je d - efektivni prečnik molekula, to je

$$d = \sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} \approx 10^{-9} \text{ m} = 10 \text{ Å};$$

ovde je 1 Å (angstrom) = 10^{-10} m - jedinica dužine koje se često upotrebljava u optici, molekulskoj i atomskoj fizici. Dobijeni rezultat se po redu veličine sasvim dobro slaže sa brojnim vrednostima dimanzija molekula, dobijenim drugim metodama.

§ 25.4. Difuzija

1. Difuzija je proces izjednačavanja koncentracija dve supstancije pri njihovom međusobnom mešanju. Difuzija se javlja kako u gasovima, tako i u tečnostima i čvrstim telima.



Sl.25.6

Za izučavanje difuzije u gasovima, može se izvesti sledeći ogled. Čelični cilindar debelih zidova je podeljen na dva dela pomoću pregrade sa ventilom (sl. 25.6). Donja polovina cilindra je napunjena kiseonikom, gornja-vodonikom. Na bočnim zidovima se nalaze svećice za paljenje, između čijih elektroda može da se pojavi varnica. U početku eksperimenta varnice ne izaziva eksploziju, jer je kiseonik odvojen od vodonika. Ako se, pak, otvori ventil,

gasovi se kroz izvesno vreme pomešaju, pa varnica izaziva eksploziju nastalog praskavog gasa. Napomenimo da su se pri difuziji teži molekuli kiseonika kretali naviše, dok su se 16 puta lakši molekuli vodonika spuštali u donji deo cilindra. To znači da su se gasovi kretali suprotno od dejstva privlačne sile zemljine teže.

Ta pojava se može objasniti molekularno-kinetičkom teorijom. Ovde se molekuli oba gasa kreću sudarajući se međusobno

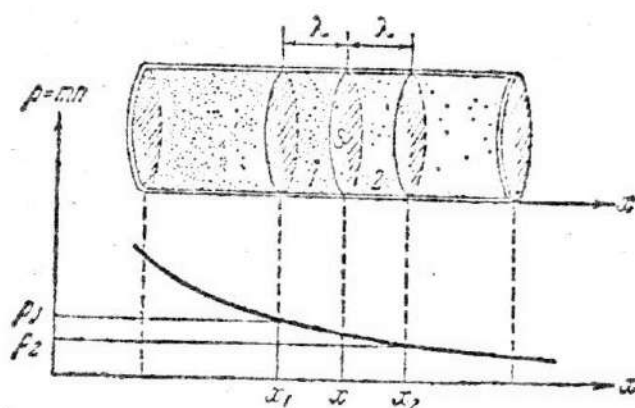
i dospevaju u međuprostor susednih molekula, što dovodi do prodiranja jednog gasa u drugi. Postepeno se javlja smesa dva gasa sa istom koncentracijom obe vrste molekula.

2. Naglasimo da baš zahvaljujući difuziji atmosfera, koja nas okružuje (u krajnjoj meri niži sloj atmosfere - troposfera), predstavlja homogenu smešu azota, kiseonika, ugljendioksida i male količine inertnih gasova i vodene pare. Kad ne bi bilo difuzije došlo bi do raslojavanja atmosfere pod dejstvom polja zemljine teže: najniže bi bio sloj najtežih molekula - ugljendioksida, iznad njega - kiseonik, a još više azot i inertni gasovi.

3. Pošto se sa povišenjem temperature povećava brzina kretanja molekula dolazi do ubrzavanja procesa difuzije, što je potvrđeno ogledom. Svakome je poznato da se so ili šećer brže rastvara u vrućoj vodi, nego u hladnoj, - a to pokazuje ubrzavanje procesa difuzije sa porastom temperature. Analogne pojave se javljaju i u gasovima i čvrstim telima.

§ 25.5. Zakon difuzije

1. Pokušajmo da malo dublje objasnimo mehanizam difuzije u gasovima i da ujedno odredimo od čega zavisi masa supstancije, koja se u procesu difuzije prenosi. Da bi rasudjivanje bilo jednostavnije, proučimo proces samodifuzije - slučaj kada je sud napunjen jednim gasom, ali koncentracija molekula u različitim delovima suda različita.



Sl.25.7.

Neka je sud u obliku cevi u kojoj se na levom kraju održava povećana koncentracija molekula, a na desnom je gas razređen (sl. 25.7). Koncentracija molekula n i njoj srazmerna gustina gasa $\varrho = m_0 n$ se smanjuju u smeru apscise. Misaono ćemo izdvojiti u cevi neki presek površine S i izračunati masu supstancije Δm , koja prodje kroz jedinicu površine u jedinici vremena, tj. veličinu $\frac{\Delta m}{S \Delta t}$.

2. Kroz površinu mogu proći jedino oni molekuli koji su na rastojanju manjem od dužine slobodnog puta, tj. molekuli koji se nalaze u slojevima 1 i 2 na slici 25.7. No, kako se molekuli kreću potpuno haotično to su svi pravci u prostoru jednako verovatni i zbog toga se u zadanom smeru kreće samo jedna šestina molekula: $\frac{N}{6}$ u pozitivnom smeru x - ose, $\frac{N}{6}$ u negativnom smeru, y -ose itd.

U zapremini 1 se nalazi $N_1 = n_1 S \lambda$ molekula; od ovog broja molekula prodje kroz površinu S jedna šestina, tj. $\frac{N_1}{6} = \frac{n_1 S \lambda}{6}$. Isto tako, iz zapremine 2 kroz površinu S prodje $\frac{N_2}{6} = \frac{n_2 S \lambda}{6}$ molekula. Ukupno za vreme Δt kroz površinu S difunduje broj molekula $\Delta N = \frac{1}{6} S \lambda (n_1 - n_2)$. Ako pomnožimo obe strane ove jednačine sa masom jednog molekula - m_0 i uzmemo u obzir da je $\Delta N \cdot m_0 = \Delta m$, a da je $m_0(n_1 - n_2) = m_0 n_1 - m_0 n_2 = \varrho_1 - \varrho_2 = -\Delta \varrho$, dobijamo

$$\Delta m = -\frac{1}{6} S \lambda \Delta \varrho \quad (25.7)$$

3. Transformišimo malo ovu jednačinu. Veličina $\frac{\Delta \varrho}{\Delta x} = \frac{\varrho_2 - \varrho_1}{x_2 - x_1}$ karakteriše brzinu promene gustine gasa duž x -ose i zove se gradijent gustine. Količnik $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2\lambda}{\Delta t} = 2v$ je jednak dvostrukoj srednjoj brzini kretanja molekula. Uzimajući to u obzir prepišimo (25.7) na sledeći način:

$$\Delta m = -\frac{1}{6} S \lambda \Delta \varrho = -\frac{1}{6} S \lambda \frac{\Delta \varrho}{\Delta x} \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \Delta t = -\frac{1}{3} \lambda v \frac{\Delta \varrho}{\Delta x} S \Delta t$$

Oдавде sledi da je masa supstancije, koja se usled difuzije prenosi kroz jedinicu površine u jedinici vremena, jednaka:

$$\Delta m = - \frac{1}{2} \lambda v \frac{\Delta \rho}{\Delta x} S \Delta t, \quad (25.8)$$

ili

$$\Delta m = - D \frac{\Delta \rho}{\Delta x} S \Delta t, \quad (25.9)$$

tj. masa difundovane supstancije je proporcionalna gradijentu gustine, površini preseka cevi i vremenu. To je, upravo, zakon difuzije.

4. Koeficijent

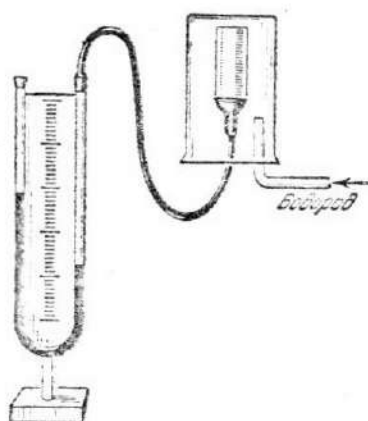
$$D = \frac{1}{2} \lambda v \quad (25.10)$$

se zove koeficijent difuzije. Znajući koeficijent difuzije i srednju brzinu kretanja molekula, može se izračunati dužina slobodnog puta molekula.

§ 25.6. Razdvajanje gasnih smeša

1. Pri difuziji gasova kroz porozne pregrade, susreću se vrlo interesantne pojave. Za upoznavanje sa ovim pojavama, izvešćemo sledeći ogled (sl. 25.8). Porozni sud od nepečene gline je pomoću gumenog creva spojen sa vodenim manometrom. Iznad ovog suda stavimo čašu, okrenutu otvorom nadole, i uvodimo u čašu vodonik. Mada molekuli vodonika imaju dosta manju masu od molekula azota ili kiseonika od kojih se sastoji vazduh, primetićemo da je nivo tečnosti u manometru pomećen, što znači da je pritisak u poroznom sudu veći od atmosferskog pritiska.

Ta pojava se može objasniti na sledeći način. Kroz zidove poroznog suda difunduje i vazduh i vodonik. Vazduh izlazi iz suda, a vodonik prodire u unutrašnjost suda. Međutim, brzine difuzije su različite. Kako je masa molekula vodonika oko 16 puta manja od mase molekula kiseonika i oko 14 puta manja od mase molekula azota, to je brzina kretanja molekula vodonika, pa prema



Sl.25.8

tome i koeficijent difuzije vodonika oko 4 puta veći od koeficijenta difuzije vazduha. Usled toga, u porozni sud prodire mnogo veći broj molekula vodonika nego što iz njega izadje vazduha, pa se pritisak u ovom sudu povećava.

Uzimajući to u obzir, mi možemo predvideti šta će se desiti ako porozni sud stavimo u gas, teži od vazduha, naprimer ugljendioksid. Brzina difuzije vazduha iz suda će tada biti veća od brzine di-

fuzije ugljenmonoksida u unutrašnjost suda. Usled toga će pritisak u sudu biti manji od atmosferskog, što će pokazati manometar. Ogled potvrđuje tu pretpostavku.

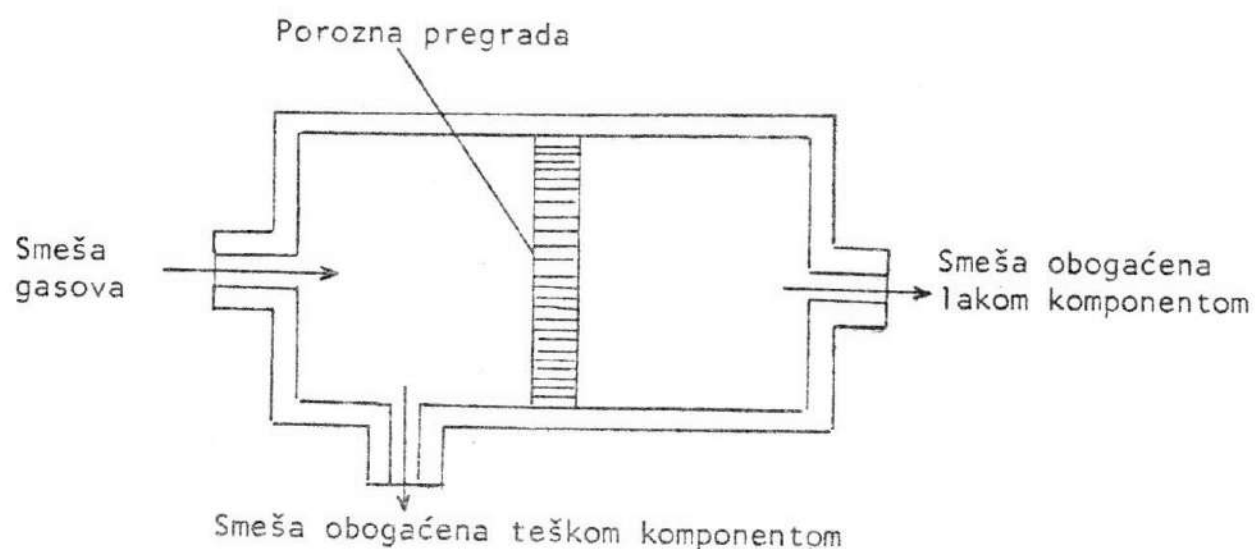
2. Opisana pojava se može iskoristiti za razdvajanje gasnih smeša. Zamislimo sud, u kome se na sredini nalazi porozna pregrada (sl.25.9). U levu polovinu se komprimuje gasna smeša od dve komponente. Ako kroz poroznu pregradu lakša komponenta brže difunduje od teže tada ćemo na izlazu ovog uređaja dobiti nove gasne smeše, od kojih je jedna obogaćena lakšom komponentom, a druga - težom. Ako jednu od ovih smeša propustimo kroz veći broj ovakvih komora, možemo dobiti, praktično, potpuno odvojenu jednu komponentu od druge.

3. Skoro svi hemijski elementi su sastavljeni od izotopa, tj. od atoma koji imaju iste hemijske osobine, ali različite atomske težine.

Tako se, naprimer, prirodni vodonik sastoji od 99,985% lakog izotopa (protijuma) i 0,015% teškog izotopa (deetrijuma); mase tih atoma odnose se, približno, kao 1:2 (tačnije - 1,008 142 : 2,014735). Veštački se može dobiti i superteški izotop vodonika (tricijum), čija je masa, približno, 3 puta veća od mase atoma protonijuma. Prirodni uran se, uglavnom, sastoji od dva izotopa čije se mase, približno, odnose kao 235:238; lakog izotopa ima 0,715%, teškog 99,28%, dok 0,005% čine drugi izotopi.

Razdvajanje izotopa hemijskim metodama se ne može izvesti, jer su njihove hemijske osobine potpuno iste. Zbog toga se za njihovo razdvajanje koriste različite fizičke metode.

Jedan od najvažnijih metoda za izdvajanje izotopa je, gore opisani difuzioni metod.



Sl.25.9

Tako je, za neke tipove nuklearnih reaktora neophodno potreban obogaćeni uran, koji sadrži do 80% lakog izotopa. Za njegovo dobijanje se koristi jedinjenje UF_6 koji se pumpama provodi kroz sistem od nekoliko stotina, ili čak hiljada, komora (u zavisnosti od potrebnog stepena obogaćenja). Zbog toga je uređaj za difuzno izdvajanje izotopa urana vrlo veliki i skup objekat.

GLAVA 26

I D E A L N I G A S

§ 26.1. Pritisak gasa

1. Iz oglada je poznato da gas, kada se zatvori u neki sud, vrši pritisak na zidove suda. Ta pojava se, na osnovu molekulske-kinetičke teorije, objašnjava na sledeći način. Molekuli, krećući se haotično, udaraju u zidove suda. Ukupni impuls, koji molekuli u jedinici vremena prenesu na jedinicu površine je, ustvari, pritisak.

Za izračunavanje pritiska koristićemo formulu (17.17) pomoću koje se opisuje pritisak, "snopa" čestica, koje se elastično sudaraju sa zidom (vidi § 17.5):

$$p = 2nm_0v^2, \quad (26.1)$$

gde je n - koncentracija čestica (broj čestica u jedinici zapremine). Medjutim, u ovaj izraz se moraju uneti dve bitne popravke. U § 17.5. smo posmatrali čestice, koje su sve imale istu brzinu i smer kretanja. Molekuli idealnog gasa se kreću haotično, u svim mogućim pravcima, dok je brzina molekula, saglasno Maksvelovoj raspodeli, različita. Zbog toga se u formulu (26.1) mora, umesto kvadrata brzine, uvesti srednja vrednost kvadrata brzine:

$$\langle v^2 \rangle = \overline{v^2} = \frac{1}{N} (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2).$$

Kvadratni koren iz srednjeg kvadrata brzine $\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$ se zove srednja kvadratna brzina.

Isto tako, u izraz (26.1) mora se, umesto koncentracije n , uvesti šestina koncentracije, $\frac{n}{6}$. Ustvari, usled hao-

tičnosti molekulskog kretanja i ogromnog broja molekula u jedinici zapremine, može se tvrditi da se u svakom smeru kreće šestina od ukupnog broja molekula.

2. Dakle, pritisak gasa je srazmeran koncentraciji molekula i njihovoj srednjoj kinetičkoj energiji:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \bar{v}^2}{2} \quad (26.2)$$

Izraz (26.2) može da se napiše i u drugom obliku, uzimajući u obzir da je koncentracija molekula $n = \frac{N}{V}$, gde je N - ukupan broj molekula u sudu, a V - zapremina suda; stavimo $n = \frac{N}{V}$ u izraz (26.2) tada je:

$$p \cdot V = \frac{2}{3} N \frac{m_0 \bar{v}^2}{2} \quad (26.3)$$

3. Iz oglada je poznato da srednja kinetička energija molekula ne zavisi od vrste gasa, nego samo od temperature gasa (vidi 25.2). Odavde sledi da je pri izotermnom procesu (tj. procesu pri kome se ne menja temperatura gasa) srednja kinetička energija molekula konstantna veličina. Ali, tada iz izraza (26.3) sledi da je pri tom uslovu i proizvod između pritiska gasa i njegove zapremine konstantna veličina. Tako smo dobili sledeći važan rezultat.

Pri konstantnoj temperaturi ($\frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \text{const}$) i jednoj određenoj masi gasa (broj molekula $N = \text{const}$) proizvod između pritiska i zapremine gasa je konstantna veličina. (Bojl-Mariotov zakon),

$$p \cdot V = \text{const} \quad (26.4)$$

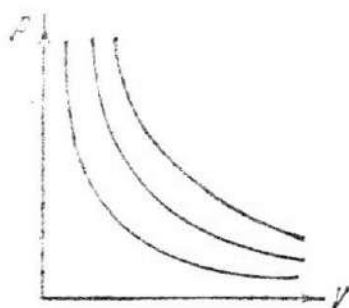
4. Ovaj zakon se često formuliše i ovako: pri izotermnom procesu je pritisak gasa obrnuto proporcionalan njegovoj zapremini (pri stalnoj masi gasa).

Grafik izoterme u p-V sistemu je hiperbola (sl. 26.1). Za jednu istu masu gasa, različite krive odgovaraju različitim temperaturama.

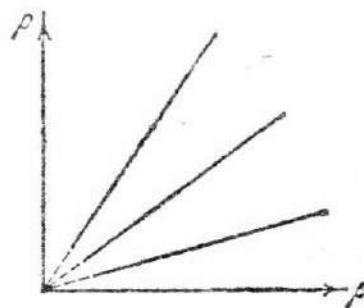
5. Zapremina gasa je jednaka količniku mase i gustine: $V = \frac{m}{\rho}$. Ako ovo stavimo u izraz (26.4) i uzmemo u obzir da se masa gasa ne menja pri ovom procesu, dobijamo

$$\frac{p}{\rho} = \text{const} \quad (26.5)$$

To znači da se Bojl-Mariotov zakon može formulisati i na sledeći način: pri konstantnoj temperaturi neke količine gasa, pritisak je srazmeran gustini.



Sl.26.1



Sl.26.2

Grafik ove zavisnosti u p- ρ sistemu predstavljen je na slici 26.2. Nagib grafika zavisi od temperature gasa.

§ 26.2. Jedinice pritiska

1. Jedinica za merenje pritiska u Medjunarodnom sistemu jedinica je paskal (Pa). To je pritisak koji nastaje ravnomernim dejstvom sile od 1N na normalnu površinu od 1 m²:

$$1 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ m}^2}$$

U sistemu CGS je jedinice pritiska $\frac{\text{D}}{\text{cm}^2}$;

$$1 \text{ Pa} = \frac{1 \text{ N}}{\text{m}^2} = 10 \frac{\text{D}}{\text{cm}^2}.$$

Često se koristi vansistemska jedinica pritiska - bar:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 10^6 \frac{\text{D}}{\text{cm}^2}.$$

U tehnici je u širokoj upotrebi vansistemska jedinica - tehnička atmosfera (at):

$$1 \text{ at} = \frac{1 \text{ kp}}{1 \text{ cm}^2} = 98066,5 \text{ Pa} \approx 9,81 \cdot 10^4 \text{ Pa} = 0,981 \text{ bar}.$$

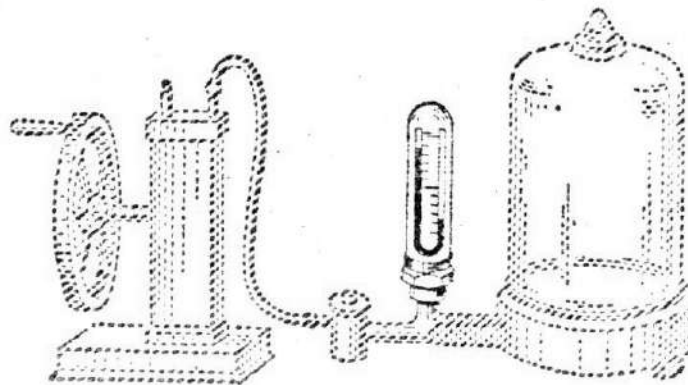
Sa greškom reda veličine od 2%, može se zanemariti razlika između atmosfere i bara.

2. Pritisak u gasu ili tečnosti pogodno je uporediti sa pritiskom vertikalnog stuba neke tečnosti. Tako se, naprimer, atmosferski pritisak meri pomoću barometra sa živom, a za merenje stepena razredjenja se, u uređaju za dobijanje vakuuma, koristi manometar (sl. 26.3).

Za izračunavanje pritiska, nastalog pod dejstvom vertikalnog stuba tečnosti, potrebno je težinu ove tečnosti podeliti sa površinom osnove:

$$p = \frac{P}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{hS\varrho g}{S} = \varrho gh, \quad (26.6)$$

gde je ϱ - gustina tečnosti, h - visina stuba, g - ubrzanje privlačne sile zemljine teže.



Sl. 26.3

Za merenje malih pritisaka se često koristi nagnuta manometarska cev. Ovde je

$$p = \rho g \ell \sin \alpha, \quad (26.7)$$

gde je α - ugao između cevi horizontale, a ℓ je dužina stuba tečnosti.

3. U praksi se često pogodno određivati pritisak pomoću visine stuba tečnosti u manometarskoj cevi. Koriste se sledeće jedinice:

- milimetar živinog stuba (tor):

$$1 \text{ mmHg} = 10^{-3} \text{ m} \cdot 13595 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 133,32 \text{ Pa};$$

- normalna ili fizička atmosfera:

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

(sa greškom od oko 3% se može zanemariti razlika između fizičke i tehničke atmosfere);

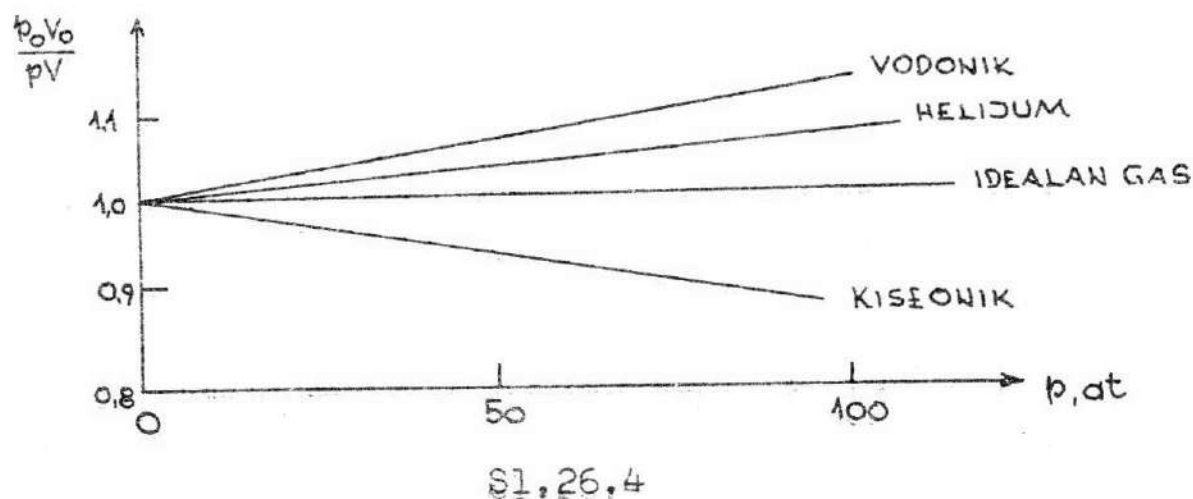
- metar vodenog stuba:

$$1 \text{ m H}_2\text{O} = 1 \text{ m} \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9,81 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 0,1 \text{ at}$$

§ 26.3. Idealni gas

1. Bojle-Mariotov zakon je mnogo puta eksperimentalno proveravan. Pokazano je da se rezultati eksperimenta sasvim dobro slažu sa ovim zakonom pri pritiscima koji nisu veći od nekoliko desetina atmosfere, i na, relativno, visokim temperaturama (sobna i više od sobne temperature). Pri ovim uslovima odstupanja eksperimentalnih rezultata od teorijskih proračuna, ne prelaze više od (1-3)%. Međutim, eksperimentalni rezultati proizvoda

pV znatno se razlikuje od teorijskih ako su pritisci gasa reda veličine nekoliko stotina atmosfera i više.



U tablici 26.1 i na slici 26.4. se nalaze neke vrednosti, dobijene sabijanjem tri različita gasa pri konstantnoj temperaturi $t_0 = 0^\circ\text{C}$, kada je početni pritisak $p_0 = 1$ atm, a početna zapremina svih gasova je ista - $V_0 = 22,41$ l.

Tablica 26.1

Kiseonik			Vodonik			Helijum		
p, atm	V, l	$\frac{pV}{p_0V_0}$	p, atm	V, l	$\frac{pV}{p_0V_0}$	p, atm	V, l	$\frac{pV}{p_0V_0}$
10,07	2,20	0,988	10,07	2,24	1,007	10,04	2,24	1,004
51,4	0,408	0,937	51,9	0,448	1,04	51,1	0,448	1,02
106	0,187	0,884	108	0,224	1,08	105	0,224	1,05

2. Na osnovu analize rezultata eksperimenta sledi da se pri pritiscima koji ne prelaze vrednosti od nekoliko desetina atmosfera, proizvod pritiska i zapremine gasa izražava Bojll-Mariotovim zakonom. Ako se, pri tim uslovima, zanemare neznatna odstupanja eksperimentalnih podataka od teorijske vrednosti $pV = \text{const}$, može se uvesti pojam o idealnom gasu, koji tačno sledi Bojll-Mariotov zakon.

Dakle, idealan gas je takav gas kod koga je pritisak,

pri izotermnom procesu, obrnuto srazmeran zapremini /ako se ne menja masa gasa/.

Pojam idealnog gasa je idealizacija, analogna idealizacijama pojmova materijalne tačke, tačkastog naelektrisanja i sl. Međutim, u nizu slučajeva je korišćenje sličnih idealizacija vrlo pogodno, jer se pomoću njih može uprostiti rešavanje zadataka bez bitnih gubitaka u tačnosti rešenja.

3. Pokušajmo da objasnimo kakva je molekulska struktura idealnog gasa. U tom cilju, uporedimo gustinu gasa sa gustinom tečnosti /ili čvrstog tela/ na istom pritisku i temperaturi.

Na normalnom atmosferskom pritisku i temperaturi, od 100°C gustina vode je $958,4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a vodene pare - $0,598 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Dakle, gustina vodene pare je 1600 puta manja. No, kako je gustina proizvod mase molekula i koncentracije molekula: $\rho = m_0 \cdot n$, to sledi da u jedinici zapremine vode ima 1600 puta više molekula, nego u jedinici zapremine vodene pare.

Kako je zapremina srazmerna trećem stepenu linearnih dimenzija, to je rastojanje izmedju molekula pare $\sqrt[3]{1600} \approx 12$ puta veće od rastojanja izmedju molekula vode, pri istim uslovima. Sličan proračun za druge supstancije dovodi do istih rezultata: rastojanje izmedju molekula u gasovima je oko deset puta veće nego u tečnostima ili čvrstim telima /ako pritisci nisu suviše veliki/.

4. Kasnije će biti pokazano da se molekulske sile vrlo brzo menjaju sa rastojanjem; naprimer, privlačne molekulske sile su obrnuto proporcionalne sedmom stepenu rastojanja /vidi § 31.4/. Dakle, u gasovima su međumolekulske sile /pri manjim pritiscima/ oko deset miliona puta manje, nego u tečnostima i čvrstim telima. A to znači da se, pri ovim uslovima, mogu potpuno zanemariti međumolekulske sile.

Samim tim je opravdana pretpostavka koju smo koristili pri izvođenju formule /26.2/, gde se uzimala u obzir samo interakcija izmedju molekula i zidova suđa, a interakcije medju samim molekulima nisu uzimane u obzir. To znači da Bojl-Mariotov zakon vredi za gasove u kojima međumolekulske sile ne igraju bitnu ulogu.

Napomenimo da se u tom slučaju ne uzimaju u obzir ni dimenzije molekula, jer je ukupna zapremina svih molekula mnogo manja od zapremine suda.

Dakle, sa tačke gledišta molekulske teorije idealni gas predstavlja sistem molekula medju kojima ne deluju molekulske sile i koji se, u prvoj aproksimaciji, mogu smatrati materijalnim tačkama.

§ 26.4. Temperatura

1. Pojam temperature je nastao od pojma osećaja "toplije" i "hladnije". Medjutim, takav kriterijum je vrlo subjektivan, jer naši osećaji ne zavise samo od stanja sredine, nego i od stanja našeg organizma. Tako naprimer, ako u istu sobu udju dva čoveka - jedan iz tople kade, a drugi sa mraza, tada će prvome biti hladno, a drugome toplo. Zato je neophodno naći objektivan kriterijum za određivanje temperature, a takodje je potrebno ustanoviti i jednoznačni metod za merenje ove veličine.

2. Sa tačke gledišta termodinamičke temperatura je veličina koja karakteriše smer izmene toplote. Ustvari, ogled pokazuje da, pri izmeni toplote, toplotna energija uvek prelazi od zagrejanog ka hladnom telu.

Za ilustraciju ove pojave, posmatrajmo sledeći ogled. U sud sa vodom stavimo komad usijanog gvoždja. Posle nekog vremena ćemo primetiti da je temperatura oba tela ista - ako dodirnemo vodu i gvoždje zaključićemo da su isto topla. Pri tom se gvoždje ohladilo, a njegova unutrašnja energija se smanjila; voda se, pak, zagrejala što znači da se unutrašnja energija povećala.

3. Po definiciji /vidi § 21.3/, količina toplote je energija, predata pri izmeni toplote. Pri dodiru dva tela različitih temperatura količina toplote prelazi sa tela više temperature na telo niže temperature.

Jednakost temperature se definiše na sledeći način: temperature dva tela su jednake ako medju tim telima nema izmene toplote.

Ovo je neophodno da se uzme u obzir pri merenju temperature. Termometar, ustvari, uvek registruje svoju temperaturu; zbog toga za pravilno merenje temperature nekog tela, treba termometar dovesti u kontakt sa telom i sačekati da pokazuje uvek istu vrednost temperature. To će označavati da je prestala izmena toplote izmedju tela i temperatura, a temperatura im je postala ista.

4. Sa tačke molekulske-kinetičkih predstava temperatura je veličina koja karakteriše srednju kinetičku energiju translacionog kretanja molekula idealnog gasa. Ova definicija ima smisla, pošto je ogledom utvrđeno da su pri istoj temperaturi srednje kinetičke energije molekula različitih gasova iste /§ 25.2/.

Uzimajući u obzir termodinamički smisao temperature, mi možemo merenje temperature svakog tela svesti na merenje kinetičke energije molekula idealnog gasa, koji je u stanju termodinamičke ravnoteže sa datim telom. Međutim, merenje brzina /ili kinetičkih energija/ molekula je povezano sa znatnim teškoćama. Zbog toga se, praktično, ne meri kinetička energija nego neka druga veličina koja je srazmerna energiji, naprimer pritisak gasa.

§ 26.5. Apsolutna temperatura i jednačina stanja idealnog gasa

1. Definišimo apsolutnu temperaturu kao fizičku veličinu srazmernu srednjoj kinetičkoj energiji translacionog kretanja molekula idealnog gasa. U skladu sa ovom definicijom i zakonima klasične molekulske teorije zavisnost izmedju temperature i srednje kinetičke energije molekula takvog gasa ima oblik:

$$\bar{\epsilon}_k = \frac{3}{2} kT$$

/26.8/

Ovde je $\bar{\epsilon}_k$ - srednja kinetička energija translatorsnog kretanja molekula, T - apsolutna temperatura i k - koeficijent proporcionalnosti koji se zove Bolzmanova konstanta /vidi § 26.9/.

Da bi se mogao koristiti gore formulisani pojam apsolutne temperature, potrebno je pre svega utvrditi metod merenja te veličine, zatim treba uvesti jedinicu za merenje i, na kraju, odrediti nulti nivo temperature. To ćemo učiniti u sledećim paragrafima.

2. Kako je bilo pokazano, srednja kinetička energija molekula idealnog gasa se može izraziti pomoću pritiska gasa i koncentracije njegovih molekula /vidi 26.2 /:

$$\bar{\epsilon}_k = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2} \frac{p}{n} . \quad /26.9/$$

Iz /26.8/ i /26.9/ sledi

$$p = nkT, \quad /26.10/$$

tj, pritisak idealnog gasa je srazmeran apsolutnoj temperaturi i koncentraciji molekula.

3. Uzimajući u obzir da je $n = \frac{N}{V}$, dobijamo

$$\frac{pV}{T} = Nk = \text{const.} \quad /26.11/$$

Ova jednačina se zove jednačina gasnog stanja. Ona se definiše na sledeći način:

Ako se masa gasa ne menja /tj. pri konstantnom broju molekula N / proizvod pritiska i zapremine gasa je srazmeran apsolutnoj temperaturi.

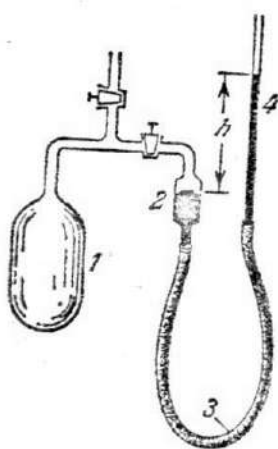
§ 26.6. Gasni termometar

1. Kao uređaj za merenje apsolutne temperature koristi se gasni termometar /sl. 26.5/. Ovaj termometar se sastoji od balona 1, napunjenog gasom /obično vodonikom/, cevi 2 sa proširenjem i gumenim crevom, kojim je balon povezan sa manometrom 4. Sud sa vodonikom se dovodi u kontakt sa telom, čiju temperaturu treba izmeriti. Podižući ili spuštajući manometarsku cev podešavamo nivo žive u proširenju 2 do zadane crte tako da se merenje pritiska vrši pri konstantnoj zapremini gasa.

2. Temperatura dva tela se određuje na sledeći način. Dovodimo gasni termometar u stanje termodinamičke ravnoteže sa prvim telom, a zatim sa drugim, mereći svaki put pritisak pomoću visine živinog stuba. Tada na osnovu jednačine gasnog stanja /26.11/ pri uslovu konstantne zapremine zaključujemo da je

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

/26.12/



Sl.26.5

Na ovaj način je merenje temperature svedeno na merenje pritiska gasa.

U praksi se, prirodno, temperatura ne meri gasnim termometrom, već drugim uređajima - živinim termometrom, termometrom sa alkoholom, električnim termometrom sa otpornicima, termoelementom i tome slično. Međutim, svi ovi uređaji se gradišu pomoću gasnog termometra koji, ustvari, služi kao etalon.

3. Izbor termometarskog tela u ovom slučaju vodonika - nije slučajan. Termometar sa vodonikom je tačniji u odnosu na gasni termometar koji je napunjen bilo-kojim drugim gasom. Rezultati dobijeni gasnim termometrom su najbliži rezultatima

koji bi se dobili gasnim termometrom sa idealnim gasom. U tablici 26.2 su navedene greške pri merenju vode koja ključa. Relativna greška

$$\delta = \frac{\Delta P}{P_{id}} = \frac{P - P_{id}}{P_{id}}$$

gde je p_{id} - pritisak koji bi bio izmeren pomoću gasnog termometra sa idealnim gasom, p -

Tablica 26.2

Gas	$\delta = \frac{\Delta p}{P_{id}}$
Kiseonik	0,00073
Vodonik	0,00012
Helijum	0,00018

izmerena vrednost pritiska pomoću gasnog termometra, koji je napunjen odgovarajućim gasom. Vidimo da su ta odstupanja vrlo mala - oko stotih delova procenta. Pri tome gasni termometar sa vodonikom daje 1,5 puta tačnije rezultate od termometra sa helijumom i 6 puta tačnije od ter-

metra, punjenog kiseonikom /ili vazduhom/.

§ 26.7. Stepen i kelvin. Praktična i apsolutna skala temperature

1. U praksi se kao jedinica za merenje temperature upotrebljava Celzijusov stepen ($^{\circ}\text{C}$) - to je stoti deo temperaturnog intervala od tačke topljenja leda do tačke ključanja destilovane vode na normalnom pritisku $p_0 = 101325 \text{ Pa}$. Jedinica za merenje apsolutne temperature je kelvin (k). Stepen i kelvin su jednaki. Tačna definicija kelvina će biti data u § 36.6.

Dakle,

$$1 \text{ K} = \frac{T_{\text{ključ.}} - T_{\text{toplj.}}}{100} \quad (26.13)$$

Na osnovu definicija jedinica za merenje temperature mogu se eksperimentalno odrediti vrednosti apsolutne temperature

topljenja leda i ključanja vode. Ustvari, iz (26.12) sledi:

$$\frac{p_{\text{ključ.}}}{p_{\text{toplj.}}} = \frac{T_{\text{ključ.}}}{T_{\text{toplj.}}} \text{ ili } \frac{p_{\text{ključ.}} - p_{\text{toplj.}}}{p_{\text{toplj.}}} = \frac{T_{\text{ključ.}} - T_{\text{toplj.}}}{T_{\text{toplj.}}} \quad (26.14)$$

gde je $p_{\text{toplj.}}$ - pritisak izmeren pomoću gasnog termometra koji se stavi u smešu vode i leda, $p_{\text{ključ.}}$ - pritisak izmeren pomoću istog termometra kada se stavi u destilovanu vodu, koja ključa.

Iz ogleda sledi da je $\frac{p_{\text{ključ.}}}{p_{\text{toplj.}}} = 1,3661$. Odavde je

$$\frac{p_{\text{ključ.}} - p_{\text{toplj.}}}{p_{\text{toplj.}}} = 0,3661.$$

U skladu sa definicijom kelvina (26.13) $T_{\text{ključ.}} - T_{\text{toplj.}} = 100 \text{ K}$. Ako ovo stavimo u izraz (26.14), dobijamo

$$T_{\text{toplj.}} = 273,15 \text{ K}.$$

Dakle, tačka topljenja leda pri normalnom pritisku je jednaka 273,15 K; isto tako je tačka ključanja destilovane vode pri normalnom pritisku jednaka 373,15 K.

2. Pošto smo definisali osnovne (reperne) tačke apsolutne skale, možemo graduirati gasni termometar. Napisaćemo formulu (26.12) na sledeći način:

$$T = 273,15 \frac{h}{h_{\text{toplj.}}} \quad (26.15)$$

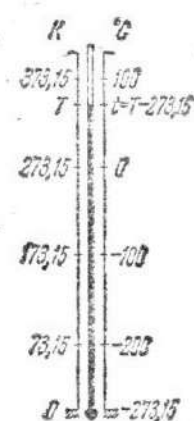
gde je h - visina živinog stuba u manometarskoj cevi gasnog termometra za merenu temperaturu, a $h_{\text{toplj.}}$ - visina istog živinog stuba pri topljenju leda. $h_{\text{toplj.}}$ se za svaki gasni termometar određuje eksperimentalno.

Na taj način je omogućeno graduisanje gasnog termometra - na osnovu izmerene visine živinog stuba u manometarskoj cevi (u milimetrima) može se izračunati apsolutna temperatura.

3. Za praktična merenja temperature obično se ne koristi apsolutna temperaturska skala, nego Medjunarodna praktična temperaturska skala, takozvana Celzijusova skala. Prema ovoj skali je uzeto da je temperatura ključanja vode 100°C , a temperatura topljenja leda 0°C .

Kako je već rečeno, stepen i kelvin su medjusobno jednaki. Samo je kod ovih skala pomenen početni nivo za merenje temperatura. Obe ove skale predstavljene su na sl. 26.6. Lako se možemo uveriti da je

$$t = T - 273,15, \quad (26.16)$$



Sl.26.6

gde je t - temperatura merena Celzijusovom skalom, a T - ista temperatura prema apsolutnoj skali.

Za izračunavanje sa tačnošću od 0,005% može se uzeti da je

$$t = T - 273.$$

§ 26.8. Apsolutna nula

1. Apsolutna nula je nulti nivo apsolutne temperaturske skale. Ovom nivou odgovara temperatura od $-273,15^{\circ}\text{C}$, prema Medjunarodnoj praktičnoj temperaturskoj skali.

Apsolutna nula je najniža temperatura. Nemoguće je eksperimentalnim putem dobiti temperaturu jednaku apsolutnoj nuli. Utoliko pre je nemoguće postići temperaturu ispod apsolutne nule.

Dobijanje vrlo niskih temperatura, koje su bliske apsolutnoj nuli je od posebne važnosti, jer se na tim temperaturama svojstva supstancija suštinski menjaju. Dolazi do niza interesantnih pojava kao što je supertečno stanje helijuma, superprovodljivost itd. (vidi 75.10). Danas su, pomoću vrlo složenih metoda (koji ovde ne mogu biti razmatrani), postignute temperature od samo 0,0001 K.

Treba naglasiti da na temperaturama bliskim apsolutnoj nuli srednja kinetička energija molekula više nije srazmerna apsolutnoj temperaturi. To sledi iz činjenice da na temperaturama bliskim apsolutnoj nuli počinju da dolaze do izražaja kvantna svojstva molekula. Pri snižavanju temperature srednja energija molekula ne teži nuli, kako bi se moglo zaključiti na osnovu formule (26.8), već teži minimalnoj energiji lokalizovane čestice prema formuli (16.26).

Dakle, pri niskim temperaturama javljaju se izrodjena stanja gasa - jednačina (26.8) se u tom slučaju ne može primeniti. Temperatura izrodjenog stanja može da se odredi iz jednačine

$$\frac{3}{2} kT \geq \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{2 m_0},$$

odakle je

$$T_{izr} = \frac{\hbar^2 n^2}{3 k m_0} \quad (26.17)$$

Tako za helijum pri koncentraciji od $n \approx 10^{25} \text{ m}^{-3}$ imamo

$$T_{izr} = \frac{10^{-68} \cdot 10^{50/3}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 0,7 \cdot 10^{-26}} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ K.}$$

Vidimo da je temperatura izrodjenog stanja molekulskog gasa veoma niska, pa je opravdano korišćenje modela klasičnog idealnog gasa čak i pri vrlo niskim temperaturama. Za tečni helijum ($n \approx 10^{28} \text{ m}^{-3}$) temperatura izrodjenog stanja je

$$T_{izr}^{tečn.} \approx 10^2 T_{izr}^{gas} \approx 0,2 \text{ K.}$$

Međutim, elektronski gas u metalima je izrodjen pri svim, pa čak i vrlo visokim temperaturama (vidi § 75.5) i njegova svojstva se bitno razlikuju od svojstava običnog idealnog gasa.

3. Dakle, na temperaturama bliskim apsolutnoj nuli srednja kinetička energija molekula više nije srazmerna apsolutnoj temperaturi, nego se izražava složenijom funkcijom. Zbog toga je, principijelno, netačno tvrdjenje, koje se ponekad susreće u popularnoj literaturi, da na apsolutnoj nuli prestaje kretanje molekula. Kako je u najnovije vreme dokazano, čak i na apsolutnoj nuli, molekuli se kreću - vrše takozvane nulte oscilacije. Nultim oscilacijama odgovara nulta energija - minimalna energija koju imaju molekuli date supstance na apsolutnoj nuli i koja se ne može oduzeti od tela ni pri kakvom rashladjivanju (vidi § 70.5). Postojanje nultih oscilacija zapaža se putem rasejanja svetlosti u supstanci na temperaturama, bliskim apsolutnoj nuli.

Pojam idealnog gasa na apsolutnoj nuli - gubi smisao. Zbog toga je netačno tvrdjenje, koje se poneki put susreće, da je pritisak gasa na apsolutnoj nuli, tobože, jednak nuli. Takva ekstrapolacija formule (26.10) nije dozvoljena. Ova formula ima smisla samo na temperaturama koje su daleko od apsolutne nule, tojest na mnogo višim temperaturama od temperature izrodjenog stanja gasa.

§ 26.9. Avogadrov broj i Bolcmanova konstanta

1. Iz izraza (26.10) može se dobiti niz interesantnih posledica. Pre svega, sledi da je pri jednakim uslovima (pri jednakim temperaturama i pritiscima) koncentracija molekula različitih gasova ista. Drugim rečima - u jedinici zapremine različitih gasova nalazi se, pri jednakim uslovima, isti broj

molekula (Avogadrov zakon).

Za izračunavanje koncentracije molekula treba znati Boltzmanovu konstantu. Postoji veliki broj metoda za merenje ove veličine (vidi napr. § 28.12). Danas je ona izmerena sa tačnošću do 0,0036%:

$$k = (1,38049 \pm 0,00005) \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}.$$

Znajući Boltzmanovu konstantu, izračunaćemo broj molekula u 1 m^3 gasa pri normalnim uslovima ($T_0 = 273,15 \text{ K}$, $p_0 = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$):

$$N_L = n_0 = \frac{p_0}{kT_0} = \frac{101325}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273,15} = 2,687 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

Ova veličina se zove Lošmidtov broj:

$$N_L = (2,68709 \pm 00009) \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

2. Ako nam je poznata gustina gasa pri normalnim uslovima, možemo izračunati masu jednog molekula gasa, uzimajući u obzir da je gustina gasa jednaka proizvodu koncentracije molekula i mase jednog molekula. Dakle,

$$m_0 = \frac{\rho_0}{n_0} = \frac{\rho_0}{2,687 \cdot 10^{25}}$$

Tako je gustina vodonika pri normalnim uslovima $\rho_0 = 0,0899 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, kiseonika - $1,4291 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, helijuma - $0,1785 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Tada je masa molekula vodonika jednaka $3,345 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, masa molekula kiseonika $53,145 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, masa atoma helijuma $6,643 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

3. Rešenjem XIV Generalne konferencije za mere i tegove od oktobra 1971. godine u Parizu, uvedena je u Medjunarodni sistem još jedna osnovna veličina - količina substance. Količina

supstance je fizička veličina određena brojem specifičnih struktura elemenata (molekula, atoma, jona i sl.) od kojih je sastavljena supstanca.

Pošto su mase strukturnih elemenata (naprimer, molekula) međusobno razlikuju, to su mase iste količine supstance - različite. Naprimer, 10^{25} molekula vodonika i 10^{25} molekula kiseonika su iste količine supstance, iako su mase različite, a iznose 33,45 g i 531,45 g, respektivno. Na taj način je, odlukom XIV generalne konferencije, konačno jasno izraženo da masa nije mera količine supstance.

Kao jedinice za merenje količine supstance je usvojen mol - količina supstance sistema koji sadrži onoliko specifičnih strukturnih elemenata (molekula, atoma, jona i sl.), koliko ima atoma u 0,012 kg ugljenika izotopa C^{12} (vidi § 80.1).

Osim mola, dozvoljena je upotreba većih i manjih delova ove jedinice, posebno kilomol (kmol)

$$1 \text{ kmol} = 10^3 \text{ mol}.$$

Mi ćemo dalje sva izračunavanja izvoditi korišćenjem jedinice 1 kmol.

4. Broj atoma u jednom molu (kilomolu) supstance, zove se Avogadrov broj:

$$N_A = (6,02252 \pm 0,00028) 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 6,02252 \cdot 10^{26} \text{ k mol}^{-1}$$

Kad znamo Avogadrov i Lošmidtov broj; možemo naći zapreminu mola (molarna zapremina) pri normalnim uslovima:

$$V_m = \frac{N_A}{N_L} = \frac{6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{2,687 \cdot 10^{22} \text{ mol}^{-1}} = 22,4 \frac{\text{l}}{\text{mol}} = 22,4 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}}$$

Otsada će nam donji indeks "m" označavati da je data veličina izračunata za jedan mol ili kilomol.

Masa jednog mola (molarna masa)

$$M = \rho_0 V_m = m_0 N_A$$

gde je ρ_0 - gustina supstance pri normalnim uslovima, m_0 - masa strukturne jedinice (molekula, atoma, jona i sl.), Slovom M , označavaćemo masu kilomola. To ne može dovesti do zabune, jer se pored brojne vrednosti te veličine uvek nalazi jedinica za njeno merenje: kg/mol ili kg/kmol.

Uvode se još dve veličine bez dimenzija: relativna atomska masa elementa A_r i relativna molekulska masa M_r , definisane kao odnos srednje mase atoma (ili molekula) prirodne smeše izotopa i $\frac{1}{12}$ mase atoma izotopa C^{12} (vidi § 80.1):

$$M_r = \frac{m_0}{1,6603 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}$$

Napomenimo da je relativna molekulska masa brojno jednaka masi kilomola.

5. Proizvod Avogadrovog broja i Bolcmanove konstante zove se univerzalna ili molarna gasna konstanta:

$$R = N_A \cdot k = (8,3143 \pm 0,0012) \text{ J/mol} \cdot K = 8,3143 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot K}$$

Pomoću ove konstante se jednačina gasnog stanja (26.10) može transformisati na sledeći način:

$$p = nkT = \frac{n}{N_A} N_A kT = \frac{n m_0}{N_A m_0} RT = \frac{RT}{M}$$

Tako jednačina gasnog stanja dobija oblik

$$p = \frac{\rho RT}{M} \quad (26.18)$$

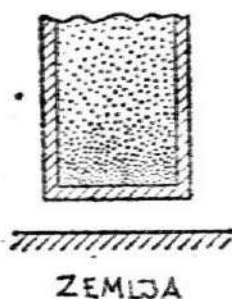
Kada se obe strane jedinačine (26.18) pomnože zapreminom gasa i kada se uzme u obzir da je $m = \rho V$ masa gasa, tada dobijamo jednačinu Klapejrona-Mendenjejeva:

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad (26.19)$$

§ 26.10. Raspored molekula u polju sila

1. Neka se gas, zatvoren u sudu, nalazi u nekom polju sila, naprimer, u gravitacionom polju (sl. 26.7). Objasnimo kako utiče gravitaciono polje na raspodelu molekula gasa.

Kada ne bi postojalo polje sila, tada bi se molekuli posle izvesnog vremena rasporedili potpuno ravnomerno. Koncentracija molekula n bi bila u svim tačkama ista, a takodje bi u svakoj tački prostora bili isti i pritisak $p = knT$ i gustina $\rho = m_0 n$.



Sl.26.7

Ako bi pak, obrnuto, delovalo samo gravitaciono polje a ne bi postojalo toplotno kretanje molekula, tada bi svi molekuli bili privučeni ka dnu suda. Drugim rečima molekuli bi zauzeli položaj sa minimalnom potencijalnom energijom. To je posledica opšteg zakona: svaki sistem čestica uvek prelazi u stanje s minimalnom potencijalnom energijom.

2. Vidimo da toplotno kretanje dovodi do sasvim haotičnog kretanja molekula, usled čega se ona ravnomerno raspoređuju u sve delove slobodnog prostora. Polje sila, međutim, teži da rasporedi molekule tako da oni zauzmu nivo sa najmanjom potencijalnom energijom. Pod dejstvom oba ova faktora molekuli se raspoređuju po celoj zapremini suda, ali je njihova koncentracija u različitim tačkama prostora - različita. Najveća koncentracija molekula je u onim tačkama prostora gde je potencijalna energija molekula minimalna; na onim mestima, gde je po-

Tablica 26.3

Visina iznad nivoa mora m	Pritisak Pa	Gustina $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	Temperatura $^{\circ}\text{C}$	Visina iznad nivoa mora m	Pritisak Pa	Gustina $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	Temperatura $^{\circ}\text{C}$
0	101 325	1,2250	15,0	8 000	35 600	0,52717	-37,0
1000	89 874	1,1117	8,5	10 000	26 436	0,41271	-50,0
2000	79 495	1,0065	2,0	12 000	19 330	0,31083	-56,5
3000	70 108	0,90913	-4,5	14 000	14 102	0,22675	-56,5
4000	61 640	0,81914	-11,0	16 000	10 287	0,16542	-56,5
5000	54 020	0,73612	-17,5	18 000	7504,8	0,12068	-56,5
6000	47 181	0,65970	-24,0	20 000	5474,9	0,08804	-56,5
7000	41 061	0,58950	-30,5				

tencijalna energija velika, koncentracija molekula je mala.

3. Kao primer možemo posmatrati promenu koncentracije molekula u zemljinoj atmosferi (i atmosferi drugih planeta). Ogled pokazuje da se pri kretanju od zemljine površine naviše smanjuje i atmosferski pritisak i gustina vazduha (tablica 26.3).

Primetimo da pri ispitivanju atmosfere treba uvesti popravku zbog promene temperature vazduha sa visinom usled čega je proračun komplikovaniji.

§ 26.11. Barometarska raspodela

Izvedimo izraz za zakon raspodele molekula u polju sila. Da bi izvodjenje bilo jednostavnije, smatraćemo da je temperatura gasa u svim tačkama ista.

Uvedimo pojam o verovatnoći nalaženja molekula u datoj tački polja gde je potencijalna energija jednaka U . Verovatnoća ω je jednaka odnosu koncentracije molekula u datoj tački polja n

i koncentracije molekula n_0 , u tački gde je potencijalna energija jednaka nuli:

$$\omega = \frac{n}{n_0} \quad (26.20)$$

2. Analiza u prethodnom paragrafu o karakteru dejstva polja sila i toplotnog kretanja molekula pokazuje da verovatnoća nalaženja molekula u datoj tački prostora zavisi od potencijalne energije molekula u toj tački i od temperature gasa. Ukoliko je veća potencijalna energija gasa U , utoliko je manja verovatnoća da se molekul nadje u toj tački. Ukoliko je viša temperatura, utoliko je verovatnije da su molekuli ravnomernije raspoređeni, tj. veća je verovatnoća da se molekul nadje u datoj tački prostora.

Uvedimo pomoćnu promenljivu veličinu x , jednaku odnosu potencijalne energije i srednje energije toplotnog kretanja molekula $\epsilon \approx kT$, tj. $x = \frac{U}{kT}$. Tada je verovatnoća, da se nadje molekul sa datom energijom, neka funkcija te promenljive:

$$\omega = f(x) \quad (26.21)$$

Potencijalna energija molekula na nekoj visini $h=h_1+h_2$ jednaka je zbiru energija: $U=U_1+U_2$. Promenljiva $x = \frac{U}{kT} = \frac{U_1}{kT} + \frac{U_2}{kT} = x_1+x_2$. Verovatnoća $f(x)=f(x_1+x_2)$. Kako je pokazano u teoriji verovatnoće, verovatnoća složenog događaja, koji se sastoji od dva nezavisna događanja, jednaka je proizvodu verovatnoća svakog događaja posebno: $\omega = \omega_1 \cdot \omega_2$ ili

$$f(x_1+x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2) \quad (26.22)$$

Može se pokazati da ovu jednačinu zadovoljava samo eksponencijalna funkcija oblika.

$$f(x) = a^{-\alpha x} \quad (26.23)$$

Za proveru ćemo se koristiti osobinom eksponencijalne funkcije: pri množenju stepena sa istim osnovama eksponenti se sabiraju, tj.

$$a^{-\alpha x_1} \cdot a^{-\alpha x_2} = a^{-\alpha(x_1+x_2)} \quad (26.24)$$

Osnova $a > 1$, može biti izabrana sasvim proizvoljno. Pri promeni osnove menja se jedino koeficijent α . Obično se uzima za osnovu iracionalan broj $e = 2,71828 \dots$ kada je $a = e$, tada je $\alpha = 1$.

3. Tako zaključujemo da je verovatnoća da se u datoj tački polja nađe molekul sa potencijalnom energijom U

$$\omega = e^{-\frac{U}{kT}} \quad (26.25)$$

Znak minus u eksponentu javlja se iz sledećih razlloga. Kako je već napomenuto, ukoliko je veća potencijalna energija u datoj tački polja, utoliko je manja verovatnoća da se molekul tamo nađe. Sledi da je tražena verovatnoća opadajuća funkcija potencijalne energije. A kada je osnova $a > 1$, eksponencijalna funkcija se smanjuje, ako je eksponent negativan broj:

4. Iz jednačina (26.20) i (26.25) dobijamo izraz za koncentraciju molekula:

$$n = n_0 e^{-\frac{U}{kT}} \quad (26.26)$$

Isto tako dobijamo i odgovarajuće izraze za gustinu gasa

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{U}{kT}} \quad (26.27)$$

i za pritisak

$$p = p_0 e^{-\frac{U}{kT}} \quad (26.28)$$

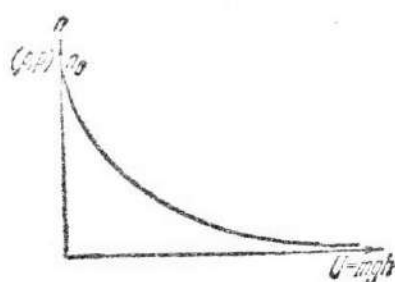
5. Ako se posmatra raspored molekula u gravitacionom polju Zemlje (ili neke druge planete), tada se pri $h \ll R$, gde je R - radijus planete, može prema (18.21) staviti da je $U = m_0 gh$, gde je m_0 - masa molekula, g - ubrzanje gravitacione sile, a h visina iznad površine planete. Za pritisak se dobija izraz

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} \quad (26.29)$$

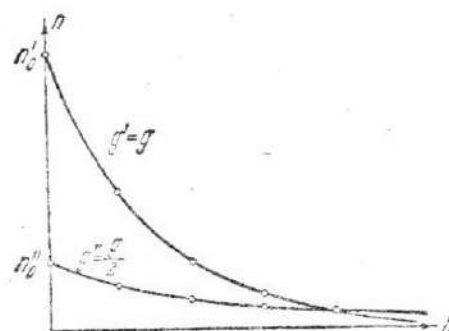
Grafik ove zavisnosti je prikazan na slici 26.8. Ova zavisnost se naziva barometarska raspodela.

Analogan izraz se dobija i za gustinu gasa. Taj rezultat se sasvim dobro slaže sa eksperimentalnim rezultatima za zemljinu atmosferu.

Baš barometarska raspodela objašnjava odsustvo atmosfere Meseca i vrlo velika razredjenost atmosfere Marsa. Kako je masa ovih nebeskih tela manja, to je i gravitaciono polje relativno slabije: na Mesecu je gravitaciono ubrzanje 6 puta manje nego na Zemlji, na Marsu -2,6 puta. Ali, kako se vidi iz (26.29), pri malom g naglo raste verovatnoća nalaženja molekula na većim visi-



Sl.26.8



Sl.26.9

nama (sl.26.9) gde je gravitaciono polje dosta slabije od polja na površini planete. Brzina molekula može ovde postati veća od druge kosmičke brzine i gas se rastura u svemirski prostor.

GLAVA 27

IDEALNI GAS I PRVI PRINCIP TERMODINAMIKE

§27.1. Unutrašnja energija jednoatomskog idealnog gasa

1. Idealni jednoatomski gas je najprostiji termodinamički sistem i njegova unutrašnja energija se može lako izračunati.

Potsetimo se da smo molekule jednoatomskog idealnog gasa posmatrali kao materijalne tačke kod kojih je međusobno dejstvo toliko malo da se može zanemariti. Ako ne postoje međumolekularne sile, to znači da je potencijalna energija međumolekularnih interakcija konstantna (§19.5). Zbir energija mirovanja molekula je takodje konstantan, jer se molekuli pri toplotnim procesima ne menjaju. Stavljajući u izraz (20.2) $\mathcal{E}_0^{(1)} + \mathcal{E}_0^{(2)} + \dots + \mathcal{E}_0^{(N)} = \text{const}$, dobijamo da je unutrašnja energija idealnog jednoatomskog gasa jednaka zbiru kinetičkih energija translatornog kretanja molekula, koji je uvećan za neku konstantnu veličinu.

U termodinamici je uobičajeno da se unutrašnja energija obeležava simbolom U , a ne $\mathcal{E}_0$, kako smo to činili u glavi 20. Dakle,

$$U = E_{k_1} + E_{k_2} + \dots + E_{k_N} + \text{const} \quad (27.1)$$

gde su $E_{k_1}, E_{k_2}, \dots, E_{k_N}$ - kinetičke energije translatornog kretanja svakog pojedinačnog molekula. Uzimajući u obzir da je srednja kinetička energija molekula $\bar{\mathcal{E}}_k = (E_{k_1} + E_{k_2} + \dots + E_{k_N})/N$, a saglasno (26.8) $E_k = \frac{3}{2} kT$, dobijamo

$$U = N \bar{\mathcal{E}}_k + \text{const} = \frac{3}{2} NkT + \text{const} \quad (27.2)$$

gde je N - ukupan broj molekula u gasu. Konstantu u izrazu (27.2) se često izostavlja, jer u daljim proračunima, ona ne igra nikakvu ulogu.

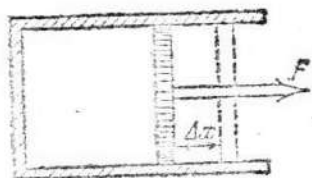
2. Iz izraza (27.2) sledi da je unutrašnja energija idealnog gasa određena njegovom apsolutnom temperaturom. Ona ne zavisi od toga na koji način, tj. kakvim procesom je gas došao u stanje sa tom temperaturom.

Na isti način i promena unutrašnje energije idealnog gasa pri prelazu iz stanja sa temperaturom T_1 u stanje sa temperaturom T_2 određena je samo početnim i krajnjim stanjem, a ne zavisi od vrste procesa kojim gas prelazi iz početnog u krajnje stanje:

$$U_2 - U_1 = \frac{3}{2} Nk(T_2 - T_1) \quad (27.3)$$

§ 27.2. Rad pri širenju idealnog gasa

1. Neka se idealni gas nalazi u cilindru koji je zatvoren pokretnim klipom (sl.27.1). Pri pomeranju klipa za malo rastojanje Δx izvrši se elementaran rad



$\Delta A = F \Delta x$. Na osnovu definicije pritiska sledi: $F = pS$; kako je $S \Delta x = \Delta V$ mala promena zapremine gasa, to je elementarni rad

$$\text{Sl.27.1} \quad \Delta A = p \Delta V \quad (27.4)$$

Gas pri širenju vrši pozitivan rad protiv spoljašnjih sila ($\Delta V > 0$). Pri sabijanju gasa rad je negativan, jer je $\Delta V < 0$; rad tada vrše spoljašnje sile koje sabijaju gas.

2. Pri većim promenama zapremine od V_1 do V_2 , izvršeni rad se dobija na sledeći način (vidi § 18.1). Izdelimo ukupnu zapreminu na elementarne zapremine $\Delta V_1, \Delta V_2, \dots, \Delta V_N$. Zatim izračunamo srednje vrednosti pritiska za svaku elementarnu promenu zapremine:

$$p_{sr}^{(1)} = \frac{p_1 + p_2}{2}, \quad p_{sr}^{(2)} = \frac{p_2 + p_3}{2}, \quad \dots, \quad p_{sr}^{(N)} = \frac{p_N + p_{N+1}}{2}$$

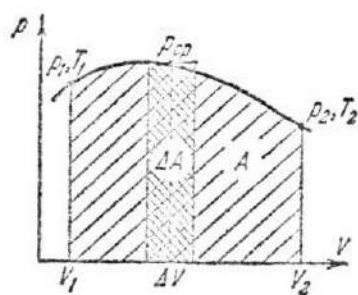
Tada je ukupan rad:

$$\begin{aligned} \Delta A &= \Delta A_1 + \Delta A_2 + \dots + \Delta A_N = \\ &= p_{sr}^{(1)} \Delta V_1 + p_{sr}^{(2)} \Delta V_2 + \dots + p_{sr}^{(N)} V_N \end{aligned} \quad (27.5)$$

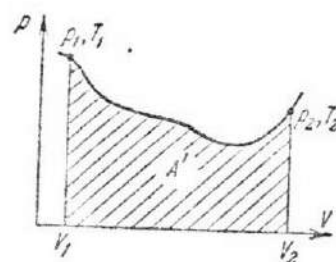
Ukoliko je izabrani element zapremine ΔV manji, utoliko se teorijski rezultat bolje slaže sa stvarnom vrednošću izvršenog rada.

3. Izvršeni rad u pV - dijagramu je predstavljen površinom krivolinijskog trapeza koji je ograničen apscisnom osom, grafikom promene pritiska u zavisnosti od zapremine, a s leve i desne strane je ova površina ograničena krajnjim ordinatama (sl.27.2).

4. Treba obratiti pažnju na činjenicu da izvršeni rad pri promeni zapremine gasa nije određen samo početnim i krajnjim stanjem gasa nego zavisi i od vrste procesa pomoću koje gas prelazi



Sl.27.2



Sl. 27.3

iz početnog stanja u konačno stanje. Kao dokaz možemo uporediti slike 27.2 i 27.3. Ovde su početna i krajnja stanja ista, a radovi A i A' se međusobno razlikuju: $A' < A$, jer su medjustanja u ova dva procesa različita.

Ovo pak označava da se sila pritiska nije konzervativna sila, a rad sile pritiska se ne može uzeti kao razlika potencijalnih energija (vidi § 18.6).

§ 27.3. Prvi princip termodinamike i specifična toplota gasa

1. Promena ukupne energije nepokretnog gasa svodi se na promenu njegove unutrašnje energije: $\Delta \mathcal{E} = U_2 - U_1$. Stavljajući u (29.1) dobijamo

$$Q = \Delta U + A \quad (27.6)$$

Za jednoatomske gas s obzirom na (27.3), izraz za prvi princip termodinamike dobija oblik

$$Q = \frac{3}{2} Nk (T_2 - T_1) + A \quad (27.7)$$

Količina toplote koju oslobodi gas se sastoji od dve komponente. Jedna se komponenta, koja potiče od promene unutrašnje energije, određuje samo početnim i krajnjim stanjem gasa, a ne zavisi od vrste procesa kojim je sistem prešao iz početnog u konačno stanje. Druga komponenta - rad - zavisi od vrste procesa. Jasno je tada da će i količina toplote zavistiti od karaktera procesa promene stanja gasa.

Dakle, količina toplote i rad nisu kvantitativne karakteristike stanja gasa, nego ove veličine zavise od vrste procesa kojim se vrši promena stanja gasa. Zato se ne može govoriti o "rezervi rada" u sistemu, kao što se ne može govoriti ni o "rezervi toplote". Količina toplote i rad su u suštini kvantitativne karakteristike promene energije sistema, a ne posebni oblici energije. Baš zbog toga i nema fizičkog smisla izraz "toplotna energija", koji vrlo često susrećemo u literaturi.

3. Specifična toplota je odnos između količine toplote, koju sistem dobija, i proizvoda mase sistema i njegove promene temperature:

$$C = \frac{Q}{m(T_2 - T_1)} \quad (27.8)$$

gde je m - masa sistema, T_1 - početna i T_2 - konačna temperatura. Specifična toplota je brojno jednaka količini toplote koju je neophodno dovesti telu jedinične mase da bi mu se temperatura povisila za jedan stepen.

Jedinica za merenje specifične toplote u Međunarodnom sistemu jedinica je $\frac{J}{kg \cdot K}$. U praksi se koristi vanskistemska jedinica

$$\frac{cal}{g \cdot ^\circ C} \quad i \quad \frac{kcal}{kg \cdot ^\circ C}$$

$$1 \frac{cal}{g \cdot ^\circ C} = 1 \frac{kcal}{kg \cdot ^\circ C} = 4,1868 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot K}.$$

Jasno je da specifična toplota kao i količina toplote ne zavisi samo od početnog i konačnog stanja sistema, nego i od vrste procesa kojim je sistem prešao iz početnog u konačno stanje. Zbog toga je, pri davanju brojnih vrednosti specifične toplote, neophodno naglasiti karakter procesa pri kome je ta vrednost dobijena (izmerena ili izračunata).

Dole će biti izračunate specifične toplote idealnih gasova pri nekim procesima.

§ 27.4. Izohorski proces

1. Proces pri kome se zapremina gasa ne menja zove se izohorski. Iz jednačine gasnog stanja (26.11) pri uslovu $V = \text{const}$

sledi da je pri izohorskom procesu pritisak idealnog gasa srazmeran njegovoj apsolutnoj temperaturi (Šarlov zakon):

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (27.9)$$

2. Očigledno je da se pri ovom procesu rad ne vrši, jer je $\Delta V=0$, pa je i $A=0$. Odavde sledi da se celokupna količina toplote, koju gas primi, utroši na promenu unutrašnje energije gasa. Na osnovu (27.7) dobijamo za izohorski proces

$$Q_V = U_2 - U_1 = \frac{3}{2} Nk (T_2 - T_1) \quad (27.10)$$

Ovde smo iskoristili uobičajeno obeležavanje u termodinamici: kada je bilo koji parametar u procesu konstantan, tada on služi kao indeks kojim je obeležena tražena veličina. Naprimer, Q_V se čita ovako: količina toplote koju prima sistem pri konstantnoj zapremini; C_V - specifična toplota pri konstantnoj zapremini (izohorska specifična toplota) itd.

3. Izohorsku specifičnu toplotu ćemo odrediti prema izrazima (27.8) i (27.10)

$$C_V = \frac{Q_V}{m(T_2 - T_1)} = \frac{\frac{3}{2} Nk}{m} = \frac{3}{2} \frac{k}{m_0}, \quad (27.11)$$

jer je količnik mase gasa m i broja molekula N masa jednog molekula:

$$m_0 = \frac{m}{N}.$$

Koristeći se izrazom (27.11) možemo izračunati specifičnu toplotu svakog jednoatomske gasa, tj. gasa čiji se molekuli sastoje od jednog atoma. Takvi su na primer inertni gasovi (helijum, neon, argon i dr.), pare metala i slično.

4. U mnogim slučajevima se umesto specifične toplote koriste molarne specifične toplote C_m :

$$C_{mV} = MC_V \quad (27.12)$$

gde je M - molekulska masa gasa, tj. masa jednog kilomola. Masa kilomola je jednaka proizvodu mase jednog molekula i broja molekula u jednom kilomolu, tj. Avogadrovog broja:

$$M = m_0 N_A \quad (27.13)$$

Kada u izraz (27.12) stavimo vrednosti za C_V i M iz (27.11) i (27.13), dobijamo:

$$C_{mV} = \frac{3}{2} N_{Ak} = \frac{3}{2} R. \quad (27.14)$$

Dobijena vrednost za molarnu specifičnu toplotu jednoatomskih gasova se odlično slaže sa eksperimentalnim rezultatima u vrlo širokom intervalu temperatura.

§ 27.5. Izobarski proces

1. Izobarski proces je takva promena stanja gasa pri kojoj se ne menja pritisak. Iz jednačine gasnog stanja (26.11), pri uslovu $p = \text{const}$ sledi da je pri izobarskom procesu zapremina idealnog gasa srazmerna njegovoj apsolutnoj temperaturi (Gej-Lisakov zakon):

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (27.15)$$

2. Rad pri izobarskom procesu se izračunava sasvim jednostavno. Pošto je $p = \text{const}$, to je

$$A_p = p (V_2 - V_1), \quad (27.16)$$

gde je V_1 - početna, V_2 - krajnja zapremina. Na grafiku je taj predstavljen površinom pravougaonika (sl.27.4).

Ovaj rad se može izraziti pomoću promene temperature gasa. Koristeći izraz (26.11) imamo:

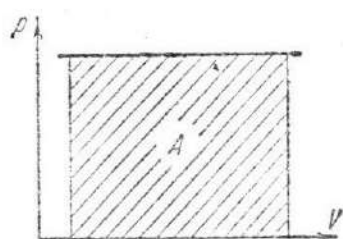
$$pV_2 = NkT_2, \quad pV_1 = NkT_1,$$

pa je

$$A_p = Nk (T_2 - T_1). \quad (27.17)$$

3. Količina toplote, koja se preda idealnom gasu, troši se, kako za povećanje unutrašnje energije, tako i za rad pri širenju gasa. Prema (27.7) imamo za jednoatomske gasove

$$\begin{aligned} Q_p &= U_2 - U_1 + A_p = \frac{3}{2} Nk(T_2 - T_1) + Nk(T_2 - T_1) = \\ &= \frac{5}{2} Nk (T_2 - T_1) \end{aligned} \quad (27.18)$$



Sl.27.4

Vidimo da je za izaborsko zagrevanje gasa potrebno utrošiti veću količinu toplote, nego za izohorsko zagrevanje u istom temperaturnom intervalu. To je sasvim jasno, jer se unutrašnja energija u oba slučaja menja za istu veličinu, ali pri izobarskom procesu gas još i vrši rad, dok se pri izohorskom procesu rad ne vrši.

4. Očigledno je da je izobarska specifična toplota veća od izohorske; za jednoatomske gas

$$c_p = \frac{Q_p}{m(T_2 - T_1)} = \frac{5}{2} \frac{k}{m_0}, \quad (27.19)$$

gde je $c_v = \frac{3}{2} \frac{k}{m_0}$ [vidi (27.11)]. Odgovarajuća molarna speci-

fična toplota takvog gasa je:

$$C_{mp} = \frac{5}{2} R = \frac{3}{2} R + R = C_{mv} + R \quad (27.20)$$

5. Odnos izmedju izobarske i izohorske specifične toplote zove se Poasonov koeficijent:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (27.21)$$

Upoređujući (27.11) i (27.19) dobijamo važan postulat: za sve jednoatomske gasove Poasonov koeficijent ima istu vrednost

$$\gamma = \frac{5}{3} = 1,67 \quad (27.22)$$

Eksperiment, u vrlo širokom temperaturskom intervalu za jednoatomske gasove koji se mogu smatrati idealnim, sjajno potvrđuje rezultat ovog proračuna.

§ 27.6. Izotermiski proces

1. Kako je već rečeno u § 26.1, izotermiski proces je takva promena stanja gasa pri kojoj se ne menja temperatura gasa. Tamo je pokazano da se odnos izmedju pritiska i zapremine gasa pri izotermiskom procesu izražava Bojl-Mariotovim zakonom (26.4) i dati su grafici izoterma u dijagramima p-V i p- γ .

Rad, koji se izvrši pri izotermiskom procesu predstavljen je na grafiku površinom krivolinijskog trapeza. Taj rad se ne može izračunati elementarnim metodama, ali za zadane brojne vrednosti, pritiska i zapremine uvek se može sprovesti numerički proračun, po metodi izloženoj u § 27.2. Preporučujemo čitaocu da samostalno izvede proračun, Dobijeni rezultat može proveriti po formuli koju dajemo bez izvodjenja:

$$A_T = 2,3 p_1 V_1 \lg \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = 2,3 \cdot N k T \lg \frac{V_2}{V_1}$$

2. Pri izotermnom procesu se unutrašnja energija ne menja, što neposredno sledi iz (27.3), jer je $T_2 = T_1 = T$. Zbog toga se nekada izvodi netačan zaključak: pri izotermnom procesu se temperatura ne menja, dakle gasu ne treba dovesti toplotu. To je netačan zaključak! Iz prvog principa termodinamike (27.6) sledi

$$Q_T = A_T \quad (27.23)$$

tj. pri izotermnom procesu je neophodno dovesti gasu izvesnu količinu toplote, koja je jednaka radu, koji gas izvrši pri širenju.

3. Kako se pri izotermnom procesu gasu dovesti toplota, a njegova temperatura se pri tome ne menja, to pojam izotemske specifične toplote, uopšte govoreći, nema smisla: u imeniocu razlomka (27.8) treba staviti $T_2 - T_1 = 0$.

Ako je izraz skoro izotermni, tj. ako dolazi do malih promena temperature tada se specifična toplota gasa izražava vrlo velikim brojem, jer kada imenilac teži nuli, tada se razlomak neograničeno povećava. Baš u tom smislu se kaže da je pri izotermnom procesu specifična toplota gasa beskonačno velika.

§ 27.7. Adijabatski proces

1. Kako je već rečeno u 21.5, adijabatski proces je takva promena stanja sistema pri kome nema izmene toplote sa okolinom. Prema ovoj definiciji je $\Delta Q_{ad} = 0$. Odavde sledi [vidi (27.8)] da je i adijabatska specifična toplota gasa jednaka nuli $C_{ad} = 0$.

Da bi se proces u gasu mogao smatrati adijabatskim, potrebno je gas toplotno izolovati, tj. staviti ga u adijabatsku oblogu (tj. Djuarovog suda). Medjutim, postoji i druga mogućnost:

proces se može izvesti tako brzo da nedodje pri tom do izmene toplote između gasa i okoline. To je moguće ako izmena toplote teče mnogo sporije od sabijanja ili širenja gasa.

2. Pri adijabatskom širenju, gas vrši rad na račun smanjivanja njegove unutrašnje energije (ukoliko ne postoji razmena toplote sa okolinom). Pri adijabatskom sabijanju gasa njegova unutrašnja energija se povećava i to povećanje je jednako izvršenom radu spoljašnjih sila pri sabijanju gasa. A kako je unutrašnja energija idealnog gasa potpuno određena temperaturom, to je jasno da se pri adijabatskom sabijanju idealnog gasa njegova temperatura povišava, a pri širenju smanjuje.

Ova osobina se u praksi mnogo primenjuje. Tako, naprimer, kada se otvori ventil balona u kome se nalazi gas ugljendioksid (na pritisku od oko 40 at), tada se ovaj gas adijabatski širi (vrlo brzo). Pri tome se temperatura gasa snizi do -80°C , a deo gasa prelazi u kristalnu masu, sličnu snegu. Presovanjem te mase dobija se "suvi led".

U motorima sa unutrašnjim sagorevanjem tipa "Dizel" pri brzom adijabatskom sabijanju vazduha, njegova temperatura se poviši i do $(500-600)^{\circ}\text{C}$ što dovodi do paljenja tečnog goriva koje se ubacuje u cilindar na kraju sabijanja.

3. Pošto adijabatski proces protiče bez izmene toplote sa okolinom, to za izračunavanje rada treba u izraz (27.6) staviti $Q_{ad}=0$. Tada dobijamo za jednoatomske gas saglasno (27.7):

$$A_{ad} = \frac{3}{2} Nk (T_1 - T_2) \quad (27.24)$$

gde je T_1 - početna, a T_2 - konačna temperatura. Koristeći jednačinu gasnog stanja (26.11), dobijamo

$$A_{ad} = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1} = \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_2 V_2), \quad (27.25)$$

jer je prema (27.22),

$$\gamma - 1 = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}.$$

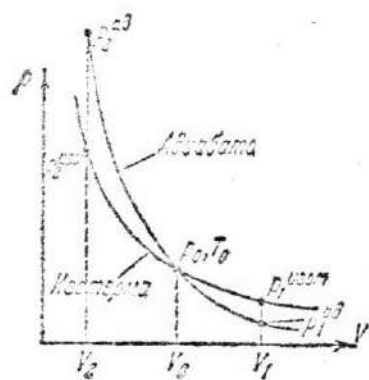
4. Objasnimo kako se menja pritisak idealnog gasa pri adijabatskoj promeni zapremine i nacrtajmo grafik adijabate u pV - dijagramu (sl. 27.5).

Neka se gas nalazi u nekom početnom stanju sa karakterističnim parametrima: zapreminom - V_0 , pritiskom p_0 i temperaturom - T_0 . Neka se zapremina gasa poveća do vrednosti V_1 . Kada bi širenje bilo izotermno, tada bi pritisak bio $p_1^{\text{izot}} = \frac{p_0 V_0}{V_1}$. Ako je, pak, širenje adijabatsko tada pritisak brže opada jer se pri adijabatskom širenju temperatura gasa snižava a pritisak se smanjuje i zbog povećanja zapremine (kao kod izoternskog procesa) ali i zbog snižavanja temperature. Iz jednačine gasnog stanja

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_1 V_1}{T_1},$$

dobijamo

$$p_1^{\text{ad}} = \frac{p_0 V_0}{V_1} \frac{T_1}{T_0} = p_1^{\text{izot}} \cdot \frac{T_1}{T_0}$$



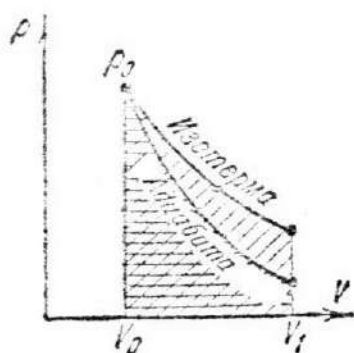
Sl.27.5

Kako je pri adijabatskom širenju $T_1 < T_0$, to je $p_1^{\text{ad}} < p_1^{\text{izot}}$. Zbog toga grafik adijabate ide ispod grafika izoterme.

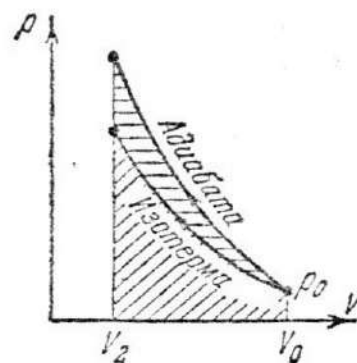
Slično rezonovanje možemo izvesti i za sabijanje gasa od stanja sa parametrima p_0, V_0, T_0 do stanja sa parametrima p_2, V_2, T_2 . Čitalas će se uveriti da grafik adijabate mora ići iznad grafika

izoterme, jer se pri tome temperatura povišava a pritisak raste i zbog smanjivanja zapremine (kao kod izoternskog procesa), ali i zbog povišavanja temperature.

Iz grafika se vidi da pri adijabatskom širenju gas vrši manji rad nego pri izotermnom širenju, za istu promenu zapremine (sl.27.6). No, pri adijabatskom sabijanju rad spoljašnjih sila je veći nego pri izotermnom procesu (s .27.7)



Sl.27.6.



Sl.27.7.

5. Veza izmedju pritiska i zapremine idealnog gasa pri adijabatskom procesu data je Poasonovom jednačinom, koju ovde dajemo bez dokaza:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \quad (27.26)$$

§ 27.8. Specifična toplota dvoatomskih gasova

1. Ogledom je utvrđeno da su specifične toplote dvoatomskih gasova (vodonika, kiseonika, azota i dr.), a takodje i mnogoatomskih gasova (ugljendioksid, metan i sl.) dosta veće od specifične toplote jednoatomskih gasova. Osim toga, specifične toplote ovih gasova su različite pri različitim temperaturama, dok specifične toplote jednoatomskih gasova ne zavise od temperature. Pošto nemamo mogućnosti da ovde izložimo teoriju specifičnih toplota mnogoatomskih gasova, mi ćemo na primeru vodonika i kiseonika objasniti karakter zavisnosti specifične toplote dvoatomskih gasova od temperature, a zatim ćemo izložiti osnovne ideje kvantne teorije ove pojave.

2. Pri normalnom pritisku tačka ključanja vodonika je 20,45 K. Jasno je da se blizu te temperature vodonik ne može smatrati idealnim gasom. Međutim, pri višim temperaturama, počev od oko 30 K, taj gas se već ponaša kao idealan gas.

Specifična toplota vodonika u intervalu od oko 30 K do, otprilike, -80 K, ne razlikuje se od specifične toplote jednoatomskih gasova. Međutim, pri povišenju temperature iznad 80 K, specifična toplota postepeno raste, a Poasonov koeficijent opada. Eksperimentalni rezultati su navedeni u tablici 27.1.

Tačka ključanja kiseonika pri normalnom pritisku je 90,25 K. Počevši od temperature od oko 100 K, kiseonik se pri normalnim uslovima ponaša kao idealan gas, čija je izobarska molarna specifična toplota $C_{mp} \approx \frac{7}{2} R$, a Poasonov koeficijent $\gamma \approx 1,4$. Sa povišenjem temperature specifična toplota raste (tabl.27.2).

Tablica 27.1

K	Mereno		Izračunato		
	C_p , $\frac{\text{kcal}}{\text{kmol}\cdot\text{K}}$	γ	$\frac{C_p}{R}$	$\frac{C_v}{R}$	$\frac{C_p-C_v}{R}$
50	4,96	1,66	2,51	1,51	1,00
100	5,48	1,57	2,76	1,76	1,00
273	6,86	1,41	3,46	2,46	1,00
773	7,06	1,39	3,56	2,56	1,00
1273	7,49	1,36	3,76	2,77	0,99

Tablica 27.2

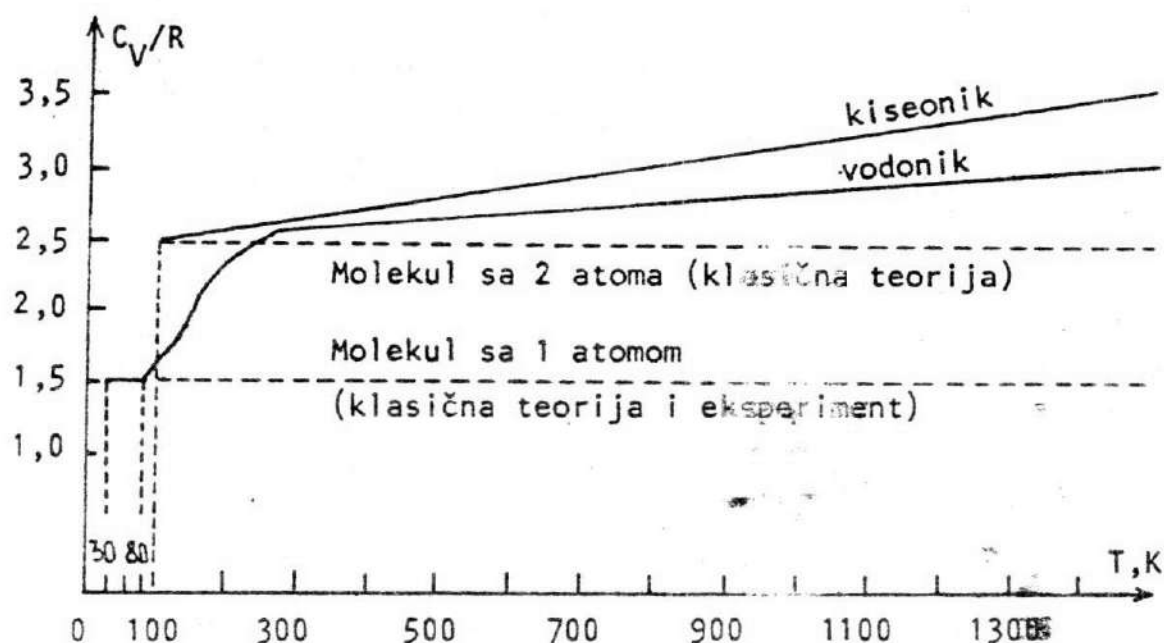
K	Mereno		Izračunato		
	C_p , $\frac{\text{kcal}}{\text{kmol}\cdot\text{K}}$	γ	$\frac{C_p}{R}$	$\frac{C_v}{R}$	$\frac{C_p-C_v}{R}$
150	6,96	1,40	3,50	2,50	1,00
273	7,01	1,39	3,53	2,53	1,00
773	8,02	1,22	4,04	3,05	0,99
1273	8,59	1,29	4,32	3,34	0,98

Na slici 27.8 je data zavisnost izohorskih specifičnih toplota kiseonika i vodonika od temperature. Za uporedjivanje je, takodje, data i specifična toplota jednoatomskih gasova.

4. Kao i u slučaju jednoatomskog gasa izohorsku specifičnu toplotu karakteriše količina toplote, koja se utroši za povećanje unutrašnje energije gasa. Ali, pri konstantnoj temperaturi srednje kinetičke energije translatornog kretanja iste su i za molekule sastavljene od jednog

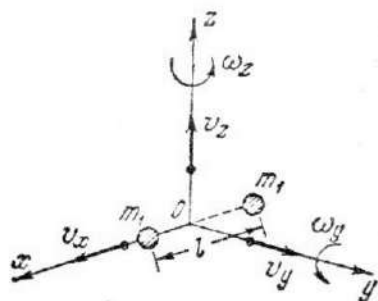
atoma i za molekule od dva ili više atoma. Sledi da unutrašnja energija mnogoatomskih gasova predstavlja zbir, ne samo energija translatorsnog kretanja svih molekula, nego i zbir energija drugih oblika kretanja: rotacija molekula i oscilacija atoma unutar molekula.

U klasičnoj molekulskoj teoriji se pretpostavljalo da je dvoatomski molekul čvrst sistem sastavljen od dve kuglice, a da se rastojanje izmedju tih kuglica /atoma/ ne menja. Molekul



Sl.27.8

se može kretati translatorsno duž tri proizvoljna pravca /koordinatne ose/ i može rotirati oko dve ose, naprimer oko Oy i Oz /sl.27.9/. Rotacija oko ose Ox nema udela na promenu energije, jer



Sl.27.9

je mala vrednost momenta inercije pri rotaciji u odnosu na ovu osu. Sledi da je energija dvoatomskog molekula jednaka zbiru kinetičkih energija koje potiču od tri translatorsna i dva rotaciona kretanja:

$$\mathcal{E}_k = \frac{m\bar{v}_x^2}{2} + \frac{m\bar{v}_y^2}{2} + \frac{m\bar{v}_z^2}{2} + \frac{J\bar{\omega}_y^2}{2} + \frac{J\bar{\omega}_z^2}{2} \quad /27.27/$$

U klasičnoj molekulskoj teoriji se dokazuje da svakom od ovih kretanja pripada, približno, ista energija, jednaka

$$\frac{kT}{2} :$$

$$\frac{m\bar{v}_x^2}{2} = \frac{m\bar{v}_y^2}{2} = \frac{m\bar{v}_z^2}{2} = \frac{J\bar{\omega}_x^2}{2} = \frac{J\bar{\omega}_z^2}{2} = \frac{1}{2} kT.$$

Kada stavimo poslednji izraz u jednačinu (27.27) dobijamo da je srednja energija molekula dvoatomskog gasa

$$\bar{\epsilon}_k = \frac{5}{2} kT. \quad (27.28)$$

Oдавде sledi da je unutrašnja energija jednog kilomola dvoatomskog gasa

$$U_m = \frac{5}{2} N_A kT + \text{const} = \frac{5}{2} RT + \text{const} \quad (27.29)$$

Izohorska molarna specifična toplota je:

$$C_{mV} = \frac{5}{2} R. \quad (27.30)$$

5. Ako uporedimo poslednji rezultat sa eksperimentalnim rezultatima (vidi sl.27.8), zaključujemo da brojne vrednosti specifičnih toplota dvoatomskih gasova mnogo odstupaju od teorijske vrednosti (27.30). Medjutim, klasična teorija sadrži još i veće nedostatke - ona nije u stanju da objasni sledeće činjenice:

1) Zbog čega se specifične toplote dvoatomskih gasova (i, uopšte, monogoatomskih) povećavaju sa povišenjem temperature?

2) Zbog čega specifična toplota vodonika pri niskim temperaturama ista kao specifična toplota jednoatomskih gasova (tj. $C_{mV} = \frac{3}{2} R$, a ne $\frac{5}{2} R$, kao pri višim temperaturama)?

3) Zbog čega se ovaj efekat javlja kod vodonika, a ne i kod kiseonika?

4) Zbog čega se dvoatomski molekuli ponašaju kao kompaktni, čvrsti sistemi? Zbog čega pri sudarima ne dolazi do oscilacija atoma u molekulu?

Teoriju specifičnih toplota uspela je da objasni tek kvantna mehanika.

§ 27.9. Pojam o kvantnoj teoriji specifičnih toplota gasova

1. Energija molekula dvoatomskeg gasa se može predstaviti kao zbir kinetičkih energija translacije i rotacije molekula i energije oscilacija atoma u molekulu:

$$\begin{aligned}\bar{\mathcal{E}} &= \bar{\mathcal{E}}_{\text{transl.}}^{\text{kin}} + \bar{\mathcal{E}}_{\text{rot.}}^{\text{kin}} + \bar{\mathcal{E}}_{\text{osc.}} = \\ &= \frac{p^2}{2m_0} + \frac{L^2}{2J} + \bar{\mathcal{E}}_{\text{osc.}},\end{aligned}\quad (27.31)$$

gde je p - impuls molekula, L - moment impulsa, m_0 - masa molekula, J - moment inercije. Promena unutrašnje energije se svodi na promenu energije translacionog i rotacionog kretanja molekula i promenu energije oscilovanja. Međutim, prema kvantnoj teoriji te tri komponente energije molekula različito reaguju na promenu temperature gasa.

2. Promena kinetičke energije translacionog kretanja se svodi na promenu impulsa molekula. Jasno je da promena impulsa molekula mora biti veća od neodredjenosti impulsa, a može se izračunati na osnovu (14.5). Stavljajući (14.5) u neodredjenost koordinate, koja je po redu veličine jednaka dužini slobodnog puta molekula $\Delta l \approx \lambda \approx 10^{-7}$ m (vidi 25.3), dobijamo neodredjenost impulsa

$$\Delta p \approx \frac{\hbar}{\Delta l} = \frac{10^{-34}}{10^{-7}} = 10^{-27} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}.$$

Ovoj neodredjenosti impulsa odgovara neodredjenost kinetičke energije molekula

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{transl.}} = \frac{(p + \Delta p)^2}{2m_0} - \frac{p^2}{2m_0} = \frac{2p\Delta p + \Delta p^2}{2m_0} \geq \frac{3\Delta p^2}{2m_0}.$$

Neodredjenosti energije odgovara neodredjenost temperature $\Delta T_{\text{transl.}}$, koja se može odrediti iz jednačine:

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{transl}} = \frac{3}{2} k \Delta T_{\text{transl}}.$$

Oдавде sledi da je

$$\Delta T_{\text{transl}} = \frac{\Delta p^2}{m_0 k}. \quad (27.32)$$

Masa molekula vodonika je $m_0 = \frac{2}{6,02 \cdot 10^{26}} \text{ kg} = 3,32 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Sledi da je

$$\Delta T_{\text{transl}} = \frac{10^{-54}}{3,32 \cdot 10^{-27} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 2,10^{-5} \text{ K}.$$

To znači da se energija translatornog kretanja može menjati pri svakoj promeni temperature. A to znači da za ovakvo kretanje kvantna teorija daje isti rezultat kao i klasična.

3. Promena kinetičke energije rotacije molekula svodi se na promenu momenta impulsa. U kvantnoj teoriji je pokazano da promena momenta impulsa ne može biti proizvoljna, nego moment impulsa može biti samo umnožak Plankove konstante. Odatle sledi da moment impulsa može uzimati samo niz diskretnih vrednosti :

$$L_1 = \hbar, L_2 = 2\hbar \dots L_n = n\hbar.$$

Isto tako i kinetička energija rotacije može imati vrednosti:

$$\mathcal{E}_{\text{rot}}^{(1)} = \frac{L_1^2}{2J} = \frac{\hbar^2}{2J}, \quad \mathcal{E}_{\text{rot}}^{(2)} = \frac{L_2^2}{2J} = \frac{4\hbar^2}{2J} \text{ itd.}$$

Minimalna promena kinetičke energije rotacije molekula može biti

$$\Delta \mathcal{E}_{\text{rot}}^{\text{kin}} = \mathcal{E}_{\text{rot}}^{(2)} - \mathcal{E}_{\text{rot}}^{(1)} = \frac{3}{2} \frac{\hbar^2}{J}.$$

Ovoj promeni energije odgovara promena temperature prema jednačini:

$$\frac{3}{2} k \Delta T_{\text{rot}} = \frac{3k^2}{2J}, \text{ odakle sledi:}$$

$$\Delta T_{\text{rot}} = \frac{k^2}{Jk} \quad (27.33)$$

4. Odredimo moment inercije molekula vodonika. Neka taj molekul ima oblik kao na slici 27.9. Rastojanje izmedju centra atoma je $\ell \approx 0,74 \cdot 10^{-10}$ m, masa atoma vodonika je dva puta manja od mase molekula i iznosi $m_1 = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg. Tada je

$$J_{H_2} = 2m_1 r^2 \approx 5 \cdot 10^{-48} \text{ kg m}^2.$$

($r = \frac{\ell}{2}$). Kada ovu vrednost za moment inercije stavimo u izraz (27.33), dobijamo da je za promenu kinetičke energije rotacije molekula vodonika potrebna promena temperature za

$$\Delta T_{\text{rot}} \approx \frac{10^{-68}}{5 \cdot 10^{-48} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 140 \text{ K}$$

Dakle, na temperaturama reda veličine 200 K pri sudarima mogu da promene svoju rotacionu energiju, pa je $C_{mV} \approx \frac{5}{2} R$.

Na temperaturama od oko 100 K samo mali broj molekula, čija je brzina prema Maksvelovoj raspodeli (vidi 25.2) veća od srednje, mogu pri sudarima da promene rotacionu energiju. Zbog toga je na tim temperaturama $\frac{3}{2} R < C_{mV} < \frac{5}{2} R$. A na nižim temperaturama od 80 K, procenat molekula koji mogu pri sudarima da promene rotacionu energiju, je toliko mali da se, faktički, pri tim temperaturama menja samo kinetička energija translacionog kretanja. Prirodno je da je na tim temperaturama izohorska specifična toplota ista kao i kod jednoatomske gasa.

5. Sasvim drukčije stoji stvar sa kiseonikom. Masa atoma kiseonika je 16 puta veća od mase atoma vodonika, a rastojanje izmedju atoma ^{je} reda veličine $\ell \approx 1,2 \cdot 10^{-10}$ m; moment inercije molekula kiseonika je oko 40 puta veći od momenta iner-

cije molekula vodonika. Prema (27.33) promena temperature gasa, potrebna da dovede do promene rotacione energije iznosi za kiseonik $\Delta T_{\text{rot}} \approx 3\text{K}$. Kako je tačka ključanja kiseonika pri normalnom pritisku 90 K to (pri uslovima kada se kiseonik može smatrati idealnim gasom) pri sudarima dolazi i do promene i translatorne i rotacione energije. Ovi rezultati odgovaraju klasičnoj teoriji specifičnih toplota dvoatomskih gasova.

6. U dosadašnjim razmatranjima nismo uzimali u obzir energije oscilatornog kretanja. Prećutno se prepostavlja da je na posmatranim temperaturama ova energija konstantna. To se, takodje, sasvim dobro objašnjava na osnovu kvantne mehanike, gde je dokazano da je oscilatorna energija u prvoj aproksimaciji

$$\epsilon_{\text{osc}} = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2}\right).$$

Ovde je ω - sopstvene frekvencija oscilacija atoma u molekulu, a n - celi broj: $n=0,1,2,3, \dots$. Odavde sledi da je minimalna promena energije oscilacije $\Delta\epsilon_{\text{osc}} = \hbar\omega$

Sopstvene frekvence oscilacije molekula se odredjuje optičkim metodama. Za vodonik je sopstvena frekvencija $\epsilon_{\text{H}_2} = 7,86 \cdot 10^{14} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, a za kiseonik - $\epsilon_{\text{O}_2} = 2,94 \cdot 10^{14} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Izračunajmo temperaturu pri kojoj, usled sudara medju molekulima, dolazi do povećanja oscilatorne energije. Dobijamo $\frac{3}{2} kT = \Delta\epsilon_{\text{osc}} = \hbar\omega$, odakle je

$$\Delta T_{\text{osc}} = \frac{2\hbar\omega}{3k} \quad (27.34)$$

Za vodonik je ta temperatura:

$$\Delta T_{\text{osc}} \approx \frac{2 \cdot 10^{-34} \cdot 7,86 \cdot 10^{14}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 3800 \text{ K};$$

a za kiseonik je

$$\Delta T_{\text{osc}} \approx \frac{2 \cdot 10^{-34} \cdot 2,94 \cdot 10^{14}}{3,1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 1400 \text{ K.}$$

Jasno je da se u intervalu temperature od oko (1300-1500)K oscilatorna energija u molekulu vodonika slabo menja zbog čega specifična toplota vodonika ne raste tako brzo kao specifična toplota kiseonika (vidi sl.27.8).

U molekulu kiseonika, pak, oscilatorna energija raste pri dosta nižim temperaturama. Već na temperaturama od oko (700-800)K oko polovina molekula je sposobna da poveća oscilatornu energiju, zbog čega je $C_{mV} \approx 3R$, što je dosta veće od vrednosti za specifičnu toplotu dvoatomskih gasova prema klasičnoj teoriji (2,5R). Međutim, na temperaturama od (1400-1500)R svi molekuli pri sudarima menjaju oscilatornu energiju.

Može se izračunati granica kojoj teži izohorska specifična toplota kiseonika koristeći se istim pravilom koje smo koristili u § 27.8. za izračunavanje kinetičke energije translacije i rotacije. Pri oscilacijama se menjaju i kinetička i potencijalna energija molekula. Pokazano je da su promene ovih energija jednake i da je svaka od njih $\frac{kT}{2}$. Umesto izraza (27.28) dobija se

$$\bar{\epsilon}_k = \frac{7}{2} kT. \quad (27.35)$$

Oдавде sledi da je

$$C_{mV} = \frac{7}{2} R, \quad C_{mp} = \frac{9}{2} R \quad \text{i} \quad \gamma = \frac{9}{7} = 1,29.$$

Ako ove rezultate uporedimo sa vrednostima u tablici 27.2. vidimo da se ovaj rezultat dobro slaže sa eksperimentalnim rezultatima.

7. Dakle, uverili smo se da se na osnovu kvantnih postavki mogu objasniti karakteristične osobenosti ponašanja specifičnih toplota dvoatomskih gasova. Međutim, klasična statistika nije u stanju da objasni sve te pojave, iako u pojedinim slučajevima uspeva da dobije granične vrednosti nekih veličina.

GLAVA 28

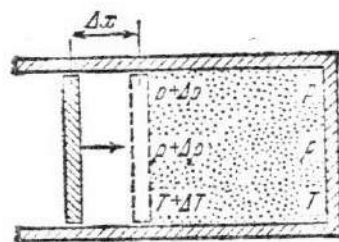
DRUGI PRINCIP TERMODINAMIKE

§ 28.1. Kvazistički procesi

1. U prethodnim glavama, dok smo posmatrali različite procese idealnih gasova, govorili smo o temperaturi gasa, njegovoj gustini, pritisku. Pri tome smo prećutno pretpostavljali da su u svim tačkama gasa njegov pritisak, gustina, temperatura - isti. Te veličine se zovu termodinamički parametri stanja.

Strogo govoreći, jednakost termodinamičkih parametara u svim tačkama u gasu moguća je samo pri uslovu da je sistem u stanju ravnoteže. Ako, pak, u sistemu dodje do bilo kakvih procesa, tada se dati uslov narušava.

Naprimer, ako se klip na cilindru samo malo pomeri, tada će gas u blizini klipa malo da se sabije i u toj oblasti njegov pritisak, temperatura i gustina rastu. U drugim delovima zapre-



Sl.28.1

ne gasa, temperaturi ne mogu trenutno da se promene (sl. 28.1). Posle izvesnog vremena τ , koje se zove vreme relaksacije, narušena ravnoteža se ponovo uspostavlja. Parametri gasa se u svim tačkama izmene, ali su opet u svim tačkama isti.

Neka se sabijanje vrši vrlo sporo tako da vreme procesa mnogo duže traje od vremena relaksacije. U tom slučaju se ceo proces može predstaviti u obliku zbira velikog broja vrlo malih sabijanja, pod uslovom da je svako mikrosabijanje još uvek traje duže od vremena relaksacije. Tada se za vreme svakog mikrosabijanja u sistemu uspostavlja ravnoteža. Ceo proces se, dakle, sastoji od velikog broja ravnotežnih stanja.

Proces, pri kome sistem prolazi kroz niz ravnotežnih stanja zove se kvazistatički, tj. kao da su ravnotežna stanja

(od lat. quasi - slično).

2. Brzina izohorskog, izobarskog ili izotermnog procesa ničim nije ograničena, jer se ti procesi mogu ostvariti sa, koliko god hoćemo, malom brzinom. I zbog toga u malom sudu, čiji su zidovi odlični provodnici toplote, može se svaki od ovih procesa svakom zadanom tačnošću ostvariti kao kvazistatički.

Mnogo je teže ostvariti kvazistatički adijabatski proces. S jedne strane - ovaj proces mora teći tako brzo da ne bi došlo do izmene toplote sa okolinom. S druge strane - vreme trajanja procesa mora biti mnogo duže od vremena relaksacije. Pošto su ova dva uslova protivrečna, nije lako ostvariti njihovo istovremeno zadovoljavanje. Praktično, ovaj proces je samo u prvoj aproksimaciji adijabatski i kvazistatički.

3. Pri grafičkom predstavljanju se uvek crtaju samo kvazistatički procesi, jer svaka tačka na grafiku, ustvari, predstavlja neko od ravnotežnih stanja. Grafičko predstavljanje realnih procesa ovde se neće razmatrati.

§ 28.2. Povratni procesi

1. Ako promena stanja sistema odgovara sledećim uslovima, onda je proces povratan.

a) Proces se podjednako lako može voditi i u jednom i u suprotnom smeru.

b) U svakom od ovih slučajeva sistem prolazi kroz ista trenutna stanja.

c) Posle izvođenja procesa u jednom i suprotnom smeru sistem i okolna tela se vraćaju u početno stanje.

Svaki proces koji ne zadovoljava makar i jedan od ovih uslova je nepovratan.

2. Procesi su povratni u sistemima gde deluju konzervativne sile (§ 18.5).

Zaista, neka apsolutno elastična loptica pada u vakuumu na apsolutno čvrstu horizontalnu podlogu. Koristeći se zakonom elastičnog udara (vidi § 17.3), nije teško pokazati da će se kuglica posle udara kretati naviše do početnog položaja prošavši u obrnutom smeru ista trenutna stanja koje je prošla pri padanju. Posle završetka procesa i loptica i okolna tela će doći u početno stanje. Ovo se može ponoviti kolikogod hoćemo puta.

Isto tako je lako da se uverimo da su oscilacije klatna u vakuumu ili tela na idealno elastičnoj opruzi takodje povratni procesi.

3. Nije teško uveriti se da su i svi kvazistatički toplotni procesi takodje povratni. Posmatrajmo, na primer, kvazistatički izotermni proces.

Neka se gas kvazistatički i izotermni širi i neka je njegova zapremina povećana za malu veličinu ΔV . Ako je pri tim procesima sistem prolazio kroz ravnotežna stanja, očigledno je da se u svakom momentu možemo povesti proces i u suprotnom smeru, tj. da ga sabijemo za istu tu zapreminu ΔV . Pri tome ceo sistem prolazi kroz ista trenutna stanja kroz koja je prolazio i pri širenju.

Kako je poznato (vidi § 27.6), gas pri izotermnom širenju vrši rad pošto iz okolne sredine primi količinu toplote: $Q_T = A_T$. Neka je taj rad utrošen za povećanje potencijalne energije nekog tela mase m , koje se pri tom podiže na visinu h . Tada iz zakona o održanja energije sledi da je $Q_T = A_{\text{širenja}} = mgh$. Pri obratnom procesu telo se spušta sa iste visine h ; njegova potencijalna energija se utroši za sabijanje gasa. Pri tome će gas predati okolini istu količinu toplote koju je gas dobio pri širenju.

Dakle, posle procesa širenja a zatim sabijanja gasa i gas i okolna sredina vraća se na početno stanje, prošavši kroz ista trenutna stanja. Dakle, kvazistatički izotermni proces je povratan.

Analognim razmatranjem se može dokazati da su i svi drugi kvazistatički procesi povratni, jer u prethodnim razmatranjima nije bilo važno koja je vrsta procesa pri razmeni toplote između sistema i okoline nego je samo važna sposobnost sistema da prodje kroz ravnotežna trenutna stanja.

§ 28.3. Nepovratnost realnih toplotnih procesa

1. Razmotreni primeri realnih procesa su idealizacija prirodnih pojava. Ustvari, u prirodi nema strogo, konzervativnih sistema; naprimer, u svakom realnom sistemu postoje sile trenja. U prirodi, takodje, nema ni strogo kvazistatičkih procesa, jer ni jedan toplotni proces ne teče beskonačno polako, nego ima konačnu brzinu. Odavde sledi da su svi realni procesi u prirodi nepovratni.

Ne treba, međjutim, misliti da je pojam o povratnom kvazistatičkom procesu bez smisla i zbog toga - suvišan. Slično idealizacijama kao što su materijalna tačka, tačkasto naelektrisanje, konzervativni sistem itd. i pojam o povratnom procesu je sasvim pogodna idealizacija realnih procesa pomoću koga se u nizu slučajeva može uprostiti rešavanje nekog konkretnog zadatka. Treba samo najpre tačno proveriti u kolikoj meri je primena te idealizacije dozvoljena, u kolikoj meri se rezultati takvog idealiziranog proračuna slažu sa eksperimentalnim rezultatima.

Razmotrićemo neke primere koji ilustruju nepovratnost realnih toplotnih procesa.

2. Na osnovu eksperimenta je zaključeno da pri difuziji dolazi do izjednačavanja koncentracije bez spoljašnjeg dejstva - dakle, spontano. Obrnuti proces se nikada ne dogodi; ma koliko dugo čekali nikada se neće desiti da se, naprimer, razdvoji smeša gasova na početne komponente ili da se rastvorena supstanca u tečnosti (so, šećer, boja, itd.) sama od sebe izdvoji iz te tečnosti.

Ipak, smeša se može razdvojiti na početne komponente, ali pri tome, u prvom redu, sistem ne prolazi kroz ista trenutna stanja kroz koja je prošao pri difuziji. Osim toga povratak sistema na početno stanje bitno menja svojstva okolnih tela. Tako pri razdvajanju gasne smeše, nastale pri difuziji, na početne komponente (vidi § 25.6) moramo utrošiti energiju za rad pumpe; isto tako izdvajajući, naprimer, so iz vodenog rastvora destilacijom trošimo energiju za isparavanje vode, što je povezano sa promenom stanja okolne sredine.

Dakle, difuzija je jednostran, nepovratan proces.

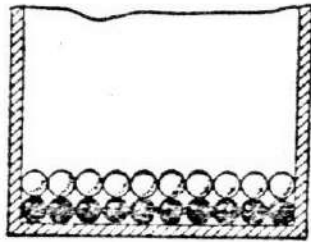
3. Ogleđom je utvrđeno da je izmena toplote sa okolinom, takodje, nepovratan proces. Pri prelazu toplote energija sama od sebe (spontano) prelazi sa tela više temperature na telo niže temperature. Posledica ovakvog prelaza toplote je izjednačavanje temperature. Obrnuti proces - prelaz toplote sa hladnijeg na toplije telo - nikada se ne dešava.

Nepovratan proces je i pretvaranje mehaničke u unutrašnju energiju pri neelastičnom udaru ili trenju. Kada se mehanička energija pretvara u unutrašnju, temperature tela se povišavaju. Medjutim, ma koliko mi čekali, neće se dogoditi obrnut proces spontanog pretvaranja unutrašnje energije u mehaničku.

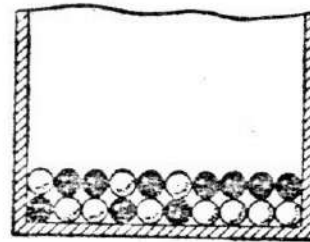
§ 28.4. Nepovratnost i statistika

1. Na prvi pogled, paradoksalna je nepovratnost toplotnih procesa. U suštini, svi toplotni procesi se, konačno, mogu svesti na mehaničke - na kretanje molekula i na njihove interakcije. Mehanički procesi su povratni; usled čega su tada toplotni procesi nepovratni? Da bi se ovo prividno protivrečje rešilo, poslužićemo se molekulskom statistikom u kojoj se metodi teorije verovatnoće primenjuju za izučavanje procesa u sistemima, sastavljenim od ogromnog broja čestica. Suštinu ideja ove statistike razmatraćemo na prostom primeru jednog modela - suda sa dve vrste loptica.

2. Neka na dnu suda leže dva sloja loptica istih dimenzija i mase, ali su različitih boja: dole deset crnih, a odozgo deset belih loptica (sl.28.2). Kada se sud strese kuglice se pomeraju i u svakom redu se mogu naći i bele i crne kuglice. Raspored kuglica može biti kao naprimer na slici 28.3. Ma koliko da



Sl.28.2



Sl.28.3

kasnije potresamo sud, praktično nikada se više neće uspostaviti početno stanje. Dakle, premeštanje loptica je nepovratan proces - pri potresanju suda. Uredjeni raspored kuglica spontano prelazi u neuredjeni, a obrnut proces se, praktično ne dešava. Koji je uzrok nepovratnosti ovog procesa? Kako to loptice "znaju" da treba da se rasporede bez reda, a ne obrnuto? Na ovo pitanje možemo odgovoriti ako znamo da izračunamo koliko ukupno ima mogućih kombinacija pri rasporedjivanju deset belih i deset crnih loptica u dva reda.

3. Da bi proračun bio lakši obeležimo bele kuglice velikim slovima, a crne malim:

Bele	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Crne	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j

Neka se u gornjem redu nalaze tri bele i sedam crnih kuglica, kao na slici 28.3. Prirodno je da će u donjem redu biti obrnuto - sedam belih i tri crne. Izbor bilo-kog rasporeda loptica u gornjem redu automatski odredjuju njihov raspored u donjem redu. Izračunajmo koliko kombinacija loptica odgovara datom rasporedu. Od deset belih loptica može se izabrati tri - na različite načine: ABC, ABG, EFJ itd. Njihov broj je jednak broju kombinacija

koje se mogu sastaviti od deset elemenata po 3. Označava se sa C_{10}^3 i iznosi

$$C_{10}^3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 120.$$

Na sličan način se izračunava broj mogućnosti pomoću kojih se može izabrati sedam od deset crnih loptica:

$$C_{10}^7 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 120 \text{ *})$$

Kako se crne loptice mogu birati nezavisno od belih (samo kada bi njihov broj bio 10), tada će ukupan broj kombinacija, pomoću kojih se može ostvariti u gornjem redu 7 crnih i 3 bele loptice, biti jednak proizvodu verovatnoća za bele i crne loptice, tj.

$$C_{10}^3 \cdot C_{10}^7 = 120^2 = 14400.$$

Analogno se može proračunati broj kombinacija za dve bele i osam crnih, četiri bele i šest crnih itd. Rezultati proračuna se nalaze u tablici 28.1.

4. Kada stresamo sud veliki broj puta (naprimer milion) i svaki put fotografišemo kuglice, tada će se naći svega 5-6 snimaka sa donjim redom belih i gornjim redom crnih kuglica i isti toliki broj snimaka sa uredjenim kuglicama - dole crne a gore bele. Medjutim, broj snimaka kada u oba reda ima po 5 belih i pet crnih biće oko 34400.

Dakle, sistem od 10 belih i 10 crnih loptica može da se nalazi u 11 različitih stanja, a svako od tih stanja može se ostveriti sa različitim brojem kombinacija loptica.

Termodinamička verovatnoća datog stanja neke sistema tela je broj kombinacija pojedinačnih elemenata sistema, pomoću kojih se realizuje to stanje.

Iz tablice 28.1 se vidi da najveća termodinamička verovatnoća odgovara ravnomernoj raspodeli crnih i belih kuglica

*.) Primetimo da je uvek $C_m^n = C_m^{m-n}$.

Tablica 28.1

Broj stanja	Raspored kuglica u gornjem redu		Broj kombinacija, koji odgovara datom stanju	n %
	belih	crnih		
1	10	0	$C_{10}^{10} \cdot C_{10}^0 = 1$	0,00054
2	9	1	$C_{10}^9 \cdot C_{10}^1 = (C_{10}^1)^2 = 10^2 = 100$	0,05446
3	8	2	$C_{10}^8 \cdot C_{10}^2 = (C_{10}^2)^2 = \left(\frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2}\right)^2 = 2025$	1,096
4	7	3	$C_{10}^7 \cdot C_{10}^3 = (C_{10}^3)^2 = \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3}\right)^2 = 14400$	7,794
5	6	4	$C_{10}^6 \cdot C_{10}^4 = (C_{10}^4)^2 = \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}\right)^2 = 44100$	23,87
6	5	5	$C_{10}^5 \cdot C_{10}^5 = \left(\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}\right)^2 = 63504$	34,37
7	4	6	$C_{10}^4 \cdot C_{10}^6 = (C_{10}^4)^2 = 44100$	23,87
8	3	7	$C_{10}^3 \cdot C_{10}^7 = (C_{10}^3)^2 = 14400$	7,794
9	2	8	$C_{10}^2 \cdot C_{10}^8 = (C_{10}^2)^2 = 2025$	1,096
10	1	9	$C_{10}^1 \cdot C_{10}^9 = (C_{10}^1)^2 = 100$	0,05446
11	0	10	$C_{10}^0 \cdot C_{10}^{10} = 1$	0,00054
Bcero			184 756	100

u oba reda (stanje br. 6). I u stanjima broj 5 i broj 7 termodinamička verovatnoća je bliska ovoj najvećoj. Najmanja je, pak, verovatnoća koja odgovara potpuno uredjenom položaju kuglica (stanje br. 1 i 11) a takodje i u stanjima br. 2 i br. 10, koja su vrlo bliska uredjenom.

5. Može se pokazati da je vreme nalaženja nekog sistema u datom stanju srazmerno termodinamičkoj verovatnoći toga stanja. Samim tim postaje jasan uzrok nepovratnosti procesa mešanja kuglica. Najčešće se ostvaruju stanja sa najvećom termodinamičkom verovatnoćom. Tako, naprimer, ako bi se sud tresao 24 časa neprestano, onda bi u stanju br. 6 sistem bio oko 8 časova, u stanjima br. 5 ili br. 7 oko 6 časova, a u stanjima br. 1 i br. 11 - svega oko 0,5 sec!

Dakle, nepovratnost procesa mešanja kuglica odredjuje se termodinamičkom verovatnoćom tih stanja u kojima može da se nađe dati sistem. Proces spontano teče od stanja sa manjom

termodinamičkom verovatnoćom u verovatnije stanje.

Obrnuti proces prelaze iz neuredjenog stanja (i samim tim, najpravnomernijeg) elemenata sistema (kuglice) ka uredjenom stanju, praktično, se nikada spontano ne odvija baš zbog toga što je verovatnoća takvog procesa zanemarljivo mala.

Analogan rezultat dobijamo pri analizi pojava u svakom sistemu koji se sastoji od velikog broja elemenata, napr. u sistemu koji se sastoji od mnoštva molekula u haotičnom kretanju.

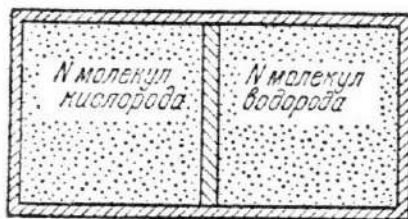
§ 28.5. Difuzija i termodinamička verovatnoća

1. Pojava difuzije je po mnogo čemu analogna procesu mešanja loptica. Zbog toga je moguće koristiti se istim tim metodama i za objašnjenje nepovratnosti procesa difuzije. Zamislimo sud koji je podeljen nepropustljivom membranom na dva jednaka dela; u (obe polovine suda nalazi se isti broj molekula različitih gasova (sl. 28.4). Ako se skloni pregrada, tada će se difuzijom, spontano formirati homogena gasna smeša. Medjutim, bilo koliko dugo da čekamo, nikad se smeša spontano neće podeliti na početne komponente.

Uporedimo verovatnoću "molekulskog nereda" kome odgovara homogena gasna smeša sa verovatnoćom "molekulskog reda" kome odgovara početna raspodela dva gasa u dve različite polovine suda.

2. Početna raspodela se može realizovati samo na jedan način dakle, njegova termodinamička verovatnoća je jednaka jedinici. Homogenu smešu, pak, možemo dobiti velikim brojem različitih mogućnosti: taj broj je jednak proizvodu broja kombinacija od N vodonikovih molekula po $\frac{N}{2}$ molekula u svakoj polovini suda i broja kombinacija od N molekula kiseonika po $\frac{N}{2}$ u svakoj polovini. Dakle, termodinamička verovatnoća toga stanja je

$$W_{\text{homog.}} = \left(C_{\frac{N}{2}}\right)^2. \quad (28.1)$$



Sl.28.4

3. U običnim uslovima, čak i u vrlo malim zapreminama gasa, nalazi se vrlo veliki broj molekula - naprimer, u 1 mm^3 - oko 10^{16} molekula. Kada je $N \approx 10^{16}$ termodinamička verovatnoća za homogenu smešu gasova je vrlo veliki broj:

$$W_{\text{homog.}} \approx 10^{10^{15}}$$

Oдавде је јасан разлог неповратности процеса дифузије. Термодинамичка вероватноћа стања homogeneous смеће је неупоређиво већа од вероватноће стања када су компоненте раздвојене. Због тога систем спонтано прелази у највероватније стање са homogenom смешом. Обрнут процес раздвајања смеће на почетне компоненте је тако мало вероватан да се, практично, никада не остварује.

§ 28.6. Термодинамичка вероватноћа и други тоplotни процеси

1. Појам термодинамичке вероватноће се може применити и за објашњење узрока неповратности процеса претварања механичке у унутрашњу енергију при нееластичном удару. Међутим, за разлику од дифузије, овде је врло тешко одредити термодинамичку вероватноћу и зато ћемо се ограничити само на квалитативну анализу те величине.

Нека се тело, при кретању брзином v , нееластично судари са зидом. Молекули тела врше хаотично тоplotно кретање, а осим тога крећу се и заједно са телом брзином v . После нееластичног судара са зидом, тело се зауставља, али се његова кинетичка енергија не губи - она се троши на повећање унутрашње енергије тела и зида:

$$K = U_2 - U_1 + Q$$

(28.2)

gde je K - kinetička energija tela pre sudara, $U_2 - U_1$ - promena unutrašnje energije tela, Q - količina toplote, predata cedu, vazduhu itd.

2. Kinetička energija tela je mera mehaničkog procesa - ustvari, procesa uredjenog prenosa svih molekula u jednom smeru sa istom brzinom. Takvo stanje se može ostvariti samo na jedan način. Dakle, njegova termodinamička verovatnoća je jednaka jedinici.

Prelazu kinetičke u unutrašnju energiju odgovara prelaz od uredjenog ka neuredjenom kretanju molekula. Mi ne možemo elementarnim računom naći broj kombinacija koje odgovaraju raspodeli molekula po svim mogućim intenzitetima i smerovima brzine pri neuredjenom toplotnom kretanju. Ali se može sigurno reći da je broj tih kombinacija vrlo veliki. Sledi da je termodinamička verovatnoća novog stanja vrlo velika.

3. Dakle, proces pretvaranja mehaničke u unutrašnju energiju je prelaz iz stanja sa manjom u stanje sa većom termodinamičkom verovatnoćom. Taj proces ide spontano. Obrnut proces prelaza unutrašnje u mehaničku energiju bi bio prelaz iz verovatnijeg u manje verovatno stanje. Pri velikom broju molekula taj prelaz ima tako male verovatnoću da se, praktično, nikada ne dešava. Baš zbog toga je prelaz mehaničke u toplotnu energiju nepovratan.

4. Čitalac se lako može sam uveriti da se sva razmatranja, pri analizi neelastičnog udara, mogu primeniti i za razmatranja procesa pretvaranja energije pri trenju, pri zagrevanju provodnika električnom strujom itd.

Analogna razmatranja mogu objasniti i uzrok nepovratnosti procesa izmene toplote tela sa okolinom. Ovde taj proces nećemo razmatrati nego ćemo to učiniti u § 28.8 na jedan jednostavniji način.

§ 28.7. Termodinamička verovatnoća i entropija

1. Termodinamička verovatnoća služi kao statistika kojom se određuje smer toplotnih procesa. Kada uporedimo verovatnoće dva stanja termodinamičkog sistema, odmah možemo da utvrdimo smer procesa u datom sistemu. To će biti prelaz od manje ka više verovatnom stanju. Međutim, određivanje termodinamičke verovatnoće je vrlo složen zadatak, jer se, praktično, vrlo teško izračunava broj različitih kombinacija molekula koji odgovara ovom ili onom stanju sistema. Zbog toga se za termodinamička izračunavanja koristi druga fizička veličina koju je uveo Kleuzijus i koju je nazvao entropija.

Entropija, je kao i termodinamička verovatnoća, fizička veličina koja karakteriše smer procesa u prirodi.

2. Bolcman je uveo srazmernost izmedju entropije i logaritma termodinamičke verovatnoće:

$$S = K \lg W \quad (28.3)$$

gde je S - entropija, W - termodinamička verovatnoća, K - koeficijent srazmernosti. Plank je dokazao da je $K = 2,3k$, gde je k - Bolcmanova konstanta. Ako sistem prelazi iz jednog stanja u drugo, tada se sa promenom termodinamičke verovatnoće menja i entropija:

$$S = S_2 - S_1 = K \lg W_2 - K \lg W_1 = K \lg \frac{W_2}{W_1}, \quad (28.4)$$

gde se indeks 1 odnosi na prvo stanje, a indeks 2 na drugo.

Objasnićemo osnovna svojstva entropije - fizičke veličine koje igra vrlo važnu ulogu u termodinamici.

3. Pre svega, entropija sistema je potpuno određena stanjem, u kome se nalazi sistem; ona ne zavisi od vrste procesa kojim je sistem prešao u dato stanje. Prema ovoj osobini entropija

je analogna unutrašnjoj energiji sistema, a razlikuje se od rada ili količine toplote. Uzrok leži u tome što se svako stanje sistema određuje nekim brojem kombinacija molekula. Sledi da datom stanju odgovara određena termodinamička verovatnoća a prema (28.3) svakoj vrednosti verovatnoće odgovara određena vrednost energije.

4. Dalje, entropija sistema, koji se sastoji od dva (ili više) nezavisna dela, jednaka je zbiru entropija tih delova. I po ovoj osobini entropija je slična energiji, jer pri odsustvu interakcije medju tim telovima, energija je jednaka zbiru energija tih delova.

Za dokazivanje ove tvrdnje izračunaćemo, najpre, termodinamičku verovatnoću. Neka se stanje prvog dela sistema realizuje pomoću $W^{(1)}$ kombinacija molekula, a drugog dela - pomoću $W^{(2)}$ kombinacija. Ako su ta dva dela nezavisna, tada svakoj kombinaciji molekula u prvom delu sistema odgovara $W^{(2)}$ kombinacija u drugom delu. Tada broj kombinacija molekula, pomoću kojih se realizuje stanje celog sistema, iznosi $W^{(2)} \cdot W^{(1)}$. A to je, upravo, termodinamička verovatnoća sistema. Dakle,

$$W = W^{(1)} \cdot W^{(2)} \quad (28.5)$$

Kada se izraz (28.5) logaritmuje i pomnoži sa K, dobijamo

$$K \lg W = K \lg W^{(1)} + K \lg W^{(2)},$$

ili prema (28.3)

$$S = S^{(1)} + S^{(2)}. \quad (28.6)$$

5. Na kraju, očigledno je da se pri nepovratnim procesima, kao na primer, difuzija ili pretvaranje mehanike energije u toplotu, entropija raste. Ustvari, kako je već pokazano, pri tim procesima raste termodinamička verovatnoća, a tada prema (18.4) raste i entropija: ako je $W^{(2)} > W^{(1)}$, tada je i $S_2 > S_1$.

§ 28.8. Entropija i izmena toplote

1. Neka telo izotermiski prima ili otpušta količinu toplote Q ; pri tome se njegova entropija menja. Prema Klauzijusu je u tom slučaju izmena entropija

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{Q}{T}, \quad (28.7)$$

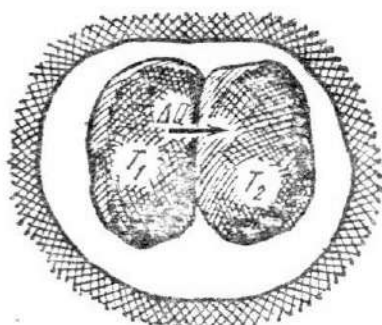
gde je S_1 - entropija početnog stanja, S_2 - entropija konačnog stanja, T - temperatura pri kojoj se vrši izmena toplote između tela i okoline i Q - otpuštena ili primljena količina toplote. Pri tome je, prema definiciji pojma i količine toplote (vidi 21.3), koristi pravilo znakova: $Q > 0$, ako telo prima toplotu $Q < 0$, tako telo predaje toplotu drugom telu.

2. Izračunaćemo promenu entropije sistema od dva tela, ako među njima dolazi do izmene toplote. Da bi račun bio jednostavniji pretpostavimo da je sistem adijabatski izolovan tako da toplota sa ova dva tela ne prelazi u okolinu (sl. 28.5)

Prema (28.6) imamo

$$\Delta S = \Delta S^{(1)} + \Delta S^{(2)} \quad (28.8)$$

gde je $\Delta S^{(1)}$ - promena entropije prvog tela, a $\Delta S^{(2)}$ - promena entropije drugog tela.



Sl.28.5

Neka je temperatura prvog tela pre izmene toplote T_1 , a temperatura drugog tela T_2 pri čemu je $T_2 < T_1$. Kako je poznato, pri izmeni toplote entropija uvek prelazi sa toplijeg na hladnije telo; tada će prema pravilu znakova biti $Q^{(1)} = -A$, a $Q_2 = Q$, jer prvo telo otpušta energiju, a drugo - prima. Usled izmene toplote temperatura oba tela se menja i one postaju: za prvo telo $T_1 - \Delta T_1 = T_{sr}^{(1)}$, a za drugo $T_2 + \Delta T_2 = T_{sr}^{(2)}$. Promena entropije sistema, prema (28.7) i (28.8), je

$$S = \frac{Q^{(1)}}{T_{sr}^{(1)}} + \frac{Q^{(2)}}{T_{sr}^{(2)}} = -\frac{Q}{T_{sr}^{(1)}} + \frac{Q}{T_{sr}^{(2)}} = \frac{Q(T_{sr}^{(1)} - T_{sr}^{(2)})}{T_{sr}^{(1)} \cdot T_{sr}^{(2)}} \quad (28.9)$$

Apsolutne temperature $T_{sr}^{(1)}$ i $T_{sr}^{(2)}$ su pozitivni brojevi; prema uslovu toplotne izmene je $T_{sr}^{(1)} - T_{sr}^{(2)} > 0$ i $Q > 0$. Dakle, u izrazu (28.9) desna strana je pozitivan broj. Oдавде sledi da je $\Delta S > 0$, tj. u zatvorenom i adijabatski izolovanom sistemu pri izmeni toplote medju sastavnim delovima sistema entropija raste.

3. Naglasimo da je posmatrani proces nepovratan: energija (u obliku toplote) prelazi od toplijeg ka hladnijem telu što dovedi do izjednačavanja temperature u svim delovima sistema. Obrnut proces prelaza toplote od hladnijeg ka toplijem se ne dešava.

Dakle, pri nepovratnim procesima zatvorenog i adijabatski izolovanog sistema entropija raste,

$$\Delta S_{\text{nepovr}} > 0. \quad (28.10)$$

4. Na kraju ćemo pokazati da se pri povratnim procesima entropija ne menja. To ćemo ispitati na primeru kvazistatičkog izotermnog i adijabatskog procesa širenja ili sabijanja gasa.

Neka se gas kvazistatički i izotermno širi. Pri tome on vrši rad za podizanje tege i troši toplotu koju dobija iz okolne sredine. Promena entropije sistema je

$$\Delta S = \Delta S_S + \Delta S_G + \Delta S_M, \quad (28.11)$$

gde se indeksi "S", "G" i "M" odnose respektivno na sredinu, gas i mehanički sistem. No, $\Delta S_S = -\frac{Q}{T}$ i $\Delta S_G = \frac{Q}{T}$, jer sredina otpušta toplotu, a gas istu toliku toplotu prima. Što se tiče promene toplote mehaničkog sistema ona je jednaka nuli, jer se u konzervativnim sistemima pri svim procesima entropija ne menja: $\Delta S_M = 0$. Isto tako je i

$$\Delta S = -\frac{Q}{T} + \frac{Q}{T} = 0.$$

Očigledno je, takodje, da se i pri kvazistatičkom adijabatskom procesu entropija sistema ne menja, na osnovu uslova i $\Delta S = 0$.

5. Medjutim, kvazistatički procesi (i izotermiski i adijabatski) su povratni, sledi da je

$$\Delta S_{\text{povr}} = 0. \quad (28.12)$$

I tako, dobili smo veoma važan rezultat: pri svim procesima entropija se ne smanjuje:

$$\Delta S \geq 0 \quad (28.13)$$

Ovde se znak jednakosti odnosi na povratne, a znak nejednakosti na nepovratne procese.

§ 28.9. Drugi princip termodinamike

1. Pri izračunavanju realnih toplotnih procesa mi smo se uverili da je ovim procesima svojstven odredjeni smer promena. Ustvari, oni se, odvijaju tako da se u gasu izjednačavaju termodinamički parametri: pritisak, temperatura, gustina, hemijski sastav i sl. Medjutim, iz osnovnih zakona prirode - zakona održanja impulsa, momenta impulsa i energije (u smislu prvog principa termodinamike), usmerenost procesa i, samim tim, nepovratnost toplotnih procesa nikako ne proističe.

Ustvari, prvi princip termodinamike ne postavlja nikakve zabrane za proces prelaza toplote sa hladnijeg na toplije telo. Prvi princip termodinamike postavlja samo jedan uslov: da količina toplote koju jedno telo otpušta bude jednaka količini toplote koju drugo telo prima, drugim rečima da se ukupna energija zatvorenog i adijabatski izolovanog sistema ne menja. A da li

toplota prelazi sa toplijeg na hladnije telo ili obrnuto - to pitanje ostaje otvoreno. Odgovor na to pitanje ne sledi iz prvog principa termodinamike.

Polazeći od prvog principa, takodje se ne može objasniti nepovratnost procesa pretvaranja mehaničke u unutrašnju energiju pri neelastičnom udaru, pri trenju i sl. Prvi princip termodinamike samo postavlja uslov da se zbir mehaničke i unutrašnje energije u zatvorenom i adijabatski izolovanom sistemu ne menja. Ali i ovde zakon održanja energije dopušta pretvaranje, kako mehaničke u unutrašnju energiju, tako i unutrašnje u mehaničku. Na osnovu prvog principa se ne može odrediti smer procesa.

2. Na taj način smo došli do zaključka da se smer procesa i nepovratnost realnih toplotnih procesa ne definiše zakonima održanja, nego nekakvim drugim zakonom prirode, koji se zove drugi princip termodinamike.

Postoje različite formulacije drugog principa termodinamike. Sve su one ekvivalentne jedna drugoj i iz svake od njih se mogu izvesti sve ostale. Najopštija formulacija toga principa je:

Pri svim procesima koji se odvijaju u zatvorenom i adijabatski izolovanom sistemu, entropija sistema se ne smanjuje, tj. $\Delta S \geq 0$.

3. Iz drugog principa termodinamike sledi princip zabrane, koji je postavio Klauzijus: nemoguć je proces kod koga bi jedini rezultat bio predavanje toplote energije sa tela niže temperature na telo više temperature (vidi takodje 29.5).

Ustvari, ako bi takav proces bio moguć, pri njegovom izvodjenju bi se smanjivala entropija (vidi 28.8). A to je u protivrečnosti sa formulisanim drugim principom termodinamike.

4. Treba obratiti pažnju na smisao reči "jedini rezultat". To znači da je predavanje toplote energije od hladnijeg toplijem telu nemoguće u tom slučaju kada se ne događaju više

nikakvi procesi u prirodi. Ako se istovremeno sa izmenom toplote izvodi još jedan proces (takozvani kompensacioni, vidi 29.4), onda zabrana, koju postavlja drugi princip termodinamike, više ne važi i moguće je predevanje toplotne energije sa tela niže na telo više temperature. Uslovi, pri kojima takav proces nastaje, biće razmotreni u § 29.7.

§ 28.10. Statistički smisao drugog principa termodinamičke fluktuacije

1. Zakoni održanja imaju neograničenu oblast primene. Oni su tačni i za mikročestice i za makroskopske sisteme. Drugi princip termodinamike, međjutim, može se primeniti samo na makro-sisteme, koji se sastoje od ogromnog broja molekula.

Kako smo videli, porast entropije je posledica rasta termodinamičke verovatnoće. Ali molekulska statistika ne isključuje principijelnu mogućnost takvog procesa pri kome će se termodinamička verovatnoća smanjivati, iako se takvi procesi u sistemima sa velikim brojem molekula dešavaju vrlo retko. Sledi da ne možemo, iako to govorimo samo u principu, isključiti mogućnost procesa pri kojima se entropija smanjuje, ma koliko bila mala verovatnoća takvih događaja u praksi.

2. Oдавde sledi da je neophodno preciznije formulisati drugi princip termodinamike. S obzirom na ideje molekulske statistike ovaj princip moramo formulisati na sledeći način:

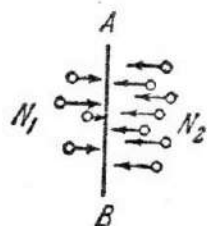
U zatvorenom i adijabatskom izolovanom makroskopskom sistemu najverovatniji je proces pri kome se entropija povećava.

Za makroskopske sisteme koji se sastoje od ogromnog broja molekula drugi princip termodinamike daje isto tako dobre rezultate kao i zakoni održanja. Što se tiče mikrosistema, koji se sastoji od relativno malog broja molekula, kod njih su sasvim moguća odstupanja stvarnih vrednosti fizičkih veličina od njihovih srednjih vrednosti i nazivaju se fluktuacije.

§ 28.11. Braunovsko kretanje i fluktuacije

1. Braunovsko kretanje je rezultat fluktuacije pritiska (25.3). Zakonima dinamike se ne može objasniti zbog čega se braunovsko kretanje može uočiti samo na česticama koje imaju dimenzije od oko (0,1-1) mikron, dok čestice sa dimenzijama preko 5 mikrona ne učestvuju u takvom kretanju.

Radi jednostavnijeg izračunavanja pretpostavimo da braunovska čestica ima oblik tanke niti AB (sl. 28.6).



Proračunaćemo kolika je verovatnoća fluktuacije pritiska pri različitim dimenzijama čestice. Uzmimo da je dužina niti $5 \cdot 10^{-7}$ m, a rastojanje između molekula gasa oko $10 \text{ \AA} = 10^{-9}$ m. Tada se sa obe strane niti može rasporediti oko 1000 molekula.

Sl.28.6

Ako je broj molekula s leve i desne strane isti, naprimer $N_1 = N_2 = 500$, tada je čestica u ravnoteži. Ako se pak s leve strane nadje $N_1 = 470$, a s desne $N_2 = 530$ molekula, tada će pritisak s desne strane biti $\frac{530}{470} = 1,13$ puta veći, drugim rečima s desne strane pritisak porasti za 13%. Uporedićemo verovatnoću fluktuacije sa verovatnoćom ravnotežnog stanja.

Termodinamička verovatnoća ravnotežnog stanja je jednaka broju kombinacija koji se može sastaviti od 1000 molekula po 500 molekula sa svake strane niti:

$$W_{\text{ravn}} = C_{1000}^{500} = \frac{1000 \cdot 999 \cdot 998 \dots 503 \cdot 502 \cdot 501}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 498 \cdot 499 \cdot 500}.$$

Termodinamička verovatnoća posmatrane fluktuacije pritiska

$$W_{\text{flukt}} = C_{1000}^{470} = \frac{1000 \cdot 999 \dots 532 \cdot 531}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 469 \cdot 470}.$$

Odnos ovih verovatnoća je

$$\omega = \frac{W_{\text{flukt}}}{W_{\text{ravn}}} = \frac{C_{1000}^{470}}{C_{1000}^{500}} = \frac{(1000.999 \dots 532.531)(1.2.3. \dots 469.470.471 \dots 500)}{(1.2.3. 469.470) (1000.999.531.530 \dots 501)}$$

Posle skraćivanja dobijamo:

$$\omega = \frac{471.472.473 \dots 498.499.500}{501.502.503 \dots 528.529.530}$$

2. Izračunavanje ovog izraza elementarnom matematikom je dosta teško, ali se mogu izračunati granice ovog izraza. Za određivanje granica primetimo da je $\frac{471}{501} = 0,9401$ i $\frac{500}{530} = 0,9477$.
Saglasno tome je

$$0,9401^{30} < \omega < 0,9477^{30},$$

odakle sledi:

$$0,157 < \omega < 0,174.$$

Tačniji proračun daje

$$\omega \approx 0,171 = 17\%.$$

Dakle, dobili smo važan rezultat: za braunovske čestice dimanzija od oko 0,5 mikrona, verovatnoća fluktuacije pritiska od 13% iznosi 17% od verovatnoće ravnotežnog stanja. Ako se takva čestica u toku od jednog časa nalazila u miru (ravnotežno stanje), to će u toku od 10 minuta (17% od 1 časa) na nju delovati znatne sile, koje dovode česticu do kretanja. Stavljaajući da jedan "skok" traje približno po jednu sekundu, dobijamo da će u toku jednog časa čestica načiniti oko 600 "skokova".

Preporučujemo čitaocu da samostalno pokaže da će dva puta veća (duža) čestica izvesti u toku jednog časa svega oko 100 skokova.

3. Da bi se dobio "skok" braunovske čestice od oko 5 mikrona, koju pri, istim uslovima, okružuje 10000 molekula neophodno je da se s leve strane rasporedi 4700 molekula, a s desne 5300. Fluktucija pritiska bi opet bila 13% za verovatnoću fluktucije dobijamo

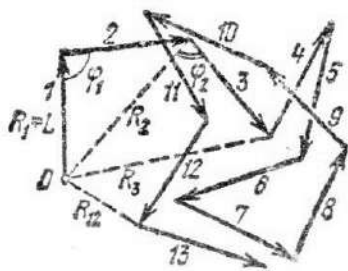
$$\omega = \frac{W_{\text{flukt}}}{W_{\text{ravn}}} = \frac{C_{10000}^{4700}}{C_{10000}^{5300}} = 2,2 \cdot 10^{-8}.$$

Dakle, verovatnoća fluktucije za tu česticu je toliko mala da se, praktično, može staviti da je jednaka nuli. Da bi se primetio samo jedan "skok" koji traje oko jedne sekunde treba posmatrati oko $4,5 \cdot 10^7$ s ili skoro pola godine. Sasvim je jasno takve, ili još veće, čestice ne učestvuju u braunovskom kretanju.

Primetimo da je naš proračun bio sasvim uprošćen. Međutim, red veličina je vrlo blizak stvarnim vrednostima.

§ 28.12. Braunovsko kretanje i Bolcmanova konstanta

1. Pokušajmo da ocenimo pomeranje braunovske čestice u toku vremena t , koje je dosta veće od vremena prelaska molekula srednjeg slobodnog puta $-\bar{\tau}$. U tom cilju ćemo izdeliti vreme posmatranja t veći broj jednakih intervala $\Delta t = \frac{t}{N}$ tako da su i ti intervali još uvek veći od vremena $\bar{\tau}$. Kasnije ćemo oceniti veličinu tih intervala.



Sl.28.7.

Za vreme Δt čestica se pomeri za rastojanje L , koji ćemo nazvati "korak" čestice. Na tom putu se čestica veliki broj puta sudari sa okolnim molekulima ($\frac{\Delta t}{\bar{\tau}} \approx 10^{11}$). A to znači da svaki sledeći "korak" braunovske čestice apsolutno ne zavisi od pravca prethodnog "koraka", a ugao između njih se menja sasvim slučajno.

Dakle, mi uopšte nismo u stanju da predvidimo gde će se nalaziti braunovska čestica u svakom momentu. Kretanje braunovske čestice je apsolutno haotično.

2. Krećući se haotično čestica se čas udaljava, čas približava početnom položaju (sl.28.7). Kako su premeštanja čestice u svim pravcima podjednako verovatna, može se pokazati da će čestica sve vreme "tapkati" oko svog početnog položaja. Međutim, ogled pokazuje da nije tako. Naprimer, kap mastila u vodi postepeno se razliiva. A to znači da se te obojene čestice, za dosta dugačak vremenski interval, udaljavaju od prvobitnog položaja. Srednje rastojanje na koje se braunovska čestica udalji od početnog položaja, za vreme koje je dosta duže od vremena τ , zove se srednje kvadratno pomeranje čestice. Metod za izračunavanje te veličine predložili su (1904-1907) g. A.Ajnštajn i M.Smoluhovski.

3. Za rešavanje ovog problema poslužićemo se slikom 28.7. Ovde je L - "korak" čestice; rastojanja od početnog položaja do trenutnih položaja posle $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \dots, \Delta t_N$ obeležićemo respektivno sa $R_1, R_2, R_3, \dots, R_N$ (na slici su obeležena samo rastojanja $R_1=L, R_2, R_3$ i R_{12}). Uglovi, koji karakterišu pravce uzastopnih pomeranja čestice označeni^{sa} respektivno sa $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \dots \varphi_{N-1}$.

Na osnovu kosinusne teoreme možemo napisati sistem jednačina:

$$R_2^2 = R_1^2 + L^2 - 2R_1L \cos \varphi_1,$$

$$R_3^2 = R_2^2 + L^2 - 2R_2L \cos \varphi_2,$$

... ..

$$R_N^2 = R_{N-1}^2 + L^2 - 2R_{N-1}L \cos \varphi_{N-1}$$

Kada se sve ove jednačine saberu, kvadrati trenutnih pomeraja se skraćuju i jedino ostaju članovi R_N^2 i $R_1^2 = L^2$. Dakle,

$$R_N^2 = NL^2 - 2L(R_1 \cos \varphi_1 + R_2 \cos \varphi_2 + \dots + R_{N-1} \cos \varphi_{N-1}).$$

Svi sabirci u zagradi su slučajne veličine. Mogu podjednako verovatno poprimiti sve pozitivne i negativne vrednosti. Kada je reč o vrlo velikom broju merenja, srednja vrednost zbira u zagradi je jednaka nuli. Konačno dobijamo da je kvadrat srednjeg kvadratnog pomeranja (obeležava se sa Δ^2 ili $\bar{R}^2$ ili $\langle R^2 \rangle$):

$$\Delta^2 = NL^2 \quad (28.14)$$

4. Kako su pokazali Ajnštajn i Smoluhovski, ta se veličina može izraziti pomoću vremena posmatranja, svojstva tečnosti i dimenzija čestica. Izvešćemo približan proračun, koji je dosta jednostavan. Najpre ocenimo vremenski interval Δt .

Braunovska čestica mase $m \approx 10^{-14}$ kg i radijusa $r \approx 10^{-6}$ m predstavlja istovremeno i makroskopski i mikroskopski objekt. S energetske tačke gledišta - to je mikroskopski objekt, jer učestvuje u toplotnom kretanju, a kinetička energija te čestice je jednaka srednjoj energiji toplotnog kretanja molekula, tj. $\frac{3}{2} kT$. Ali, s tačke gledišta impulsa - to je makroskopski objekt sa impulsom $p = \sqrt{2mE_K} = \sqrt{2m \frac{3}{2} kT}$, koji je dosta veći od impulsa molekula

$$\sqrt{p_0} = \sqrt{2m_0 \frac{3}{2} kT}.$$

Odnos impulsa je

$$\frac{p}{p_0} = \sqrt{\frac{m}{m_0}} \approx \sqrt{\frac{10^{-14}}{10^{-26}}} = 10^6.$$

Jasno je da će sudar molekula sa braunovskom česticom ličiti na apsolutno elastičan (§ 17.3): molekul će otkočiti od

čestice, praktično, sa istom brzinom ali u suprotnom smeru a impuls braunovske čestice se menja za malu veličinu $\Delta p \approx 2p_0$. Potrebno je da se ogroman broj molekula sudari sa braunovskom česticom da bi ona "zaboravila" svoj prvobitan pravac i smer kretanja i da bi počela da se kreće drugim pravcem. Broj tih udara se može oceniti na sledeći način:

$$N_0 \approx \frac{P}{P_0} \approx 10^6.$$

Na osnovu toga se može oceniti vreme t , u toku kojega čestica predje jedan "korak"

$$\Delta t = N_0 \tau \approx 10^6 \cdot 10^{-10} = 10^{-4} \text{ s}$$

Jasno je da će za vreme posmatranja od oko 1 čas broj "koraka" biti

$$N = \frac{t}{\Delta t} \approx \frac{10^3}{10^{-4}} = 10^7. \quad (28.15)$$

5. Kako se braunovska čestica može posmatrati kao makroskopski objekt, tada se ukupna sila kojom udaraju molekuli na ovu česticu može izjednačiti silom viskoznog trenja $F = 6\pi\eta rv$ (§11.8). Ali ako se dejstvo viskozne sile svodi na usporavanje braunovske čestice, ta sila na putu od jednog "koraka" najpre usporava česticu, a zatim se ponovo ubrzava do početne brzine, ali u drugom pravcu. To znači da je rad srednje viskozne sile na dužini od jednog "koraka" približno jednaka dvostrukoj vrednosti kinetičke energije toplotnog kretanja: $F_{sr} \cdot L \approx 2\bar{\epsilon}_k$

Dakle,

$$\frac{1}{2} 6\pi\eta rvL \approx 2 \frac{3}{2} kT.$$

Kada se obe strane jednačine pomnože sa vremenom posmatranja i kad se uzme u obzir da je $v \cdot t \approx NL$, dobijamo $9\pi\eta NL^2 kTt$.

Dakle,

$$\Delta^2 = NL^2 = \frac{kT}{\hbar^2 \nu_r} t.$$

Dobili smo Ajnštajnovu formulu pomoću koje se može posmatranjem kretanja braunovske čestice, odrediti Bolcmanova konstanta, a zatim i Avogadrov broj (§ 26.9).

Prve takve ogleda je izveo Ž.B.Peren, koji je prvi dobio za Avogadrov broj očekivanu vrednost:

$$6 \cdot 10^{26} < N_A < 7 \cdot 10^{26}.$$

Ovi klasični radovi su odigrali ogromnu ulogu za razvoj statističke fizike.

GLAVA 29

TOPLOTNE MAŠINE

§ 29.1. Toplotne mašine i razvoj tehnike

Progres čovečanstva je tesno povezan sa razvojem energije. Novi izvori energije, otkriće novih puteva njenog pretvaranja i korišćenja - to je, obično, čitava epoha u istoriji materijalne kulture.

Tako je snažni procvat industrije u XIX veku bio povezan sa pronalaskom toplotnog motora - parne mašine. Stvaranje motora sa unutrašnjim sagorevanjem je poslužilo kao osnov za razvoj automobilske saobraćaja i industriji aviona. Gasna turbina je u poslednje dve decenije, bukvalno izazvala preokret u avijaciji. Spori avioni sa klipnim motorima zamenjeni su reaktivnim i turbopropelerskim lajnerima, čija se brzina približava brzini zvuka, a u poslednje vreme - nadzvučnih brzina. Pomoću reaktivnih toplotnih motora ostvarena je vekovna težnja čovečanstva - izlaz u kosmička prostranstva.

Elektroenergija se dobija u termocentralama u kojima se generatori pokreću pomoću parnih turbina. U atomskim centralama se pri nuklearnim reakcijama izdvaja energija koja se, takođe, pretvara u toplotnu energiju pare, a ova se opet koristi za pokretanje parne turbine, koja pokreće rotor generatora pomoću koga se proizvodi električna struja.

Čitalac je upoznao u osnovnoj školi konstrukciju i princip rada toplotnih mašina kao parnu mašinu, parnu turbinu, motor sa unutrašnjim sagorevanjem. U ovoj glavi ćemo, koristeći principe termodinamike, izučiti opšta svojstva svih toplotnih mašina, objasniti osnovne karakteristike i parametre koji definišu koeficijent korisnog dejstva tih mašina i upoznati se sa mogućnostima povećanja ovog koeficijenta.

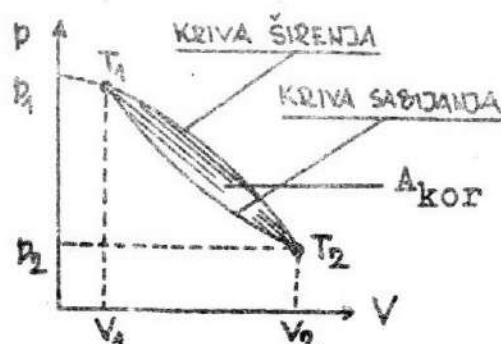
§ 29.2. Toplotni motor

1. Svi toplotni motori, nezavisno od njihovih konstruktivnih karakteristika, imaju isti zadatak - pretvaranje unutrašnje energije u mehaničku. Da bi se to postiglo energija koja se oslobodja pri sagorevanju ili pri nuklearnim reakcijama predaje se nekom gasu. Gas pri širenju vrši rad protiv spoljašnjih sila i pokreće bilo kakav mehanizam.

2. Jasno je da se gas u toplotnoj mašini ne može beskonačno širiti, jer mašina ima konačne dimenzije. To znači da se gas posle širenja mora sabiti tako da i gas i svi delovi mašine dodju u prvobitno stanje. Posle toga se gas može ponovo širiti itd. Tako smo došli do zaključka da toplotna mašina mora raditi ciklično; u toku jednog ciklusa posle širenja gasa sledi sabijanje do početnog stanja.

Realne toplotne mašine obično rade po takozvanom razmaknutom ciklusu kada se gas posle širenja izbacuje a sabija se nova količina gasa. Medjutim, ovo suštinski ne utiče na termodinamiku procesa, a mi ćemo izučiti zatvoreni ciklus, kada se širi i sabija jedna ista količina gasa.

3. Da bi motor u toku jednog ciklusa izvršio koristan rad, neophodno je potrebno da rad pri širenju bude veći od rada pri sabijanju. U tom slučaju tela koja okružuju motor dobijaju veću mehaničku energiju nego što predaju motoru pri sabijanju gasa. Pokažimo da će pri tom temperatura gasa pri sabijanju biti niža nego pri širenju. Da bismo to dokazali poslužimo se slikama 27.2 i 27.3. Početna i konačna stanja gasa pri širenju i sabija-



Sl.29.1

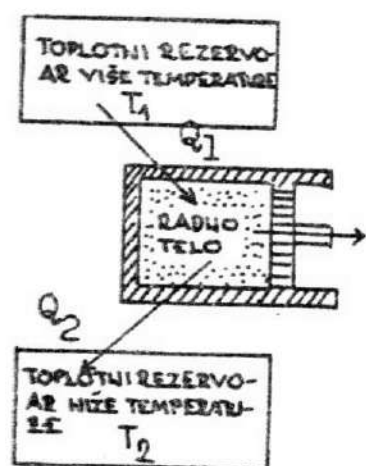
nju se poklapaju; sledi da će rad pri sabijanju gasa biti manji od rada pri širenju samo u tom slučaju ako je u svim medjustanjima pritisak u procesu sabijanja manji od pritiska pri širenju. A to je moguće samo u tom slučaju kada je temperatura gasa u svim medjustanjima procesa sabijanja niža nego pri širenju.

Posmatrajmo sliku 29.1. Ovde je rad širenja brojno jednak površini krivolinijskog trapeza koji je odozgo ograničen grafikom zavisnosti pritiska od zapremine - kriva širenja.

Kad sabijanja jednak je površini krivolinijskog trapeza koji je odozgo ograničen krivom sabijanja. I konačno, koristan rad je predstavljen površinom koja je na slici izšrafirana, ta površina je ograničena grafikom ciklusa, tj. krivom širenja i krivom sabijanja.

§ 29.3. Šematski prikaz uređaja i energetski bilans toplotnog motora

1. Na osnovu prethodnih zaključaka može se razmotriti šematski prikaz uređaja i energetski procesi, karakteristični za svaki toplotni motor, nezavisno od njegovih konstruktivnih



Sl.29.2

karakteristika. Svaki toplotni motor se sastoji od tri dela: radnog tela i dva toplotna rezervoara, jedan sa višom a drugi sa nižom temperaturom (sl.29.2). Kao radno telo može da služi bilo koji gas (ili para) koji pri širenju vrši rad. Radno telo dobija neku količinu toplote Q_1 od rezervoara T_1 - tela u kome se na račun sagorevanja ili nuklearnih reakcija održava konstantna visoka temperatura T_1 . U procesu sabijanja gas predaje neku količinu toplote Q_2 rezervoaru T_2 - telu, čija je temperatura T_2 konstantna i uvek niža od temperature T_1 . Zbog toga je pritisak gasa pri sabijanju manji nego pri širenju što je neophodan uslov za uspešan rad motora.

Primetimo da kao rezervoar T_2 može da služi i okolna sredina kao što je slučaj sa motorima sa unutrašnjim sagorevanjem i sa reaktivnim motorima.

2. Bilans energije u jednom ciklusu se može dobiti na osnovu prvog principa termodinamike (27.6). Ako se posle završenog ciklusa radno telo dovede u početno stanje, njegova unutrašnja energija se nije promenila: $\Delta U = U_2 - U_1 = 0$. Odavde je

$$Q_1 = Q_2 + A_{\text{ukupno}} + Q_{\text{ras}}, \quad (29.1)$$

gde je Q_{ras} - energija koja je izgubljena u ciklusu pri izmeni toplote sa okolinom, pri trenju i slično. Odavde sledi da je koristan rad koji je motor izvršio u toku ciklusa,

$$A_{\text{uk}} \leq Q_1 - Q_2, \quad (29.2)$$

gde nejednakost važi u slučaju realnog, a jednakost - idealnog motora.

3. Koeficijent korisnog dejstva η je po definiciji odnos korisnog rada i ukupne energije koju je radno telo primilo od rezervoara T_1 , tj. i količine toplote Q_1 :

$$\eta = \frac{A_{\text{uk}}}{Q_1} \leq \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \quad (29.3)$$

Iz izraza (29.3) sledi da čak i kod idealnog motora, koji radi bez gubitaka, koeficijent korisnog dejstva je manji od 100%. On bi mogao biti jednak 100% samo u tom slučaju kada se u toku ciklusa ne bi predavala energija rezervoaru T_2 , tj. kada bi Q_2 moglo biti jednako nuli. Ali, kako je već rečeno, to je nemoguće, jer se gasu u procesu sabijanja mora sniziti temperatura za šta je neophodno da se preda rezervoaru T_2 količina toplote $Q_2 \neq 0$.

§ 29.4. Toplotni motor i drugi princip termodinamike

1. Na osnovu analize principa rada toplotnog motora Thomson i Plank su došli do zaključka, koji se može definisati u obliku principa zabrane:

Nemoguć je proces pri kome bi jedini rezultat bio hlađenje jednog toplotnog rezervoara i toplotno pretvaranje dobijene količine toplote u rad.

Može se pokazati da je Plank-Tomsonov princip zabrane posledica drugog principa termodinamike. Ustvari, pretvaranje unutrašnje energije u mehaničku je proces prelaza sistema iz stanja sa neuredjenim kretanjem molekula u stanje njihovog uređenog kretanja. Pri takvom procesu bi se entropija morala smanjivati, a to je protivrečno drugom principu termodinamike. Baš zbog toga pretvaranje unutrašnje energije u toplotnu ne može biti jedini proces. Paralelno sa njim mora se odbijati još jedan proces koji dovodi do porasta entropije i koji kompenzuje smanjivanje entropije pri pretvaranju unutrašnje u mehaničku energiju.

2. Iako je pri izotermnom širenju idealnog gasa rad tačno jednak primljenoj toplotnoj energiji (vidi 27.6), to nikako ne dovodi do smanjenja entropije sistema. Stvar je u tome što se paralelno sa procesom primanja toplote gas širi, pri čemu se entropija povećava. Ovaj proces (širenja gasa) vrši kompenzaciju prvom procesu (primanje toplote) i zbog toga nema mesta zabrani na osnovu drugog principa termodinamike.

Isto tako se odnosi i na rad toplotnog motora. Ovde se u toku jednog ciklusa vrši, ne samo hlađenje rezervoara T_1 i vršenje mehaničkog rada nego i deo energije predaje rezervoaru T_2 . Predavanje toplote rezervoaru T_2 je taj, takozvani kompenzujući proces koji skida zabranu drugog principa termodinamike u vezi sa pretvaranjem unutrašnje energije u mehaničku.

3. Klauzijusov princip zabrane (28.9), Tomson-Plankov princip zabrane i princip o porastu entropije su tri istovetne formulacije drugog principa termodinamike.

Često se prvi i drugi princip termodinamike formulišu kao zakoni koji zabranjuju izgradnju večnih motora.

Prvi princip: perpetuum mobile I vrste je nemoguć, tj. nemoguće je konstruisati mašinu koja bi periodično vršila rad, ne koristeći pri tome energiju drugih izvora.

Drugi princip: perpetuum mobil II vrste je nemoguć, tj. nemoguće je konstruisati mašinu koja bi periodno vršila rad samo na račun hlađenja jednog toplotnog izvora, naprimer zemljine lopte ili okeana koji sadrže ogromnu količinu unutrašnje energije.

§ 29.5. Karnoov ciklus

1. Radi jednostavnije analize principa rada toplotnog motora i proračuna njegovog koeficijenta korisnog dejstva (kkd) razmotrićemo misaoni eksperiment po ideji S.Karno.

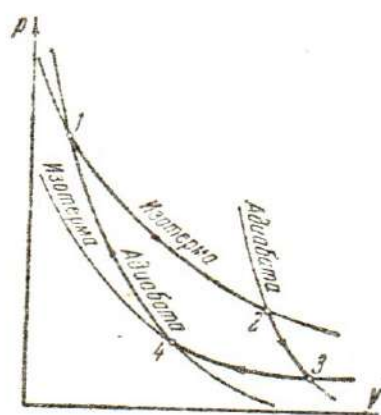
Radno telo u idealizovanoj Karnoovoj mašini je idealan gas. U početku ciklusa radno telo i rezervoar T_1 imaju istu temperaturu. To stanje je na grafiku prikazano tačkom 1. (sl. 29.3). Kako je gas u kontaktu sa rezervoarom T_1 , on se izotermiski širi, pritom prima od rezervoara T_1 količinu toplote Q_1 i dolazi do stanja 2. Dalje se širi adijabatski do stanja 3. Pri adijabatskom širenju temperatura gasa se snizi od T_1 do T_2 - temperature toplotnog rezervoara T_2 . Posle širenja sledi sabijanje gasa. Kako je gas sada u kontaktu sa rezervoarom niže temperature T_2 gas se pod dejstvom spoljašnjih sila izotermiski sabija iz stanja 3 u stanje 4, i pri tom predaje rezervoaru T_2 količinu toplote Q_2 . Zatim se adijabatskim sabijanjem temperatura gasa povišava od T_2 do T_1 . Karnoov ciklus se time zatvara i gas dospeva u početno stanje.

2. Karnoov ciklus predstavlja idealizaciju ciklusa realne toplotne mašine. Pretpostavlja se da ovde nema gubitaka energije putem izmene toplote sa okolinom, da nema trenja u mašini i da procesi širenja i sabijanja teku kvazistatički, što znači da su to povratni procesi. Odatle sledi da je ukupna promena entropije u toku jednog ciklusa jednaka nuli.

Razmotrićemo, pak, kako se menja entropija pojedinačnih delova sistema.

Jasno je da se entropija radnog tela ne menja, jer se ono vraća u početno stanje. Ne menja se ni entropija okolnih tela jer nema izmene toplote između sistema i okoline, a mehanički procesi ne izazivaju promenu entropije. Entropija rezervoara T_1 se prema (28.7) smanjuje za veličinu $\Delta S_{T_1} = -\frac{Q_1}{T_1}$, a entropija rezervoara T_2 se povećava za veličinu $\Delta S_{T_2} = \frac{Q_2}{T_2}$. A kako je promena entropije celog sistema jednaka nuli, $\Delta S=0$, to je

$$\Delta S = \Delta S_{T_1} + \Delta S_{T_2} = -\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (29.4)$$



Sl.29.3

Oдавде sledi da je $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$, ili

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (29.5)$$

3. Prema (29.3) i (29.5) za idealnu mašinu prema povratnom Karnoovom ciklusu,

$$\eta_{\text{carno}} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (29.6)$$

Dobili smo rezultat fundamentalnog značaja: kkd idealne mašine koja radi po Karnoovom ciklusu određena je samo temperaturama toplotnih rezervoara.

§29.6. Kkd. realnog motora

1. U svakom realnom motoru postoje gubici. Osim toga procesi su nepovratni. Prirodno je da entropija sistema u toku takvog ciklusa raste: $\Delta S > 0$. Izraz (29.4) prelazi u nejednačinu

$$\Delta S = \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} > 0. \quad (29.7)$$

Oдавде sledi da je za toplotni motor sa nepovratnim procesom

$$\frac{Q_2}{Q_1} > \frac{T_2}{T_1}. \quad (29.8)$$

2. Kkd. realne mašine, prema (29.8) se izražava nejednačinom $\eta < 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$. Ako se u tom izrazu zameni umanjilac, tj.

$\frac{Q_2}{Q_1}$ sa manjim razlomkom $\frac{T_2}{T_1}$, tada je

$$\eta < 1 - \frac{Q_2}{Q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (29.9)$$

Vidimo da je koeficijent korisnog dejstva realne toplotne mašine uvek manji od kkd Karnoove mašine, ako obe rade u istom temperaturskom intervalu, tj.

$$\eta < \eta_{\text{carno}} \quad (29.10)$$

3. Treba obratiti pažnju na principijelnu razliku između toplotnih mašina, s jedne i mehaničkih ili električnih mašina - s druge strane. Mehaničke i električne mašine se stalno usavršavaju i njihov kkd. se približava teorijskoj granici od 100%. Iako je ta granica nedostižna u realnim uslovima može se, smanjivanjem gubitaka, približiti toj granici. Međutim, usavršavanjem toplotnih mašina njihov kkd. se ne približava granici od 100%, nego kkd Karnoovog ciklusa, za isti temperaturski interval. Sledi da je presudan faktor pri povećanju koeficijenta korisnog dejstva povećivanje temperaturske razlike toplotnih rezervoara.

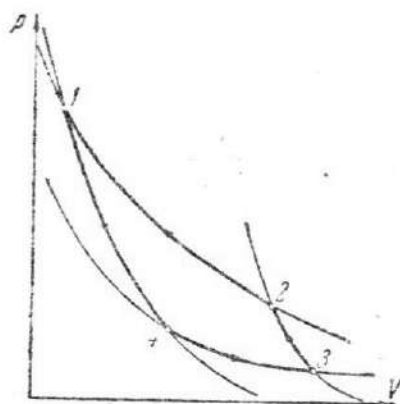
Prirodno je da smanjenje gubitaka bilo koje vrste utiče na povećanje kkd toplotnog motora, ali je najuspešniji metod - povećavanje temperaturske razlike rezervoara T_1 i T_2 .

§ 29.7. Obrnut Karnoov ciklus

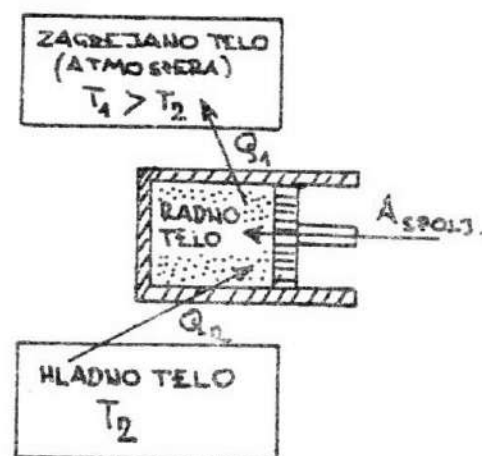
1. Pošto je Karnoov ciklus povratan, moguće je izvesti ga i u suprotnom smeru. Ispitaćemo kakav je energetski efekat u tom slučaju.

Neka se radno telo, čije je stanje na slici 29.4 predstavljeno tačkom 1, širi adijabatski do stanja 4. Pri tome se temperatura snizi do temperature rezervoara T_2 . Zatim se radno telo širi izotermiski do stanja 3, vršeći pri tome rad i apsorbujući od rezervoara T_2 količinu toplote Q_2 . Iz stanja 3 u stanje 2 gas prelazi adijabatskim sabijanjem, pri čemu se temperatura gasa povisi od T_2 do T_1 . I konačno, radno telo prelazi iz stanja 2 u stanje 1 izotermskim sabijanjem na račun rada koje vrše spoljašnje sile. Pri tome radno telo predaje rezervoaru T_1 neku količinu toplote Q_1 .

Šema pretvaranja energije prikazana je na slici 29.5.



Sl.29.4



Sl.29.5

2. Kako se u obrnutom ciklusu sabijanja vrši pri višoj temperaturi nego pri širenju, rad pri sabijanju je veći nego pri širenju. Sledi da u ovom ciklusu spoljašnje sile vrše pozitivan rad.

$$A_{\text{spolj}} = -A_{\text{šir}} + A_{\text{sab}} > 0 \quad (29.11)$$

Prema (27.23) $Q_1 = A_{\text{sab}}$, $Q_2 = A_{\text{šir}}$, kada se ovo stavi u izraz (29.11), dobijamo da je $A_{\text{spolj}} = Q_1 - Q_2$, ili

$$Q_1 = A_{\text{spolj}} + Q_2 \quad (29.12)$$

3. Dakle, u rezultatu datog ciklusa neka količina toplote prelazi od hladnijeg ka toplijem rezervoaru. Može izgledati da to protivreči drugom principu termodinamike (28.9).

Međutim, nije teško uveriti se da to nije tako. Prelaz energije od hladnijeg ka toplijem telu - to je proces u kome se entropija smanjuje. Drugi princip termodinamike zabranjuje takav proces ukoliko je on i jedini. A u posmatranom obrnutom Karnoovom ciklusu odvija se još jedan proces: pretvaranje mehaničke energije okolnih tela u unutrašnju energiju rezervoara T_1 . Taj proces prati porast entropije.

Dakle, proces porasta entropije na račun pretvaranja mehaničke energije u toplotu kompenzuje smanjenje entropije pri prelazu toplote od hladnijeg ka toplijem telu. Zbog toga zabrana drugog principa termodinamike više ne važi, te je obrnut Karnoov proces moguć.

4. Pošto je Karnoov ciklus povratan, to je ukupna promena entropije u jednom ciklusu jednaka nuli. Sledi da jednačina (29.5) važi i za obrnut Karnoov ciklus.

Ako je, pak, obrnuti Karnoov ciklus nepovratan, tada se izraz (29.7) unekoliko menja. Umesto (29.7) dobijamo

$$\Delta S = -\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} > 0, \quad (29.13)$$

odakle je

$$\frac{Q_2}{Q_1} < \frac{T_2}{T_1} \quad (29.14)$$

I u ovom slučaju je kkd realnog ciklusa niži od kkd Karnoovog ciklusa.

§ 29.8. Uredjaj za hladjenje i toplotna pumpa

1. Ako je Karnoov uredjaj idealizacija toplotnog motora, onda je obrnut Karnoov ciklus idealizacija druge dve toplotne mašine - uredjaja za hladjenje i toplotne pumpe.

Uredjaj za hladjenje ima za cilj da u hladnoj komori održava temperaturu koja je niža od temperature okoline. To je moguće ako radno telo toplotne mašine vrši obrnuti ciklus, analogno obrnutom Karnoovom ciklusu.

Kao radno telo uredjaja za hladjenje obično služe pare lakoisparljivih tečnosti - amonijak, freon i sl. Mašina koristi električnu energiju. Na račun te energije se vrši "pumpanje toplote" od hladnijeg tela ka toplijem, ka okolnoj sredini.

2. Efektivnost uredjaja za hladjenje ocenjuje se prema koeficijentu hladjenja

$$k = \frac{Q_2}{A_{\text{spolj.}}}, \quad (29.15)$$

tj. prema odnosu količine toplote, primljenoj u jednom ciklusu i rada spoljašnjih sila.

Koristeći se jednačinama (29.12) i (29.14), čitalac može samostalno da izvede izraz za koeficijent hladjenja

$$k \leq \frac{T_2}{T_1 - T_2}, \quad (29.16)$$

gde se znak jednakosti odnosi na povratan, a znak nejednakosti - na nepovratan ciklus.

Ukoliko je manja temperaturska razlika između rezervoara T_1 i rezervoara T_2 , utoliko je manji mehanički (ili električni) rad potrebno uložiti za "pumpanje toplote" od hladnijeg ka toplijem telu. A to znači da je tada i koeficijent hladjenja veći, što se vidi iz izraza (29.15) i (29.16).

Treba obratiti pažnju i na činjenicu da koeficijent hlađenja može biti i veći od 100%. Ali to, ni u kom slučaju, ne protivreči činjenici da je kkd toplotnog motora uvek znatno manja od 100%.

3. Uredjaj za hlađenje može da služi i kao toplotna pumpa za zagrevanje.

Ako se prostorija zagreva običnim električnim grejačima, onda je oslobođena toplote sa grejača tačno jednaka utrošenoj električnoj energiji. Međutim, ako se električna energija troši za rad uredjaja za hlađenje, kod koga kao toplije telo (rezervoar T_1) služi prostorija koja se zagreva, a kao hladnije telo (rezervoar T_2) - spoljašnja atmosfera, tada prostorija pri zagrevanju dobija više toplote nego što bi se oslobodilo pri direktnom pretvaranju električne energije u unutrašnju u grejačima tipa rešoa, električne peći i sl.

Ustvari, ako u mašini nema gubitaka, količina toplote koju prima prostorija pri zagrevanju je

$$Q_1 = Q_2 + A,$$

gde je A utrošena električna energija, Q_2 - količina toplote koja prelazi spolja u prostoriju.

U realnim uredjajima, gde postoje gubici $Q_1 < Q_2 + A$. Ipak i kada postoje gubici moguće je, kod toplotne pumpe dobre konstrukcije, postići nejednakost: $Q_1 > A$.

4. Efektivnost toplotne pumpe odredjena je takozvanim koeficijentom pumpanja toplote.

$$K = \frac{Q_1}{A}, \quad (29.17)$$

tj. odnos izmedju toplote koju prostorija prima pri zagrevanju i utrošene električne energije.

Preporučujemo čitaocu da, koristeći se prethodnim jednačinama, samostalno pokaže da je

$$K \leq \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (29.18)$$

Napomenimo da je pri povratnom ciklusu koeficijent pumpanja toplote uvek veći od 100%.

5. Dakle, toplotni motor, uređaj za hlađenje i toplotna pumpa - to su tri tipa toplotnih mašina čiji je princip rada određen prvim i drugim principom termodinamike. I kasnije ćemo se susretati sa nizom pojava koje možemo objasniti ovim osnovnim zakonima prirode.

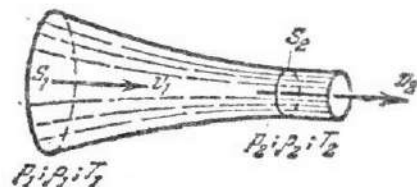
GLAVA 30

OSNOVI AERODINAMIKE

§ 30.1. Termodinamički parametri gasa pri kretanju

U ovoj glavi će biti primenjeni osnovni zakoni termodinamike za izučavanje pojava u gasu pri njegovom kretanju.

Stanje gasa pri kretanju određeno je ne samo pritiskom, gustinom i temperaturom, nego i brzinom kretanja gasa. Dakle, brzina v , pritisak p , gustina ρ i temperatura T su četiri termodinamička parametra. Promena ovih parametara definiše sve procese koji nastaju u pokretnom gasu.



Sl.30.1

Neka gas teče kroz neku cev. Tada su u svakom preseku cevi termodinamički parametri različiti (sl. 30.1).

Ako na nekom preseku cevi termodinamički parametri ne zavise od vremena, tada se takvo kretanja zove stacionarno. Ako se, pak, parametri u toku vremena menjaju, onda je takvo proticanje nestacionarno.

Mi ćemo razmatrati samo stacionarno strujanje kada su brzine mnogo manje od brzine svetlosti ($v \ll c$).

§ 30.2. Jedinačin kontinuiteta

1. Protok tečnosti ili gasa je masa supstance koja protiče kroz poprečni presek cevi u jedinici vremena:

$$\mu = \frac{\Delta m}{\Delta t} \quad (30.1)$$

Ako je brzina strujanja na nekom preseku površine S jednaka v , tada za vreme Δt kroz taj presek proteče zapremina gasa $\Delta V = Sv \Delta t$. Masa toga gasa je $\Delta m = \rho Sv \Delta t$. Zamenom u (30.1) dobijamo za protok izraz:

$$\mu = \rho Sv \quad (30.2)$$

2. Iz zakona o održanju mase sledi da je pri stacionarnom strujanju protok na svakom preseku cevi isti. Ustvari, ako bi naprimer, kroz presek S_1 na slici 30.1 u svakoj sekundi proteklo više gasa nego kroz presek S_2 , tada bi se povećavala masa gasa unutar te zapremine. To bi dovelo do povećanja gustine i pritiska gasa i, dalje, do povećanja brzine strujanja. A to znači došlo bi do nestacionarnog strujanja.

Dakle, za stacionarna strujanja važi sledeća jednačina:

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2 \quad (30.3)$$

Ova jednačina je, ustvari, zakon o održanju mase i zove se jednačina kontinuiteta.

3. U hidrodinamici i aerodinamici je uobičajena sledeća terminologija. Supstanca, koja protiče kroz cev, zove se fluid, nezavisno od toga u kakvom je agregatnom stanju - tečnom ili gasovitom. Postoji stišljivi fluidi (obično gas) i nestišljivi fluidi - to su tečnosti ili gasovi, u slučaju da se njihova stišljivost može zanemariti (vidi 30.6).

4. Kod nestišljivih fluida je $\rho_1 = \rho_2 = \text{const}$, odakle sledi da je

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad (30.4)$$

§ 30.3. Impulsna jednačina strujanja gasa

1. Pri stacionarnom strujanju impuls neke mase gasa na datom preseku strujanja cevi je konstantna veličina. Ali pri prelazu na drugi presek impuls se menja usled dejstva sile pritiska i sile unutrašnjeg trenja (viskoznosti). Ako se sile unutrašnjeg trenja uzmu u obzir, izračunavanje je vrlo složeno. Neke napomene u vezi sa ovim problemom će biti date na kraju ove glave (vidi § 30.17). Ovde ćemo mi zanemariti viskoznost gasa i posmatraćemo samo sile pritiska. Fluid, kod koga se zanemaruju sile unutrašnjeg trenja zove se idealni fluid.

2. Prema osnovnom zakonu dinamike (7.4), promena impulsa sile u jedinici vremena jednaka je rezultantni sila:

$$F_1 - F_2 = \frac{\Delta m v_2 - \Delta m v_1}{\Delta t}, \quad (30.5)$$

gde su $F_1 = p_1 S_1$ i $F_2 = p_2 S_2$ - sile pritiska na presecima S_1 i S_2 . Prema jednačinama (30.1) i (30.2) $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho S v$. Zamenom u (30.5) dobijamo:

$$p_1 S_1 - p_2 S_2 = \rho_2 S_2 v_2^2 - \rho_1 S_1 v_1^2,$$

ili

$$S_1(p_1 + \rho_1 v_1^2) = S_2(p_2 + \rho_2 v_2^2). \quad (30.6)$$

Formula (30.6) zove se impulsna jednačina za strujanje idealnog stišljivog fluida.

§ 30.4. Bernulijeva jednačina

1. Primenimo za strujanje fluida zakon o održanju energije - prvi princip termodinamike (21.9). Posmatrajući gas kao idealni stišljivi fluid, nećemo uzimati u obzir sile unutrašnjeg

trenja. Procese u gasu ćemo smatrati adijabatskim.

Na preseku S_1 /vidi sl.30.1/ masa gasa Δm ima kinetičku energiju $K_1 = \Delta m c_{1/2}^2$ i unutrašnju energiju $U_1 = \Delta m c_V T_1$; na preseku S_2 je $K_2 = \Delta m v_2^2/2$ i $U_2 = \Delta m c_V T_2$. Tada je ukupna promena energije gasa pri prelazu sa preseka S_1 na S_2 :

$$\Delta \mathcal{E} = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = \frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m c_V T_2 - \frac{\Delta m v_1^2}{2} - \Delta m c_V T_1.$$

Rad, koji izvrši gas je

$$A = p_2 \Delta V_2 - p_1 \Delta V_1,$$

gde su ΔV_1 i ΔV_2 - zapremine date mase gasa na presecima S_1 i S_2 , respektivno. Ako ove rezultate stavimo u izraz (21.9), uzimajući u obzir da pri adijabatskom procesu nema izmene toplote sa okolinom, tj. da je $Q=0$, imamo

$$\frac{\Delta m v_2^2}{2} - \frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta m c_V T_2 - \Delta m c_V T_1 + p_2 \Delta V_2 - p_1 \Delta V_1 = 0.$$

Podelimo ovu jednačinu sa Δm i uzmimo u obzir da je $\Delta m / \Delta V = \rho$ - gustina gasa. Prenoseći sve članove sa indeksom 1 na jednu stranu, a sa indeksom 2 - na drugu stranu jednačine, dobijamo

$$\frac{v_1^2}{2} + c_V T_1 + \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{v_2^2}{2} + c_V T_2 + \frac{p_2}{\rho_2}. \quad (30.7)$$

Formula (30.7) je jednačina energije za strujanje idealnog gasa i zove se Bernulijeva jednačina.

2. Stavljajući u izraz (30.7) vrednosti pritiska $p = \rho R T / M$ [vidi (26.18)] i uzimajući u obzir da je $c_p = c_V + \frac{R}{M}$, imamo:

$$\frac{v_1^2}{2} + c_p T_1 = \frac{v_2^2}{2} + c_p T_2 \quad (30.8)$$

Koristeći jednačinu (26.18), dobijamo

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{Mc_p}{R} \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{Mc_p}{R} \frac{p_2}{\rho_2}.$$

No,

$$\frac{Mc_p}{R} = \frac{c_p}{c_p - c_v} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}, \text{ jer je } \frac{c_p}{c_v} = \gamma$$

Dakle,

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_1}{\rho_1} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_2}{\rho_2} \quad (30.9)$$

Ovakav izraz za Bernulijevu jednačinu biće nam potreban kasnije.

3. Pri strujanju idealnog nestišljivog fluida gustina i temperatura se ne menjaju. Stavljajući u jednačinu (30.7) $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ i $T_1 = T_2$, imamo

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 \quad (30.10)$$

To je Bernulijeva jednačina za nestišljivi idealni fluid.

§ 30.5. Brzina rasprostiranja elastičnih deformacija

1. Zamislimo da se u nekom slučaju nepokretnog gasa iznenada poveća pritisak usled brzog sabijanja ili zagrevanja. Usled povećanog pritiska taj sloj počne da se širi, predajući impuls pritiska susednim slojevima. Sabijanje tih slojeva se

prenosi sve dalje i u gasu se pojavljuje talas elastičnih deformacija.

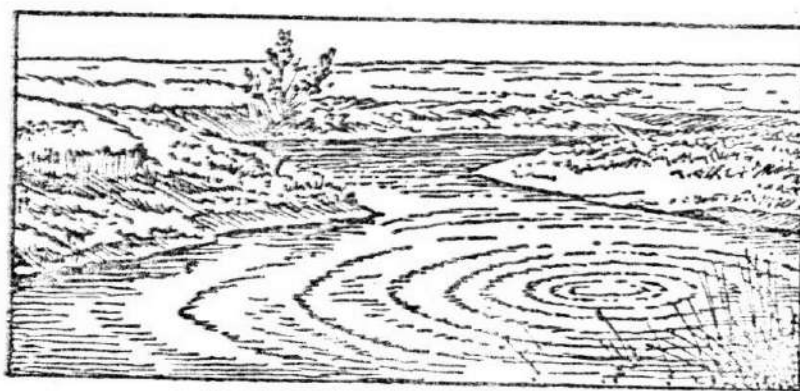
Analogna pojava se događa kada se u vodu baci kamen. I ovde se deformacija prenosi sa sloja na sloj i po površini vode se rasprostire kružni talas (sl.30.2).

Front talasa je površina, koja ima osobinu da su u svim njenim tačkama termodinamički parametri gasa isti (brzina, gustina, pritisak, temperatura). Brzina premeštanja fronta talasa (brzina talasa) je brzina prenošenja elastične deformacije od jednog sloja ka drugom.

2. Za izračunavanje brzine talasa pogodno je preći na referentni sistem, vezan za front talasa.

Zaista, u sistemu xyz , vezanom za gas u kome se još nisu formirali talasi (nedeformisan gas), proces rasprostiranja talasa je nestacionaran, jer se u njemu parametri gasa menjaju sa vremenom. Medjutim, u sistemu $x'y'z'$, koji se kreće zajedno sa frontom talasa, proces je stacionaran i u tom sistemu se može primeniti jednačina kontinuiteta i jednačina impulsa i energije (sl.30.3)

U pokretnom sistemu referencije nedeformisan gas se kreće prema frontu talasa brzinom $u=\omega$; sabijeni gas zaostaje



Sl.30.2

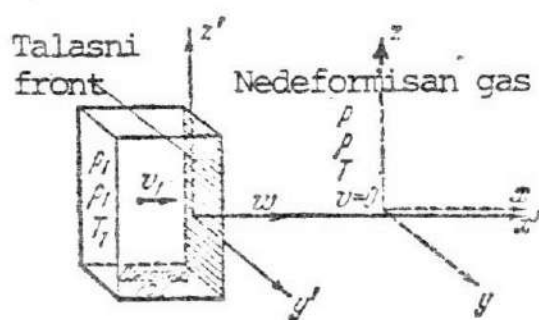
za talasnim frontom i kreće se ulevo, brzinom $u_1=v_1-\omega$ (sl.30.5)
Primenom jednačine kontinuiteta (30.4) i impulsne jednačine

(30.6), dobijamo

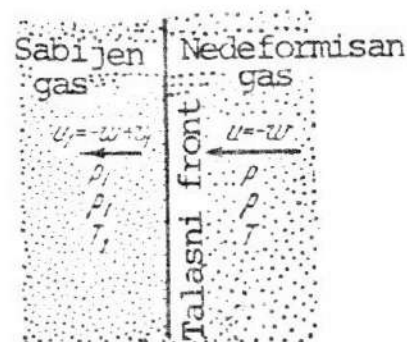
$$\rho u = \rho_1 u_1, \quad p + \rho u^2 = p_1 + \rho u_1^2 \quad (30.11)$$

Ako iz prve jednačine izračunamo $u_1 = \frac{\rho u}{\rho_1}$ i ovu vrednost stavimo u drugu jednačinu, dobijamo za brzinu talasnog fronta izraz

$$\omega = |u| = \sqrt{\frac{\rho_1 (p_1 - p)}{\rho (\rho_1 - \rho)}} \quad (30.12)$$



Sl.30.3



Sl.30.4

3. Kroz gasove se mogu rasprostirati dva tipa talasa - udarni i zvučni.

Udarni talas je karakterističan po tome što se na talasnom frontu termodinamički parametri gasa naglo menjaju - skokom - i razlika pritisaka $p_1 - p$ i gustine $\rho_1 - \rho$, mogu biti vrlo velike, zbog toga se kaže da talasni front udarnog talasa predstavlja udarno zagušivanje.

Zvučni talas je talas slabih deformacija. Razlike pritisaka i gustina su vrlo male veličine: $\Delta p \ll p$ i $\Delta \rho \ll \rho$. Zbog toga se u formuli (30.12) može staviti $\rho_1 = \rho + \Delta \rho \approx \rho$, pa se za brzinu zvučnog talasa tada dobija

$$a = \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta \rho}}. \quad (30.13)$$

4. Zvučni talasi se rasprostiru dosta brzo i pri prolazu talasnog fronta kroz gas, proces sabijanja gasa treba smatrati adijabatskim. Pri takvim uslovima je moguće izvesti pogodniji izraz za izračunavanje brzine zvučnog talasa.

Koristićemo izraz za rad pri kvazistatičkom adijabatskom širenju gasa za malu zapreminu ΔV [vidi (27.25)]. Stavljajući da je $p_1 = p - \Delta p$, $V_1 = V - \Delta V$, $p_2 = p + \Delta p$ i $V_2 = V + \Delta V$, imamo

$$A = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\mu - 1} = \frac{(p - \Delta p)(V - \Delta V) - (p + \Delta p)(V + \Delta V)}{\mu - 1} = \frac{-2(V \Delta p + p \Delta V)}{\mu - 1}$$

S druge strane je

$$A = p_{sr} \cdot (V_2 - V_1) = 2p \Delta V.$$

Kada se ovi izrazi izjednače, dobijamo

$$2p \Delta V = \frac{-(V \Delta p + p \Delta V)}{\mu - 1},$$

ili

$$\mu \frac{\Delta V}{V} = - \frac{\Delta p}{p}. \quad (30.14)$$

Znak minus se ovde javlja, jer se pri širenju zapremina povećava, $\Delta V > 0$, a pritisak se smanjuje, dakle, $\Delta p < 0$. Masa gasa je $m = \rho V$. Pri promeni zapremine menja se gustina, ali se ne menja masa. To znači da je

$$(\rho + \Delta \rho)(V + \Delta V) = (\rho - \Delta \rho)(V - \Delta V).$$

Rešavanjem ove jednačine dobijamo

$$\Delta \rho V = - \Delta V \rho,$$

odakle sledi da je relativna promena zapremine gasa jednaka relativnoj promeni gustine (po apsolutnoj vrednosti):

$$-\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta V}{V} \quad (30.15)$$

Iz (30.15) i (30.14) se dobija

$$\mu \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta p}{p} \quad (30.16)$$

Brzina zvuka prema (30.13) i (30.16) izračunava se na sledeći način

$$a = \sqrt{\mu \frac{p}{\rho}}, \quad (30.17)$$

ili uzimajući u obzir jednačinu gasnog stanja $p = R \rho T / M$ [vidi (26.18)], imamo

$$a = \sqrt{\mu \frac{RT}{M}} \quad (30.18)$$

Dakle, brzina zvuka u idealnom gasu je potpuno odredjena na temperaturom gasa.

Preporučujemo čitaocu da samostalno dokaže da je brzina zvuka u vazduhu

$$a = 20 \sqrt{T} \quad \left(\text{u } \frac{\text{m}}{\text{s}} \right),$$

ako se uzme da je za vazduh $\mu = \frac{7}{5}$ (dvoatomski gas) i $M = 29 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$.

§30.6. Odredjivanje stišljivosti gasa. Mahov broj

1. Već je rečeno da se u nekim sljčajevima može zanemariti stišljivost gasa i staviti da je gustina gasa konstantna. Uvešćemo kriterijum pomoću koga možemo oceniti uslove pri kojima

je dozvoljeno ovakvo, jednostavnije, rešavanje problema.

Jasno je da će najveći porast pritiska nastati kada se gas potpuno zaustavi. Neka je pre zaustavljanja brzina gasa bila v , pritisak p i gustina ρ . Kada se gas zaustavi, brzina je $v_1=0$ pritisak $p_1=p+\Delta p$ i gustina $\rho_1=\rho+\Delta\rho$. Prema Bernulijevoj jednačini (30.9) je:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{\mu}{\mu-1} \frac{p}{\rho} = \frac{\mu}{\mu-1} \left(\frac{p+\Delta p}{\rho+\Delta\rho} \right)$$

ili

$$\frac{v^2}{2} = \frac{\mu}{\mu-1} \left(\frac{p+\Delta p}{\rho+\Delta\rho} \right) - \frac{\mu}{\mu-1} \frac{p}{\rho} = \frac{\mu}{\mu-1} \frac{\Delta\rho}{\rho+\Delta\rho} \left(\frac{\Delta p}{\Delta\rho} - \frac{p}{\rho} \right).$$

Ali, prema izrazima (30.13) i (30.17) je $\frac{\Delta p}{\Delta\rho} = a^2$, $\frac{p}{\rho} = \frac{a^2}{\mu}$. Ako se ovo uzme u obzir tada iz prethodne jednačine dobijamo

$$\frac{v^2}{2} = \frac{\mu}{\mu-1} \frac{\Delta\rho}{\rho} \left(a^2 - \frac{a^2}{\mu} \right) = a^2 \frac{\Delta\rho}{\rho}$$

2. Dakle, relativna promena gustine pri zaustavljanju gasa je

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{v^2}{2a^2} \quad (30.19)$$

Odnos brzine strujanja i brzine prostiranja zvuka zove se Mahov broj:

$$M = \frac{v}{a} \quad (30.20)$$

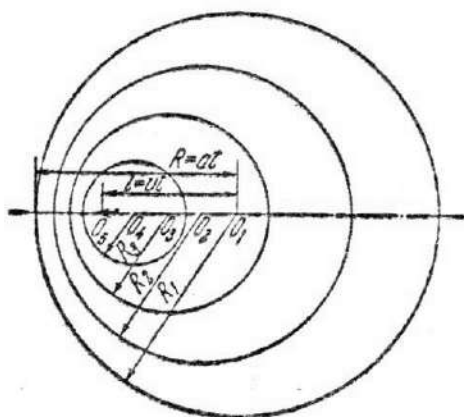
Mahov broj služi kao kriterijum za stišljivost gasa. Ustvari iz (30.19) sledi da, ako je broj M mali, onda je $\Delta\rho \ll \rho$, pa se stišljivost može zanemariti. Ako je, pak, broj M veliki, tada se gustina gasa bitno menja pa se stišljivost ne može zanemariti.

§ 30.7. Mahov konus

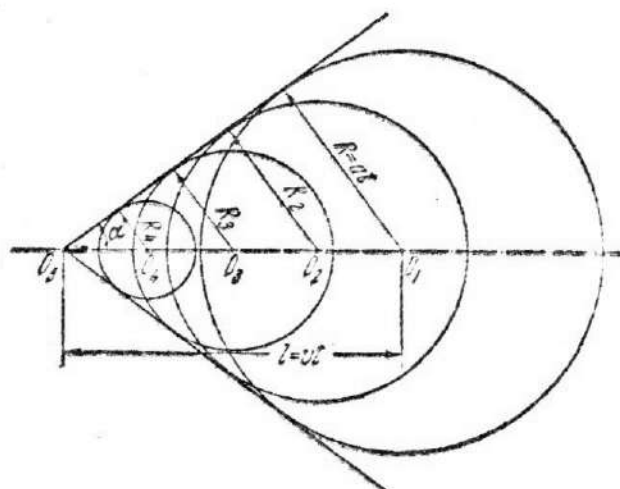
1. Ako se bilo koje telo kreće kroz gas, ono je izvor zvučnih talasa. To telo, nailazeći na nepokretan gas, formira ispred sebe oblast povišenog pritiska, usled čega se javljaju talasi elastičnih deformacija. Oblik tih talasa bitno zavisi od brzine kretanja tela.

Radi jednostavnosti posmatraćemo najpre tačkasti izvor: telo čije se dimenzije u datom zadatku mogu zanemariti.

2. Neka je brzina kretanja tela v manja od brzine zvuka, to je $M = \frac{v}{a} < 1$. Front zvučnog talasa je sfernog oblika, a centar sfere je u tački gde se nalazio izvor u momentu formiranja talasa. Neka se u početnom momentu telo nalazilo u tački O_1 , posle prve sekunde - u tački O_2 , posle druge sekunde - u tački O_3 itd. (sl.30.5). Posle četvrte sekunde telo će se nalaziti u tački O_5 .



Sl.30.5



Sl.30.6

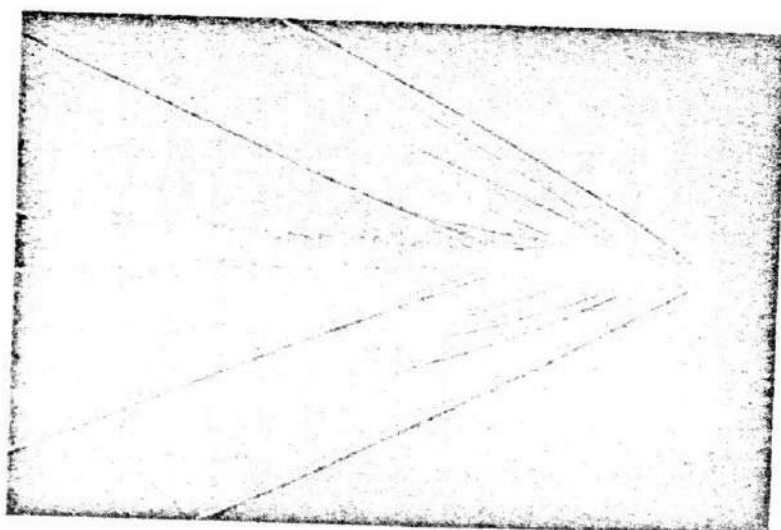
Talasni front sa izvorom u tački O_1 je sfera radijusa $R_1=4a$; sa izvorom u tački O_2 - sfera radijusa $R_2=3a$; sa izvorom u tački O_3 - sfera radijusa $R_3=2a$ itd. Sa slike 30.5 se vidi da se u tom slučaju telo stalno kreće unutar sfernog talasa koji ga presiče. Za t sekundi telo pređe put $l=vt$. Taj put je manji od radijuse sfernog talasa $R=at$.

Sasvim drugi rezultat se dobija ako je brzina tela veća od brzine zvuka ($M > 1$). U tom slučaju telo presteže zvučni talas: telo, za vreme t , predje put $\ell = vt$, koji je veći od radijusa sfernog talasa $R = at$ (sl.30.6). Neka se telo u početku nalazilo u tački O_1 i emitovalo zvučni talas; posle jedne sekunde, telo će obići talasni front i naći će se u tački O_2 , gde emituje novi talas itd. Posle četvrte sekunde, telo će se naći u tački O_5 , pošto je obišlo sve talase, koje je emitovalo za vreme kretanja. U ovom slučaju talasi, koje je emitovalo telo pri kretanju, predstavljaju porodicu sfera, koje kao da su u jednom konusu, a na vrhu tog konusa se nalazi pokretni tačkasti izvor talasa. Taj konus se naziva konusom slabih deformacija ili Mahov konus u čast naučnika koji ga je prvi opisao. Ugao otvora tog konusa, kako se vidi na slici 30.6, se nalazi iz odnosa:

$$\sin \alpha = \frac{R}{\ell} = \frac{a}{v} = \frac{1}{M} \quad (30.21)$$

§ 30.8. Glavni udarni talas

1. U prethodnom paragrafu je razmotren slučaj tačkastog izvora talasa, što predstavlja uprošćenu idealizaciju realnih pojava pri kretanju nekog tela kroz gas, kada je njegova brzina veća od brzine zvuka. Ustvari, ispred tela konačnih dimenzija formira



Sl.30.7

se glavni udarni talas ili naglo zgušnjavanje gasa. Zgušnjavanje gasa vrši se u vrlo tankom sloju - reda veličine slobodne dužine puta molekula, u kome se naglo (skokom) menjaju termodinamički parametri gasa.

2. Pošto se na udarnom talasu gustina naglo menja, to dovodi do znatne promene indeksa prelamanja svetlosnih talasa, što omogućuje da se pomoću specijalnih aparata snimi fotografija glavnog udarnog talasa. Na slici 30.7 je data fotografija kosog skoka zgušnjavanja, koji se javlja ispred tela oblika klina ili konusnog oblika (za Mahov broj $M \approx 2,5$).

3. Brzina glavnog udarnog sloja je poznata: ona je ista kao i brzina tela. Za odredjivanje razlike pritisaka i gustina gasa pre i posle skoka zgušnjavanja možemo se koristiti jednačinama izvedenim u §§ 32.2-32.4.

Mi ćemo se ograničiti samo na analizu pojave na ravnom skoku zgušnjavanja.

§ 30.9. Pojave na ravnom skoku zgušnjavanja

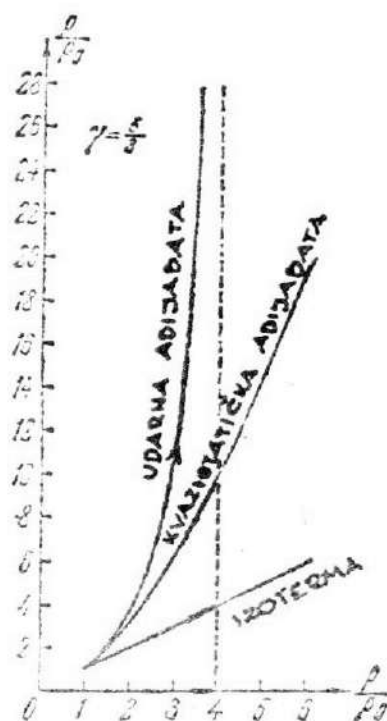
1. U sistemu referencije, vezanom za skok zgušnjavanja je

$$\left. \begin{aligned} \rho u &= \rho_0 u_0 \\ p + \rho u^2 &= p_0 + \rho_0 u_0^2 \\ \frac{u^2}{2} + \frac{\mu}{\mu-1} \frac{p}{\rho} &= \frac{u_0^2}{2} + \frac{\mu}{\mu-1} \frac{p_0}{\rho_0} \end{aligned} \right\} \quad (30.22)$$

Ovde je $u_0 = -u$ - brzina naleta nedeformisanog gasa na skok zgušnjavanja, ρ_0 i p_0 - gustina i pritisak u nedeformisanom gasu, $u=v-u$ - brzina gasa s druge strane skoka, p i ρ - pritisak i gustina gasa u toj oblasti, u - brzina tela (i glavnog udarnog talasa) u odnosu na zemlju.

Jednačine (30.22) su jednačine kontinuiteta impulsa i energije.

2. Proces sabijanja gasa na skoku zgušnjavanja je adijabatski, ali nije kvazistatički, jer gas kroz skok zgušnjavanja prolazi tako brzo da ne dolazi do izjednačavanja termodinamičkih parametara u susednim oblastima. Sledi da se ovde zavisnost izmedju pritiska i gustine ne može odredjivati pomoću Poasonove jednačine koja opisuje kvazistatički adijabatski proces.



Sl.30.8

Kada iz jednačina (30.22) izračunamo brzine

$$u_0 = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0} \left(\frac{p-p_0}{\rho-\rho_0} \right)}$$

i

$$u = \sqrt{\frac{p_0}{\rho} \left(\frac{p-p_0}{\rho-\rho_0} \right)},$$

dobijamo posle dugog niza jednostavnih transformacija sledeći odnos:

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\left(\frac{\mu+1}{\mu-1} \right) \frac{\rho}{\rho_0} - 1}{\frac{\mu+1}{\mu-1} - \frac{\rho}{\rho_0}} \quad (30.23)$$

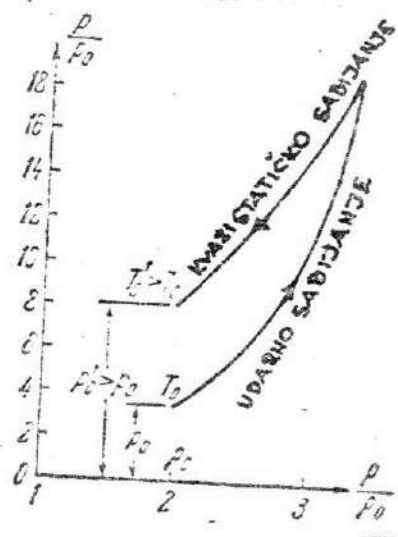
To je, upravo, jednačina udarne adijabate ili Hjugonova jednačina. Grafik te zavisnosti dat je na slici 30.8. Radi uporedjivanja, na grafiku su date i Poasonova kvazistatička adijabata i izoterma.

3. Udarno sabijanje gasa prati naglo povišenje temperature. Usled toga pritisak raste mnogo brže za vreme zgušnjavanja gasa nego što je to slučaj pri adijabatskom zgušnjavanju.

Tako prema Poasonovoj jednačini pri kvazistatičkom adijabatskom sabijanju gustina gasa može bezgranično da se povećava. Međutim, pri udarnom sabijanju postoji granica pri povećavanju gustine. Zaista, u izrazu (30.23) imenilac je jednak nuli za $\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\mu+1}{\mu-1}$, što nema smisla. Dakle

$$\frac{\rho}{\rho_0} < \frac{\mu+1}{\mu-1} \quad (30.24)$$

Gustina jednoatomskog gasa ($\mu = \frac{5}{3}$) najviše se može povećati četiri puta. Dvoatomski gas može najviše povećati svoju gustinu do šest puta, pod pretpostavkom da ne dolazi do oscilacija atoma u molekulu. Ako se, pak, uzme u obzir da pri visokim temperaturama u dvoatomskim molekulima dolazi do oscilacija atoma (vidi § 27.9), tada je $\mu = \frac{9}{7}$, a gustina gasa se ne može povećati više od osam puta.



Sl.30.9

4. Kako proces udarnog sabijanja nije kvazistatički, znači da je on nepovratan. Sledi da se pri udarnom sabijanju entropija povećava. To znači da je nemoguće postići skok razređivanja, tj. udarno širenje gasa.

Ustvari, udarno širenje gasa moralo bi pratiti smanjivanje entropije gasa, a to je u suprotnosti sa II principom termodinamike.

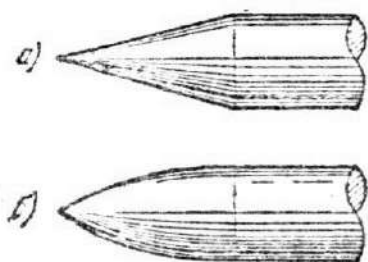
Dakle, ako je gas udarno sabijen, tada se njegovo širenje ne vrši po udarnoj adijabati nego po Poasonovoj adijabati (sl.30.9). Posle završenog procesa širenja, gas se ne vraća u prvobitno stanje. Kada je postignuta ista gustina kao u početnom stanju, pritisak i temperatura će imati znatno veće vrednosti od pritiska i temperature u početnom stanju.

5. Napomenimo da je rad pri udarnom sabijanju gasa mnogo veći od rada pri adijabatskom kvazistatičkom sabijanju, jer se pri udarnom sabijanju temperatura, što znači i unutrašnja energija povećavaju mnogo brže nego pri kvazistatičkom procesu.

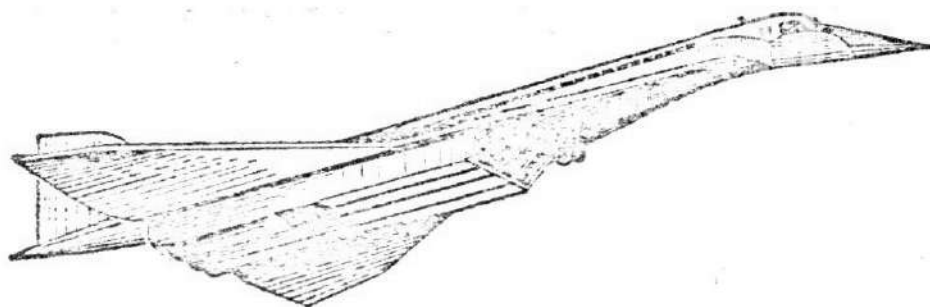
§ 30.10. Talasni otpor

1. Pošto se ispred tela, koje se kreće nadzvučnom brzinom, javlja skok zgušnjavanja, to telo trpi mnogo veći otpor nego u slučaju da se kreće manjom brzinom od brzine zvuka. Jedan od osnovnih razloga za pojavu otpora je razlika pritiska na prednjoj i zadnjoj ivici tele (§ 11.8). Pri pojavi skoka zgušnjavanja, pritisak na prednjoj ivici se naglo povećava, usled čega se povećava i otpor sile pritiska. Pošto je ovaj otpor izazvan udarnim talasom naziva se talasni otpor.

2. Smanjenje talasnog otpora se može postići izborom pogodnog oblika tela koje se kreće nadzvučnom brzinom. Obično prednja ivica ima zaoštrenu formu - konusnu (a) ili ovalnu (b) (sl. 30.10), a mlazni avion ima profil oblika strele (sl.30.11).



Sl.30.10



Sl.30.11

Evo zašto su ovakvi oblici pogodni. Ispred tupog vrha se formira ravan skok zgušnjavanja, a na zaoštrenoj ivici se obrazuje kosi skok (sl.30.7). Na ravnom skoku je promena brzine mnogo veća nego na kosom. A iz impulsne jednačine (30.6) sledi da je razlika pritiska utoliko manja, ukoliko se na skoku manje menja brzina.

Baš zbog toga je talasni otpor manji na kosom nego na pravom skoku zgušnjavanja.

3. Pojavu skoka zgušnjavanja prati povećavanje entropije, pri čemu se kinetička energija tela pretvara, nepovratno, u unutrašnju energiju gase. Ta pojava se koristi za usporavanje kosmičkih brodova u atmosferi.

Taj princip se koristi i za meko spuštanje kosmičkih brodova koji se, naprimer, vraćaju na Zemlju posle obilaska Mesea. Visoka tačnost koja se ostveruje pri upravljanju brodom, omogućuje da se brod uvede u zemljinu atmosferu pod tačno odredjenim uglom. To omogućava potreban stepen usporavanja, a istovremeno sprečava pojavu nedozvoljenih povećanja težina u brodu.

Pri zaustavljanju kosmičkog broda, atmosfera oko njega se naglo zagreva do nekoliko desetina hiljada stepeni. Zbog toga kosmički brod mora imati spolja omotač od dobrog toplotnog izolatora, najčešće od specijalne plastične mase.

§ 30.11. Soplo

1. Cev u kojoj, pri širenju fluida, dolazi do pretvaranja unutrašnje energije fluida u kinetičku energiju, zove se mlaznik. Nas interesuje pri kojim uslovima će mlaz, pri isticanju iz mlaznika, imati maksimalnu brzinu. Za nestišljivi fluid zadatak se rešava elementarno: iz (30.4) sledi da je najveća brzina na najužem delu cevi. Medjutim, za stišljivi fluid (gas) rezultat bitno zavisi od toga da li mlaz ima manju ($M < 1$) ili veću ($M > 1$) brzinu od brzine zvuka.

2. Razmotrimo dva bliska preseka cevi, čije se površine neznatno razlikuju: $S_1 = S - \Delta S$, $S_2 = S + \Delta S$, pri čemu je $\Delta S \ll S$. Analogno je i $\Delta p \ll p$, $\Delta \rho \ll \rho$ i $\Delta v \ll v$. Za ovaj slučaj se može napisati jednačina kontinuiteta:

$$(S - \Delta S)(\rho - \Delta \rho)(v - \Delta v) = (S + \Delta S)(S + \Delta S)(v + \Delta v)$$

Posle sredjivanja dobijamo

$$2S\rho\Delta v + 2\rho v\Delta S + 2Sv\Delta\rho + 2\Delta S\Delta\rho\Delta v = 0.$$

Podelimo jednačinu sa $2S\rho v$ i uzmimo u obzir da je član $\frac{\Delta S}{S} \frac{\Delta \rho}{\rho} \frac{\Delta v}{v}$ vrlo mali (jer je $\frac{\Delta S}{S} \approx \frac{\Delta \rho}{\rho} \approx \frac{\Delta v}{v} \approx 10^{-3}$ pa je njihov proizvod reda veličine 10^{-9}) zbog čega se može zanemariti u odnosu na ostale članove. Na kraju se dobije

$$\frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta v}{v} = 0. \quad (30.25)$$

3. Bernulijeva jednačina za naš slučaj dobija oblik

$$\frac{(v - \Delta v)^2}{2} + \frac{\mu}{\mu - 1} \frac{p - p}{\rho - \Delta \rho} = \frac{(v + \Delta v)^2}{2} + \frac{\mu}{\mu - 1} \frac{p + \Delta p}{\rho + \Delta \rho}.$$

Rešavanjem ove jednačine, dobijamo:

$$2v\Delta v = \frac{2\mu}{\mu - 1} \frac{p\Delta\rho - \rho\Delta p}{\rho^2 - \Delta\rho^2}.$$

No, pošto je $\Delta\rho \ll \rho$, to se član $\Delta\rho^2$ u imeniocu može zanemariti, pa imamo:

$$v\Delta v = \frac{\mu}{\mu - 1} \left(\frac{p}{\rho} \frac{\Delta\rho}{\rho} - \frac{\Delta p}{\rho} \right).$$

Prema jednačini (30.13) je $\Delta p = a^2 \Delta\rho$, a iz (30.17) je $\frac{p}{\rho} = \frac{a^2}{\mu}$. Stavljajući ovo u prethodni izraz, dobijamo:

$$v\Delta v = \frac{\mu}{\mu - 1} \left(\frac{a^2}{\mu} \frac{\Delta\rho}{\rho} - a^2 \frac{\Delta\rho}{\rho} \right),$$

ili konačno

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = - \frac{v \Delta v}{a^2} \quad (30.26)$$

4. Iz jednačina (30.25) i (30.26) dobijamo jednačinu koja povezuje promenu brzine mlaza sa promenom površine mlaznika.

$$\frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta v}{v} \left(1 - \frac{v^2}{a^2}\right) = 0$$

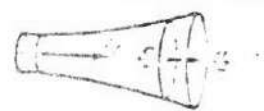
ili

$$\frac{\Delta v}{v} (1 - M^2) = - \frac{\Delta S}{S} \quad (30.27)$$

Iz ovog izraza se može izvesti važan zaključak: za $M < 1$ znak promene brzine Δv je suprotan od znaka ΔS ; a ako je $M > 1$, tada su znaci za Δv i ΔS isti. To znači da se pri sužavanju mlaznika povećava brzina strujanja a na mestima gde se poprečni presek mlaznika povećava da se brzina strujanja smanjuje, ukoliko su brzine strujanja manje od brzine zvuka. Obrnuto, strujanje nadzvučne brzine se povećava kada se i presek mlaznika povećava, a usporava se pri njegovom sužavanju (tabl. 30.1).

Maksimalna brzina u najužem delu mlaznika uvek je manja od brzine zvuka.

Tablica 30.1.

	$S_2 < S_1, \Delta S < 0$	$S_2 > S_1, \Delta S > 0$
Strujanje brzinom - manjom od brzine zvuka $M < 1$	 $v_2 > v_1, \Delta v > 0.$ Ubrzavanje	 $v_2 < v_1, \Delta v < 0$ Usporevanje
Nadzvučno strujanje fluida $M > 1$	 $v_2 < v_1, \Delta v < 0$ Usporavanje	 $v_2 > v_1, \Delta v > 0$ Ubrzavanje

§ 30.12. Analozija izmedju mlaznika i toplotne mašine

1. Neka je mlaznik spojen sa jednim rezervoarom (naprimjer, sa parnim kotlom ili sa komorom u kojoj se vrši sagorevanje kod parne turbine), u kome se održavaju konstantan pritisak p_0 , gustina ρ_0 i temperatura T_0 idealnog gasa. Odgovarajuće parametre u okolnoj atmosferi označimo sa p_{at} , ρ_{at} i T_{at} . Gas, izlazeći iz rezervoara, protiče kroz mlaznik i ubrzava se. Njegovu brzinu na izlazu iz mlaznika, označimo sa v . Ta se brzina može odrediti pomoću Bernulijeve jednačine (30.8), ako se uzme u obzir da je brzina gasa u rezervoaru $v_0=0$.

$$\frac{v^2}{2} + c_p T_{at} = c_p T_0,$$

odakle sledi da je kinetička energija jedinične mase gasa:

$$\frac{v^2}{2} = c_p (T_0 - T_{at}). \quad (30.28)$$

2. Maksimalna brzina i odgovarajuća maksimalna kinetička energija jedinične mase bila bi za $T_{at}=0$, tj. kada bi gas isticao u vakuum, gde je temperatura jednaka apsolutnoj nuli:

$$\frac{v_{\max}^2}{2} = c_p T_0 \quad (30.29)$$

U tom slučaju bi se celokupna unutrašnja energija pretvorila u kinetičku.

3. Nadjimo odnos izmedju stvarne vrednosti kinetičke energije jedinice mase i njene maksimalne kinetičke energije:

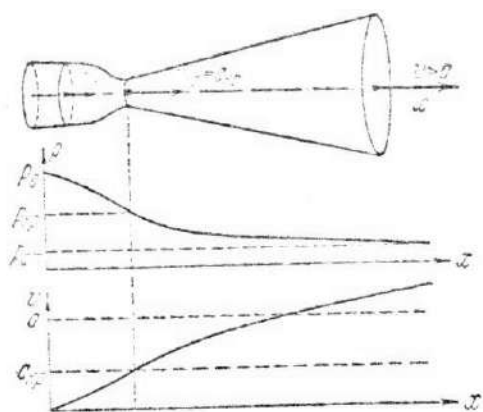
$$\eta = \frac{\frac{v^2}{2}}{\frac{v_{\max}^2}{2}} = \frac{T_0 - T_{at}}{T_0} \quad (30.30)$$

Dobijeni odnos je isti kao i koeficijent korisnog dejstva u Karno-ovom ciklusu za toplotnu mašinu, koja radi u istom temperaturnom intervalu. Odnos (30.30) određuje maksimalni koeficijent korišćenja unutrašnje energije gasa u rezervoaru.

§ 30.13. Lavalov mlaznik

1. Da bi iz mlaznika isticao nadzvučni mlaz, neophodno je potrebno da mlaznik ima specijalan oblik. Ustvari, gas iz rezervoara ističe brzinom, manjom od brzine zvuka. Radi ubrzavanja mlaza, prema (30.27) potrebno je da se mlaznik u početku služeva. Pri dovoljno velikoj razlici pritiska, brzina mlaza će u najužem

delu biti jednaka brzini zvuka. Ako se mlaznik dalje širi, tada će se saglasno izrezu (30.27), mlaz ubrzavati.



Sl.30.12

Mlaznik, koji radi po ovom režimu zove se Lavalov mlaznik (sl.30.12). Takvi mlaznici se primenjuju u parnim i gasnim turbinama i u reaktivnim motorima i raketama.

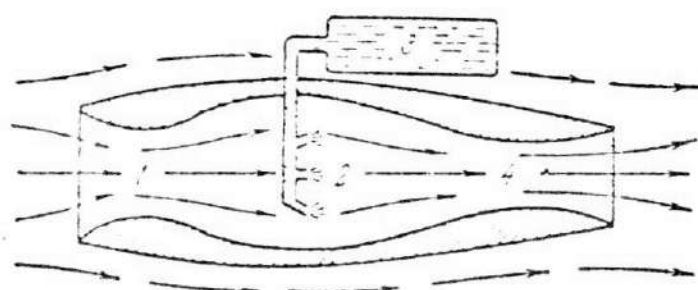
2. Pri proticanju gasa kroz Lavalov mlaznik, njegov pritisak, temperatura i gustina se stalno smanjuju; to znači da se i unutrašnja energija, takodje, smanjuje. Na račun toga stalno raste kinetička energija struje, a brzina može da postane znatno veća od brzine zvuka (vidi sl.30.12).

§ 30.14. Reaktivni motor

1. Lavalov mlaznik je osnovni element svakog reaktivnog motora. Ustvari, za dobijanje veće reaktivne vučne sile, neophodno je potrebno da brzina struje pri isticanju bude što veća [vidi (15.8)]. A veća, naime, nadzvučna brzina isticanja gasa može se postići samo pomoću Lavalovog mlaznika.

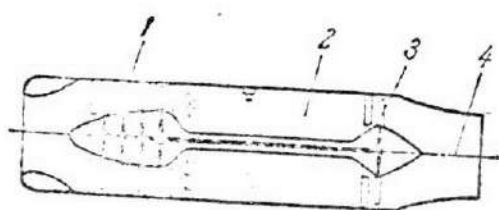
Reaktivni motori mogu imati različite konstrukcije. Mi ćemo se ograničiti na razmatranje najprostijeg reaktivnog motora - direktnog vazdušnog reaktivnog motora (DVRM). Šema ovog motora data je na slici 30.13.

2. Direktni motor vrlo dobro radi i daje dosta veliku vučnu reaktivnu silu u slučaju kada se kreće nadzvučnom brzinom. Jednostavnije razmatranje vrši se u sistemu referencije, vezanom



Sl.30.13

za motor. U tom sistemu vazduh naleće na ulaznu mlaznicu nadzvučnom brzinom. U oblasti 1 iza ulazne mlaznice se obrazuje jedan ili više skokova zgušnjavanja i brzina gasa postaje manja od brzine vazduha. Krećući se duž proširenog kanala, struja se još više usporava - brzina gasa se smanjuje, a pritisak, gustina i temperatura se povećava. U oblasti 2 koja se zove komora za sagorevanje, u sabijen vazduh se iz rezervoara 3 ubrizgava gorivo. Energija, koja se oslobodi pri sagorevanju, troši se za povećavanje unutrašnje energije gasa.



Sl.30.14

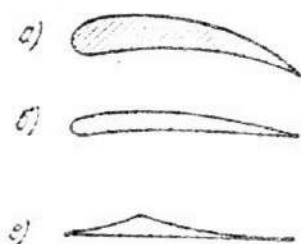
Iz komore za sagorevanje gas ulazi u Lavalov mlaznik 4. Ako se pravilno izaberu termodinamički parametri gasa u komori za sagorevanje, tada je u oblasti gde je mlaznik najuži, brzina gasa jednaka brzini zvuka i iz izlaznog mlaznika gas ističe nadzvučnom brzinom.

Napomenimo da je direktni reaktivni motor u konstruktivnom pogledu veoma jednostavan i sasvim solidan. Međutim, on može da radi samo u slučaju da je on prethodno ubrzan do nadzvučne brzine. Za ovo se mogu koristiti startne rakete.

3. Na slici 30.14 data je šema turbo-kompresionog vazdušno-reaktivnog motora (TKVRM). On može da radi pri svim, čak i pri malim, brzinama. Za razliku od direktnog motora ovde se sabijanje vazduha postiže pomoću kompresora 1. Energija vazdušne struje iza komore za sagorevanje 2 delimično se koristi za gasnu turbinu 3, koja rotira kompresor, a nekada i propeler. Ostali deo energije se koristi za stvaranje reaktivne vučne sile u mlazniku 4 iza turbine.

§ 30.15. Krilo aviona

1. Površina, oko koje optiče gas ili tečnost i koja ima takav oblik da je sila koja ima smer naviše (sila uzgona) znatno veća od sile otpora, zove se krilo. Postoje različiti profili krila u zavisnosti od toga za kakve brzine su ona predviđena: za avione, koji se kreću manjim brzinama od brzine zvuka, profil krila ima oblik kao na slici 30.15, a i b; za nadzvučne avione prednja ivica krila je zaoštrena (sl.30.15, c) da bi se smanjio talasni otpor (vidi § 30.10).



Sl.30.15

2. Uzrok pojave sile uzgona može se kvalitativno objasniti pomoću Bernulijeve jednačine. Struja gasa, koja optiče oko krila, se grana. Krilo ima nesimetrični oblik: odozgo je ispupčeno, a odozdo - malo izdubljeno ili ravno. Zahvaljujući toj nesimetričnosti brzina strujanja iznad krila v_1 je veća od brzine ispod krila v_2 , a pritisak p_1 je manji (sl.30.16). Usled te razlike pritisaka javlja se sila uzgona.

Sila uzgona se može povećati na različite načine.



Sl.30.16



Sl.30.17

3. Pre svega, moguće je napraviti krilo koje je odozgo dosta ispupčeno, a odozdo što više izdubljeno (vidi sl.30.15,a). U tom slučaju se struja vazduha ispod krila usporava, a iznad krila se brzina strujanja povećava. Sa povećanjem razlike brzina raste i razlika pritiska a istovremeno raste i sila uzgona. Ali avion sa takvim profilom krila trpi veliki otpor sredine. Zbog toga su takvi profili karakteristični za stare avione.

4. Moguće je postaviti krilo tako da ono zaklapa ugao sa pravcem nailaska struje vazduha - to je takozvani napadni ugao α (sl.30.17). To takodje, dovodi do smanjivanja brzine struje ispod krila i do povećavanja sile uzgona. Ali, pri povećavanju napadnog ugla povećava se i sila otpora. Osim toga, pri većim napadnim uglovima dolazi do odvajanja vazdušne struje od krila, što dovodi do smanjivanja sile uzgona. Zbog toga kod savremenih aviona taj ugao, obično, ne prelazi 3° - 4° .

5. I na kraju, sila uzgona se može povećati povećavanjem brzine naletanja struje vazduha. Ustvari, razlika brzina strujanja iznad gornje i ispod donje površine krila pri malim napadnim uglovima i pri malim krivinama profila (vidi sliku (30.15,b) nije velika. Zbog toga se poluzbir tih brzina malo razlikuje od brzine naletanja struje na krilo, $(v_1+v_2)/2 \approx v$. Zato možemo formulu (30.10) napisati u obliku

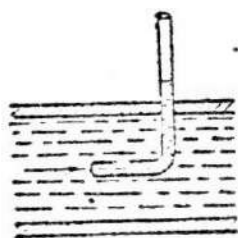
$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho (v_2+v_1)(v_2-v_1) \approx \rho v \Delta v$$

Oдавде sledi da će sila uzgona biti velika pri velikim brzinama

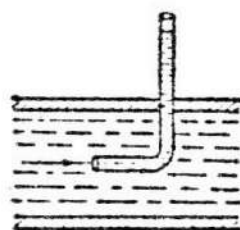
strujanja, čak i u slučaju da krilo nema velike krivine niti da ima velike dimenzije. Baš takav oblik imaju krila savremenih brzih aviona. Kod takvih oblika krila, bitno se smanjuje čeoní otpor što je, u svakom slučaju, pogodno.

§30.16. Merenja pritiska i brzine u struji tečnosti

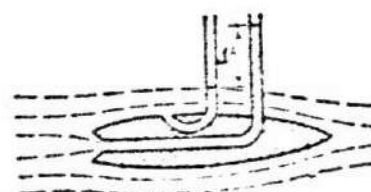
1. U ovom paragrafu ćemo razmotriti slučaj kada su brzine strujanja gasa manje od brzine zvuka ($M < 1$), pa se stišljivost gasa može zanemariti. Objasnićemo kako se pomoću nepokretnog manometra može izmeriti pritisak u struji tečnosti i kako se, pomoću izmerenog pritiska, može odrediti brzina strujanja tečnosti.



Sl.30.18



Sl.30.19



Sl.30.20

2. Postavimo u struju tečnosti malu cev, oko koje može lako da otiče tečnost i koja ima jedan ili više bočnih otvora (sl.30.18). Cev takvog oblika, praktično, neće deformisati struju tečnosti, usled čega se ni brzina strujanja ni pritisak u struji neće bitno menjati. Zahvaljujući silama elastičnosti, tečnost ispunjava cev i podiže se naviše sve dok se hidrostatíčki pritisak ne izjednači sa pritiskom u struji. Neka je ta visina h , Veličina pritiska se može izračunati po formuli $p = \rho gh$. Ako je pritisak u struji mali, onda se cev postavi koso i tada se pritisak izračunava po formuli

$$p = \rho gh \sin \alpha,$$

(vidi 26.2).

Za merenje pritiska u struji gasa, cev se pomoću gumenog creva spoji sa običnim manometrom za gasove - manometrom sa tečnošću ili metalnim manometrom.

3. Postavimo u istu tačku struje cev, čiji je ulazni otvor okrenut prema struji tečnosti - takozvanu Pitoovu cev. Stub tečnosti u manometarskoj cevi će sada biti viši nego u prethodnom slučaju /sl.30.19/, što potvrđuje da je pritisak veći. Ustvari, u Pitoovoj cevi se tečnost zaustavlja i hidrostatski pritisak u manometarskoj cevi se uravnotežuje sa pritiskom usporene tečnosti, a ne sa pritiskom tečnosti koja se kreće nekom brzinom, kao što je to bilo u prethodnom eksperimentu. Pritisak zaustavljene tečnosti se određuje pomoću Bernulijeve jednačine /30.10/, ako se stavi da je $v_2 = v_{uspor} = 0$ i $p_2 = p_{uspor}$.

Dakle,

$$p_{uspor} = p + \frac{\rho v^2}{2}$$

/30.31/

Često se pritisak p_{uspor} zove ukupan pritisak, pritisak pri kretanju p - statički pritisak, a razlika ova dva pritiska $p_{uspor} - p = \frac{\rho v^2}{2}$ - dinamički pritisak. Međutim, ovi termini nisu baš mećno izabrani.

4. Brzina strujanja u nekoj tački meri se pomoću Prandtlov, cevi /sl.30.20/ koja je, ustvari, kombinacija dve prethodne cevi. Kako je razlika pritisa u obe manometarske cevi srazmerna kvadratu brzine strujanja, to se manometar može graduisati neposredno u jedinicama brzine.

Pri merenju brzine gasne struje, Prandtlova cev se vezuje za diferencijalni manometar, koji registruje razliku pritisa i, samim tim, prema /30.31/ i brzinu strujanja.

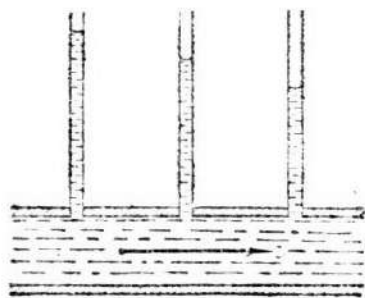
Skala diferencijalnog manometra se graduiše neposredno u jedinicama brzine.

Iz principa relativnosti sledi da će instrument pokazivati iste rezultate bez obzira na to da li fluid naleće na cev

ili se cev kreće kroz nepokretni fluid. Na tom principu je zasnovano korišćenje Prandtllove cevi za merenje brzine kretanja aviona u odnosu na vazduh ili broda u odnosu na vodu.

§ 30.17. Strujanje viskozne tečnosti. Otpor cevovoda

1. Neka tečnost struji kroz cev konstantnog preseka. Ako se za taj slučaj primeni jednačina kontinuiteta /30.3/ i impulsna jednačina /30.6/ i ako se uzme u obzir da je $\rho_1 = \rho_2$ i $S_1 = S_2$, vidimo da će i pritisci biti u svim presecima isti, $p_1 = p_2$. Tako dobijamo paradoksalni rezultat: tečnost kao da teče kroz cev sama od sebe, bez ikakvog pada pritiska! A to je sasvim u suprotnosti sa



Sl.30.21

rezultatima merenja. U to se možemo uveriti pomoću jednostavnog uređaja, koji je predstavljen na sl. 30.21. Kada kroz cevovod protiče tečnost, tada manometarske cevi pokazuju pad pritiska. Vidi se da je pritisak na početku cevovoda dosta veći nego na kraju.

Razlika između teorije i eksperimenta javlja se usled toga što smo pri izvođenju jednačine /30.6/ zanemarili sile unutrašnjeg trenja, koje u datom slučaju igraju bitnu ulogu.

2. Teorijski proračun sile otpora može se izvesti samo za relativno male brzine strujanja, tačnije za Reynoldsov broj $Re = \frac{\rho v d}{\eta} \leq 2320$, gde je d - dijametar cevi, η - koeficijent viskoznosti tečnosti [vidi (11.14)]. Napomenimo da pri tim vrednostima Reynoldsovog broja, hrapavost zidova cevi ne utiče na sile otpora. Za veće vrednosti Reynoldsovog broja do sada nije izveden teorijski proračun za sile otpora /ni za slučaj glatkih ni hrpavih površina zidova cevi/. Ovde se koriste samo empirijske

formule, koje su eksperimentalno dobro proverene.

3. Pad pritiska, tj. razlika pritisaka na dva preseka cevi, koji su na rastojanju d , može se izračunati prema formuli:

$$\Delta p = \lambda \frac{1}{d} \frac{\rho v^2}{2} \quad /30.22/$$

gde je λ - koeficijent hidrauličnog trenja.

Za $Re \leq 2320$ za sve cevi - glatke i hrapave - važi jednačina

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad /30.33/$$

Za glatke cevi /naprimer staklene/ i za $Re > 2320$, važi empirijska formula

$$\lambda = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}} \quad /30.34/$$

Napomenimo, takodje, da prelaz od laminarnog strujanja, gde se koeficijent hidrauličnog trenja λ odredjuje jednačinom /30.33/, na turbulentno gde važi jednačina /30.34/ ne zavisi samo od Reynoldsovog broja, nego i od niza drugih faktora. Razmatranje toga problema zalazi za okvir ove knjige.

ČETVRTI DEO

MOLEKULSKE SILE I AGREGATNA STANJA SUPSTANCE

GLAVA 31

MOLEKULSKE SILE

§30.1. Gustina i stišljivost supstance

1. Kako je bilo pokazano u §26.3, kada se uporede gustine supstance u čvrstom, tečnom i gasovitom stanju, može se oceniti rastojanje medju molekulima tela u ovim stanjima. Pri tome izlazi da se rastojanja medju molekulima u čvrstom i tečnom malo razlikuju - svega za nekoliko procenata, dok je kod gasova rastojanje medju molekulima (ako pritisak nije mnogo velik) oko deset puta veće. Zato se kaže da su molekuli u čvrstim i tečnim telima gusto pakovani. Usled gustog pakovanja čvrsta i tečna tela se mnogo slabije mogu sabijati nego gasovi.

2. Neka se neko telo sabija ili širi u svim pravcima (prostorno). Tada će se telu menjati zapremina i gustina. Označimo sa ϵ relativnu promenu zapremine.

$$\epsilon = - \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta \rho}{\rho} ; \quad (31.1)$$

znak minus u izrazu znači da se pri povećavanju zapremine smanjuje gustina, ako se pri toj promeni ne menja masa supstance.

Ako je pritisak veći od atmosferskog, obeležimo ga sa ϕ , nekada se zove naponom.

$$\phi = \Delta p \quad (31.2)$$

Stišljivost supstance β se definiše kao odnos između relativne promene zapremine i napona:

$$\beta = \frac{\epsilon}{\sigma} = - \frac{\Delta V}{V \sigma} = \frac{\Delta \rho}{\rho \Delta p} . \quad (31.3)$$

Recipročna vrednost ove veličine zove se modul stišljivosti:

$$K = \frac{1}{\beta} \quad (31.4)$$

3. Na osnovu izraza (30.16) sledi da je stišljivost gasa pri adijabatskom procesu

$$\beta_{ad} = \frac{1}{\gamma p} \quad (31.5)$$

Preporučujemo čitaocu da, koristeći jednačinu gasnog stanja, samostalno pokaže da je pri izotermnom procesu

$$\beta_{izot} = \frac{1}{p} .$$

Ako su pritisci u gasu reda veličine $p \approx 20_{at} \approx 2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$, izotermna stišljivost gasa je $\beta_{izot} \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ Pa}^{-1}$.

Stišljivost čvrstih i tečnih tela je oko 10^3 - 10^5 puta manja od stišljivosti gasova. To se može videti iz tablice 31.1, gde su date gustine i stišljivost nekih tečnih i čvrstih tela pri istim vrednostima pritiska ($p \approx 20 \text{ at}$).

§ 31.2. Molekulske sile

1. Iz ove analize o stišljivosti tečnosti i čvrstih tela, kao i iz niza pojava proučenih u početnom kursu fizike (medjusobno slepljivanje dve dobro uglačane površine, kvašenje čvrstih tela i sl.), sledi da među molekulima vladaju dosta

Tablica 31.1

Supstanca	Gustina $\rho, \text{kg/m}^3$	β, Pa	Supstanca	Gustina $\rho, \text{kg/m}^3$	β, Pa
Voda (0°C)	999,9	$48,9 \cdot 10^{-11}$	Bakar	8930	$0,73 \cdot 10^{-11}$
Led (0°C)	916,8	$40 \cdot 10^{-11}$	Aluminijum	2690	$1,37 \cdot 10^{-11}$
Etil (15°C)	790	$76 \cdot 10^{-11}$	Dijamant	3500	$0,23 \cdot 10^{-11}$
Živa (20°C)	1345,9	$3,8 \cdot 10^{-11}$	Grafit	2300	$3,0 \cdot 10^{-11}$

jake sile, nazvane molekulske sile. Ove sile se odlikuju nizom interesantnih osobina.

Kada se jedan molekul udaljava od drugog, tada su molekulske sile privlačne, a pri međusobnom približavanju molekula, na rastojanju reda veličine dimenzija molekula - ove sile su odbojne. Sledi da postoji jedno rastojanje d medju molekulima kada se odbojna sila jednaka po intenzitetu privlačnoj sili, tj. kada je njihova rezultanta jednaka nuli. Sistem molekula, koji se nalaze na međusobnim rastojanjima d nalazi se u stanju stabilne ravnoteže, a energija međusobnog dejstva molekula mora biti minimalna (vidi § 19.5, 19.6).

Molekulske sile su izražene samo u slučaju kada je rastojanje medju molekulima sasvim malo, reda veličine efektivnih dimenzija samih molekula (vidi § 25.3). Kada se rastojanje nekoliko puta poveća, sile praktično postaju jednake nuli.

Baš pomoću ove osobine molekulskih sila se objašnjava činjenica da se pri analizi pojava u gasovima, gde je medjumolekulsko rastojanje oko 10 puta veće nego kod tečnosti ili čvrstih tela, mogu u najvećem broj slučajeva zanemariti molekulske sile.

2. Veličina molekulskih sila ne zavisi od ukupnog broja molekula. Tako, na primer, gustina ili elastična svojstva tečnosti

ili čvrstih tela, ne zavisi od dimenzija posmatranog obrasca; kap vode i voda u okeanu pri istoj temperaturi i spoljašnjem pritisku ima istu stišljivost, gustinu i sl. Ovom svojom osobinom molekulske sile se razlikuju od gravitacionih ili kulonovskih sila kod kojih se rezultanta sila odredjuje dejstvom svih tela u sistemu. Zbog čega molekulske sile deluju samo medju susednim molekulima, biće objašnjeno u sledećim paragrafima.

§ 31.3. Električna priroda molekulskih sila

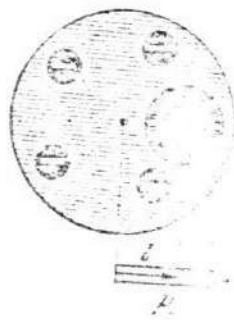
1. Brižljivim ispitivanjem niza naučnika u XX veku zaključeno je da je poreklo molekulskih sila - električno.

Takav rezultat može na prvi pogled, izgledati netačan, jer je poznato da su molekuli neutralni, a električna energija je karakteristična samo za naelektrisana tela. Medjutim, ranije je pokazano da se električne interakcije javljaju i medju dipolima - neutralnim česticama sa asimetričnim rasporedom dva naelektrisanja, koja su jednaka po količinama elektriciteta ali suprotnog znaka (vidi § 10.4). Na osnovu toga se može shvatiti električna priroda molekulskih sila.

2. Molekuli nekih supstanci imaju simetričnu strukturu, kako je to šematski prikazano na slici 31.1. Ovde pozitivno naelektrisana kuglica predstavlja jezgra atoma u molekulu, a negativno naelektrisana sfera - elektronski oblak tih atoma.



S1.31.1



S1.31.2

Neka je molekul tako deformisan da je elektronski ob-
lak malo pomeren na jednu stranu, kako je to prikazano na sl. 31.2.

Tako deformisani molekul se može u prvoj aproksimaciji smatra-
ti kao dipol sa nekim momentom $\vec{p}_e = q\vec{\ell}$. U tom slučaju se u okoli-
ni molekula formira električno polje intenziteta

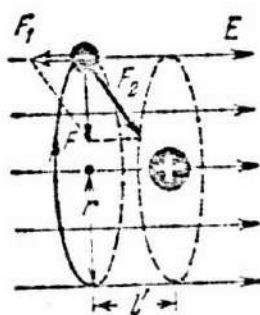
$$E \approx \frac{p_e}{\epsilon_0 r^3},$$

[vidi (10.10)].

3. Električno polje tog molekula izaziva deformaciju
najbližih molekula. Na pozitivno jezgro molekula deluje odbojna
sila, usmerena duž vektora električnog polja, a na negativno
neelektrisani elektronski oblak deluju suprotno usmerene sile
(sl.31.3).

Dakle, molekul sa dipolnim momentom $\vec{p}_e$ indukuje u
susednim molekulima dipolni moment $\vec{p}'_e$.

Lako se možemo uveriti da je indukovani dipolni moment
srazmeran jačini polja. Ustvari, moment indukovano dipola je
 $p_e = e\ell'$, gde je ℓ' - dužina indukovano dipola. Jačina spoljaš-
njeg električnog dipola ne prelazi $(10^4 - 10^6) \frac{V}{m}$, obično je dosta
slabije. Na orbiti je jačina polja, koje potiče od pozitivnog jez-
gra, $E_j = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2} \approx 10^{11} \frac{V}{m}$ (radijus atoma je oko $10^{-10} m$). Sledi da
je sila F_1 , kojom spoljašnje polje deluje na elektron, znatno manja
od sile F_2 , kojom jezgro deluje na elektron. Zbog toga je pomer-
nje elektronskog oblaka znatno manje od ra-
dijusa orbite.



Sl.31.3

Na osnovu slike 31.3, možemo napisati:

$$\frac{\ell'}{r} = \frac{F_1}{F_2} \approx \frac{F_1}{F_2}.$$

Kad u poslednji izraz stavimo vrednosti
za $F_1 = eE$ i $F_2 = eE_j = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, dobijamo

$$\ell' \approx \frac{4\pi\epsilon_0 r^3}{e} E,$$

a indukovani moment

$$p'_e = e\ell' = 4\pi r^3 \epsilon_0 E = \alpha \epsilon_0 E \quad (31.7)$$

Veličina $\alpha \approx 4\pi r^3$ se zove koeficijent polarizacije molekula.

U našem slučaju je

$$p'_e \approx \frac{\epsilon_0 \alpha p_e}{\epsilon_0 r^3} = \frac{\alpha p_e}{r^3} \quad (31.8)$$

4. Ako dva molekula imaju dipolne momente $\vec{p}_e$ i $\vec{p}'_e$ istog pravca i smera, onda se oni međusobno privlače [vidi (10.7)] :

$$f = - \frac{6p_e p'_e}{4 \epsilon_0 r^4},$$

Ako se u ovu formulu stavi izraz za moment indukovanog dipola (31.8), konačno dobijamo

$$f \approx - \frac{\alpha p_e^2}{\epsilon_0 r^7} \quad (31.9)$$

I tako smo došli do vrlo važnog rezultata: Ako molekuli indukuju dipolni moment u najbližim okolnim molekulima, tada se medju njima javlja privlačna sila koja je obrnuto srazmerna sa sedmim stepenom rastojanja medju molekulima.

5. Pokušajmo da odredimo red veličine sila medjumolekulske interakcije. Dipolni moment ima intenzitet oko $p_e \approx 10^{-30}$ C.m, a rastojanje medju molekulima je $r \approx 3 \cdot 10^{-10}$. Stavljajući ove brojne vrednosti u jednačinu (31.9), dobijamo:

$$|f| = \frac{10^{-28} \cdot 10^{-60} \cdot 36 \pi \cdot 10^9}{2 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-70}} \approx 5 \cdot 10^{-11} \text{ N}$$

Ova sila, na prvi pogled, izgleda mala. Međutim, ako se uzme u obzir da svako telo sadrži osroman broj molekula, jasno je da njihove interakcije imaju znatan efekat.

Izračunajmo, naprimer, kolika je potrebna sila da bi se otkinuo štap poprečnog preseka 1 cm^2 . To ćemo dobiti ako silu između dva susedna molekula pomnožimo sa brojem molekula na tom poprečnom preseku, za slučaj da su molekuli gusto pakovani. Ako je rastojanje medju molekulima reda veličine $3 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 3 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$, onda je traženi broj molekula

$$N = \left(\frac{1}{3 \cdot 10^{-8}} \right)^2 \frac{1}{\text{cm}^2} = 10^{15} \frac{1}{\text{cm}^2}$$

Napom pri kidanju je

$$\sigma = |f| \cdot N \approx 5 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{15} = 5 \cdot 10^4 \text{ Pa}.$$

Ogledom je utvrđeno da je čvrstine čelika pri raskidanju oko 10^5 Pa . Dakle, naš grubi proračun daje, po redu veličine, pravilan rezultat.

§ 31.4. Grafik molekulskih sila

1. U prethodnom paragrafu je razmatran najprostiji slučaj privlačenja molekula - interakcija između indukovanih dipola. Ustvari, privlačne sile medju molekulima mogu nastati i zbog niza drugih razloga koje mi ovde ne možemo razmatrati, jer se stroga teorija molekulskih sila može izvesti samo pomoću kventne mehanike. Pokazano je da su u svim slučajevima privlačne molekulske sile obrnuto srazmerne sedmom stepenu rastojanja medju molekulima:

$$f_{\text{pr}} = - \frac{a}{r^7} \quad (31.10)$$

Ovde stoji znak minus jer su sile privlačne, dok je a - neki koeficijent koji zavisi od vrste molekula (njegove strukture) i karaktera privlačnih sila.

2. Pri sabijanju tela dolazi do medjusobnog približavanja molekula usled čega se javlja odbojna sila. Poreklo odbojnih sila, takodje, je električne prirode. Ovde znatnu ulogu igraju odbojne sile medju pozitivnim jezgrima. Osim toga, javljaju se i kvantno-mehanički efekti koji ovde neće biti razmatrani

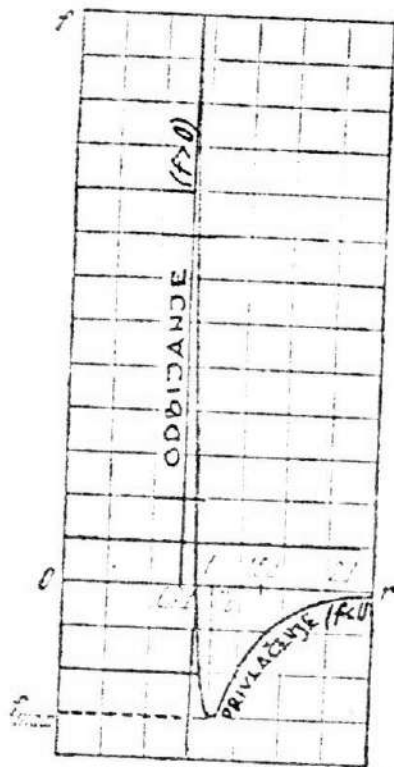
Pri medjusobnom približavanju molekula odbojna sila se vrlo brzo menja, mnogo brže od privlačne sile. Odbojna sila se, približno, može odrediti sledećim izrazom

$$f = \frac{b}{r^9} \quad (31.11)$$

Koeficijent b zavisi od istih faktora kao i a . U kvantnoj mehanici se dobija tačnija formula, ali je ovde nećemo davati.

3. Jasno je da na svaki molekul deluje rezultanta

$$f = -\frac{a}{r^7} + \frac{b}{r^9} \quad (31.12)$$



Sl.31.4

Znak ove rezultante zavisi od rastojanja medju molekulima.

Postoji jedno rastojanje $r=d$, pri kome se odbojna sila uravnotežuje sa privlačnom. Iz (31.12) sledi da je $f=0$, kada je $d = \sqrt{\frac{b}{a}}$. Kada je $r < d$, rezultanta je pozitivna, tj. odbojna sila je veća od privlačne; za $r > d$, imamo obrnutu sliku - privlačenje je jače od odbijanja, a rezultanta je negativna.

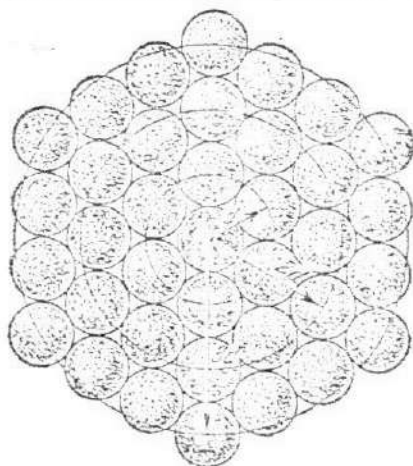
Može se pokazati da je $r_0 = d \sqrt{\frac{9}{7}} = 1,134 d$, privlačna sila medju molekulima je maksimalna,

$$f_{\max} \approx -\frac{a}{11d^7} \quad (\text{sl.31.4}). \text{ Za}$$

$r=1,5 d$, privlačna sila je manja oko tri puta, kada je $r=2d$ - sila je manja 16 puta, a za $r=3d$ - 250 puta. Ako je rastojanje

$0,7 d$ - odbojna sila je $f \approx 140 |f_{\max}|$.

4. Ovakva velika zavisnost sile od rastojanja znači da su molekulske sile kratkog dometa - molekuli interaguju samo sa svojim najbližim susedima. Ako predstavimo molekule u obliku gu-
sto upakovanih loptica (sl.31.5), što u opštem smislu, odgovara



Sl.31.5

rasporedu molekula u mnogim teč-
nostima i čvrstim telima, tada
tamniji molekul interaguje samo sa
prvim slojem molekula, koji okružu-
ju posmatrani molekul. Sa greškom
od svega oko 6% može se zanemari-
ti interakcija sa drugim slojem,
a utoliko pre možemo zanemariti
uticaj ovog molekula na treći i
ostale slojeve.

Ovom osobinom molekulskih sila se objašnjavaju sve ka-
rakteristike molekulskih sila, posmatrane u § 31.2, a posebno
nezavisnost veličine molekulskih sila od ukupnog broja molekula
u sistemu, kao i činjenica da medju molekulima gasa ne postoje
medjumolekulske sile (osim slučaja pri vrlo velikim pritiscima).

§ 31.5. Potencijalna kriva molekulske interakcije

1. Znajući karakter molekulskih sila, moguće je nacrtati
grafik energije molekulske interakcije - takođervanu potencijalnu
krivu (vidi § 19.5). Pri tome treba uzeti u obzir osobine ove
krive koje su istaknute u pomenutom paragrafu.

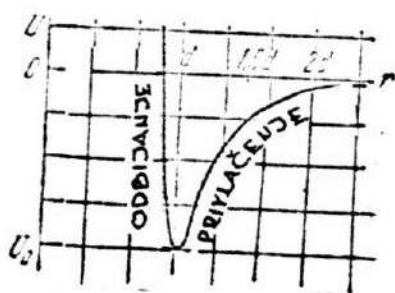
Pre svega, prema (19.12), potencijalna kriva pri $r < d$
mora biti prema apscisnoj osi nagnuta pod t. uglom, jer ovde
deluje pozitivna odbojna sila. Iz istih razloga, pri $r > d$ kriva
mora biti nagnuta pod ostrim uglom u odnosu na apscisnu osu, jer
ovde deluje privlačna sila. A odavde sledi da pri $r=d$, kriva mora
imati minimum.

Time se potvrđuje stav, izložen u § 31.2, da u ravnotežnom stanju sistem molekula poseduje minimalnu energiju.

2. Kako se odbojna sila, pri promeni rastojanja menja znatno brže od privlačne sile, to će potencijalna kriva biti nesimetrična. Levo od tačke minimuma, za $r < d$, ona opada vrlo strmo. Desno, za $r > d$, ona upočetku raste, ali sa manjom strminom, a zatim taj porast skoro prestaje, jer već pri $r > 2d$ sila je, praktično, jednaka nuli.

Kako je poznato, nulti nivo potencijalne energije se može izabrati proizvoljno. Pogodno je da se izabere da je nulti nivo potencijalne energije za slučaj kada su molekuli beskonačno udaljeni jedan od drugog. Tada je, praktično, energija jednaka nuli već kada je $r > 2d$.

3. Potencijalna kriva molekulske interakcije predstavljena je na slici 31.6. Ovde je u_0 - minimalna energija interakcije medju molekulima koju bi oni imali kad bi mirovali na međusobnom rastojanju d . Analiza te krive objašnjava mnoga svojstva tečnih i čvrstih tela. Jedno od tih svojstava - razlog toplotnog širenja tela, razmotrićemo u sledećem paragrafu.

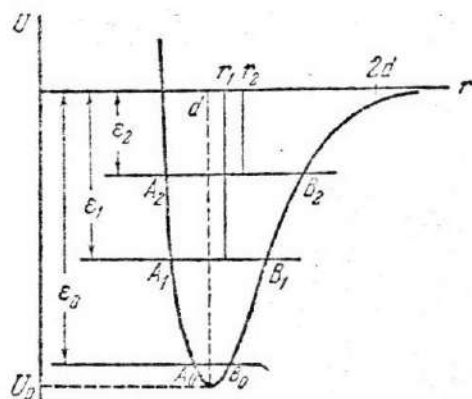


Sl.31.6

§ 31.6. Toplotno širenje čvrstih i tečnih tela

1. Ogledom je utvrđeno da se pri povišenju temperature zapremina čvrstih tela povećava. Objasnićemo zbog čega se to događa. Pri tome treba uzeti u obzir da, iako su struktura i osobine čvrstih i tečnih tela različite, o čemu će se govoriti u sledećim glavama, ipak za mehanizam toplotnog širenja te razlike ne igraju nikakvu ulogu.

U čvrstom ili tečnom telu, na datoj temperaturi, molekuli su udaljeni jedan od drugog za neko rastojanje i stalno vrše oscilovanje oko tog ravnotežnog položaja. Predstavimo na potencijalnoj krivoj vrednosti ukupne energije molekula za niz vrednosti temperatura tela (sl.31.7). Ovde je $\mathcal{E}_0$ - takozvana nulta



Sl.31.7

energija, minimalna energija pri oscilovanju molekula na apsolutnoj nuli (§ 26.8); $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{E}_2$ - energije oscilacija na temperaturama T_1 i T_2 . Sa slike 31.7 se vidi da na apsolutnoj nuli molekuli osciluju oko ravnotežnog položaja na rastojanju d . Pri povišenju temperature tela, oscilatorna energija raste. Sledi da pri temperaturi T_1 , molekuli osciluju izmedju tačaka A_1 i B_1 , pri temperaturi T_2 , osciluju izmedju tačaka

A_2 i B_2 . A kako je potencijalna kriva nesimetrična, to će se tačka B znatno brže pomerati. Odavde sledi da se i ravnotežni položaj pri povišenju temperature pomera udesno. Drugim rečima, rastojanje izmedju molekula se povećava, usled nesimetričnog oblika potencijalne krive medjumolekulske interakcije.

2. Objasnili smo, samo kvalitativno, mehanizam toplotnog širenja čvrstih i tečnih tela. Medjutim, iz analize potencijalne krive molekulske interakcije, ne može se dobiti i kvantitativna zavisnost. Zbog toga ćemo se poslužiti eksperimentalnim rezultatima. Pokazano je da je relativna promena zapremine, pri maloj promeni temperature, srazmerna toj promeni temperature:

$$\frac{\Delta V}{V} = \beta \Delta T, \quad (31.13)$$

gde je ΔT - promena temperature, a β - koeficijent zapreminskog širenja, tj. relativna promena zapremine, pri promeni temperature za jedan stepen. Ako stavimo da je $\Delta V = V - V_0$, gde je V_0 - zapremina

tela na temperaturi $t_0 = 0^\circ\text{C}$, a $\Delta T = t - t_0 = t$, temperatura tela prema Celzijusovoj temperaturskoj skali, imamo

$$\frac{V - V_0}{V_0} = \beta t, \quad (31.14)$$

odakle je

$$V = V_0 (1 + \beta t) \quad (31.15)$$

Analogno, za promenu gustine sa promenom temperature, imamo

$$\rho = \rho_0 (1 - \beta t) \quad (31.16)$$

3. Ako se zagreva dugačak štap, onda se njegova dužina povećava. Sasvim analogna razmatranja dovode do zaključka da je, za male temperaturske intervale,

$$l = l_0 (1 + \alpha t), \quad (31.17)$$

gde je l_0 - dužina štapa na 0°C , l - dužina na temperaturi $t^\circ\text{C}$. Veličina α se zove koeficijent linearnog širenja i predstavlja relativnu promenu dužine pri promeni temperature za jedan stepen.

4. Pokazaćemo da je kod čvrstih tela koeficijent zapreminskog širenja tri puta veći od koeficijenta linearnog širenja.

Uzećemo da je $V = l^3$ i stavljajući ovo u (31.15), dobijamo

$$l_0^3 (1 + \alpha t)^3 = V_0 (1 + \beta t)$$

Kada skratimo l_0^3 i V_0 , imamo

$$\beta = 3\alpha + 3\alpha^2 t + \alpha^3 t^3.$$

Za sva čvrsta tela su koeficijenti linearnog širenja vrlo mali, a po redu veličine su od 10^{-5} do 10^{-6} po 1°C . a to znači da su za mali temperaturni interval ($t \leq 100^{\circ}\text{C}$) mogu biti zanemareni, koji sadrže α^2 i α^3 , pa je

$$\beta = 3\alpha.$$

(51.18).

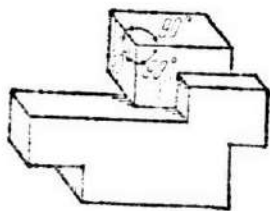
GLAVA 32

DALJI POREDAK

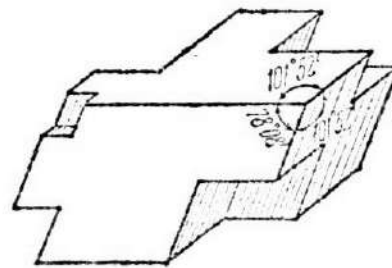
§32.1. Monokristal

1. Odavno je bilo primećeno da se neka čvrsta tela u prirodi javljaju u obliku kristala - tela čije su strane pravilni mnogouglovi. Oblik kristala zavisi od uslova pod kojim se kristal formirao, ali karakteristična svojstva kristala su konstantni uslovi koje medjusobno grade ivice, kao i uglovi izmedju strana kristala.

Tako, naprimer, kristal kuhinjske soli može imati oblik kocke, paralelopipeda ili prizme, a može imati i nepravilan oblik (sl. 32.1). Ali se uvek na njegovom vrhu sastaju po tri ivice gradeći medjusobno uglove od po 90° . Isto tako na vrhu kristala is-



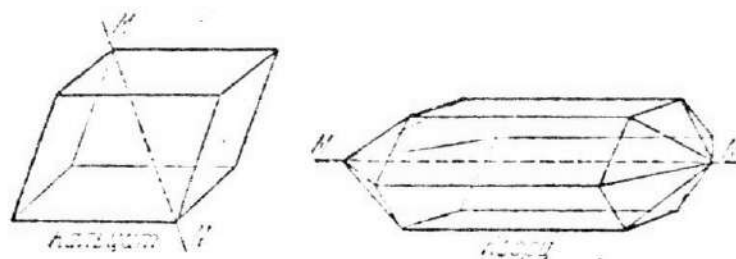
Sl.32.1



Sl.32.2

landskog kalcita tri ivice grade jedan oštar ugao od $78^\circ 08'$ i dva jednaka tupa ugla od po $101^\circ 52'$ (sl. 32.2).

U nizu kristala, kao naprimer u isklanskom kalcitu ili kvarcu, postoji jedan odredjen pravac, koji se zove kristalografiska ili optička osa. Na slici 32.3, optička osa je pravac, paralelan sa pravom MN. O značaju i ulozi ove ose biće reči u glavi 64.



Sl.32.3

2. Veći kristal u jednom komadu, sa manje ili više pravilnim oblikom - zove se monokristal (od grčke reči monos - jedan). Karakteristična osobina monokristala je njegova anizotropija, tj. kristal pokazuje različite fizičke osobine u različitim pravcima.

3. Anizotropija mehaničkih osobina monokristala ogleda se najpre u tome, što je njegova čvrstina različite u različitim pravcima. Ako se, naprimer, od monokristala napravi lopta koja se udarom razbije ona će se raspasti na deliće, čije strane obrazuju uglove, karakteristične za datu supstancu. A to znači da je čvrstina monokristala u tim pravcima minimalna.

Različita je elastičnost monokristala u različitim pravcima. A kako brzina zvuka zavisi od elastičnih osobina supstance i od njene gustine, to će, kako pokazuje ogled, brzina zvuka u različitim pravcima biti različita.

4. Anizotropija toplotnih svojstava monokristala se sastoji u tome što su koeficijenti linearnog širenja i toplotna provodljivost različiti u različitim pravcima. Merenje koeficijenta toplotnog širenja kristala malih dimenzija je vrlo složeno i mi ga ovde nećemo opisivati. Rezultati eksperimenta za neke monokristale nalaze se u tablici 32.1.

Merenje toplotne provodljivosti u različitim pravcima se dosta lakše izvodi. Moguće je, naprimer, od monokristala kvarca izrezati, paralelno optičkoj osi, pločicu i prekriti je tankim slojem voska. Ako dodirnemo pločicu usijanom iglom onda će se

Tablica 32.1

Supstanca	Koeficijent linearnog širenja	
	duž ose	normalno na pravac ose
Kvarc	$7,5 \cdot 10^{-6}$	$13,7 \cdot 10^{-6}$
Kadmijum	$52 \cdot 10^{-6}$	$20 \cdot 10^{-6}$
Cink (kristalni)	$60 \cdot 10^{-6}$	$13 \cdot 10^{-6}$
Kalaj (kristalni)	$30,5 \cdot 10^{-6}$	$15,5 \cdot 10^{-6}$

vosak topiti. Ogled pokazuje da rastopljeni deo ima oblik elipse, čija veća osa ima pravac paralelan sa pravcem kristalografske ose. A to znači da je toplotna provodljivost kvarca duž ose znatno veća od toplote provodljivosti u pravcu normalnom na pravac ose; njihov odnos je $\frac{K_n}{K_l} = 1,72$, gde je K_n - toplotna provodljivost duž optičke ose, a K_l - toplotna provodljivost u pravcu koji je normalan na pravac optičke ose.

§ 32.2. Polikristal

1. Od rastopljenih metala se mogu dobiti monokristali, ako se obezbedi specijalan postupak. Ako se, pak, rastopljeni metal jednostavno samo hladi, dobijeno čvrsto telo nema osobinu anizotropije. Da bi se to objasnilo potrebno je dobro izglacati površinu metala, obraditi je kiselinom, a zatim je posmatrati pomoću mikroskopa (sl.32.4). Tada se vidi da je metal sastavljen od posebnih zrna dimenzija od oko $(10^3 - 10^4) \text{ \AA}$. Svako takvo zrno je kristal, koji je dobio nepravilan oblik zbog toga što su se pri njegovom rastu sa njim pomešali susedni kristali. Tako

nastala zrnasta struktura zove se polikristalna (od grčke reči poli - mnogo).

Kako su kristalografske ose svih zrna orijentisane bez reda - u svim pravcima - to se anizotropija na većim rastojanjima ne može pojaviti. Zbog toga je polikristal izotropan - srednje vrednosti svih njegovih osobina su u svim pravcima iste.

2. Veliki broj čvrstih tela, koja se susreću u prirodi, kao kamenje, pesak, metali, soli i sl. - imaju polikristalnu stru-



Sl. 32.4

kturu. Pojava većih monokristala je izuzetna pojava, koja se ostvaruje pri osobito povoljnim uslovima. Osim toga, u prirodi se susreću čvrsta tela tipa stakla, koja nemaju zrnastu strukturu. Takva tela se zovu amorfna. Struktura i svojstva tih tela biće razmatrani u § 34.6.

§ 32.3. Kristalna rešetka. Dalji poredak

1. Još u XVIII veku je, na osnovu izučavanja mikroskopskih svojstava kristala, pretpostavljeno da se kristal sastoji od ćelija pravilnog geometrijskog oblika. Međutim, tek je 1912. godine ovu hipotezu potvrdio M. Laus, koji je otkrio difrakciju rentgenskih zraka u kristalima. Pokazalo se da čestice, koje obrazuju kristal, grade u prostoru pravilnu kristalnu rešetku. U toj rešetki je moguće izdvojiti neku ćeliju minimalnih dimenzija koja ima sledeću osobinu: pri prenošenju ove ćelije paralelno početnom položaju, tako da je svako novo rastojanje jednako ivici ćelije, dobija se monokristal proizvoljne veličine. Period kristala je jednak dužini ivice elementarne ćelije (vidi § 62.7).

Vrh ćelije, naziva se ćvor kristalne rešetke; prava, koja prolazi kroz ćvorove je ćvorna linija; površina koja sadrži ćvorove je ćvorna površina. Površine i linije sa najgušćim rasporedom ćvorova su strane i ivice kristala.

2. 1881. godine je E.S.Fedorov ustanovio da su u prirodi mogući 230 različitih prostornih oblika simetrije (federovske grupe) koji mogu biti grupisani u 7 kristalnih sistema ili 32 klase. Te se klase razlikuju po oblicima ćelija - po uglovima između ivica i rebara i po odnosima između dužina ivica.

Klasifikacija koju je predložio Fedorov, sjajno je potvrđena rentgenskom analizom strukture kristala. Pokazalo se da u prirodi ne postoji ni jedan kristal koji ne pripada nekoj od fedorovskih grupa.

3. Obično su u ćvorovima kristalne rešetke centri atoma, jona ili molekula. Kako ćemo videti kasnije, nisu svi atomi u ćvorovima. Medjutim, ovde je važno naglasiti da je u kristalnoj rešetki supstanca pravilno raspoređena, što znači da postoji pravilan raspored i naelektrisanja, pa, dalje, i električnih polja.

Period, koji se ponavlja, ima vrlo male dužine. Kod metala, naprimer, period je oko $(3-7) \text{ \AA}$, što odgovara rastojanju od nekoliko atomskih slojeva, pošto je rastojanje između dva atoma u ćvrstom telu oko $1 \text{ \AA}$. Ćak i zrna polikristala imaju veliki broj uredjenih ćelija, jer su dimenzije jednog zrna od 10^3 do $10^4 \text{ \AA}$. Medjutim, monokristali imaju mnogo veće dimenzije.

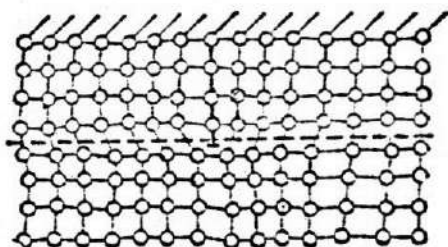
I tako dolazimo do zaključka da se u kristalnim telima položaj elemenata kristalne rešetke ponavlja u stotinama, hiljadama i stotinama hiljada slojeva - zato kaŹemo da u kristalima postoji dalji poredak pri formiranju ćelije od atoma ili drugih ćestica (jona, molekula i sl.).

§ 32.4. Defekti pakovanja i blokovi kristala

1. Kada bi kristal imao idealnu strukturu tada bi se dalji poredak javljao na svakom, i vrlo velikom, rastojanju. Medjutim, u prirodi se ne formiraju takvi, idealni, kristali. Kod realnih kristala susrećemo greške daljeg poretka, koje nastaju u procesu kristalizacije supstance.

Jedan od važnijih oblika narušavanja regularne strukture je takozvana dislokacija.

2. Prosta dislokacija se sastoji u tome što se u nekom delu kristala obrezuje suvišna čvorna površina (sl.32.5). Zbog



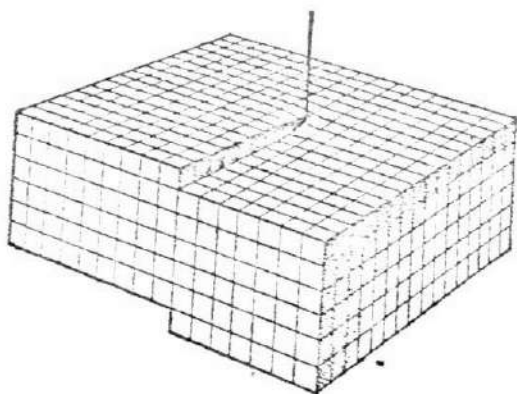
Sl.32.5

toga kristal izgleda kao da je razbijen na dva dela. Jezgro dislokacije obeleženo na slici znakom $\perp$, nalazi se na liniji koja deli kristal. Spiralna dislokacija se javlja u slučaju kada čvorna linija u jednom bloku kristala kao da je skliznula za jedan period iznad ili ispod svog normalnog pravca. Najveće

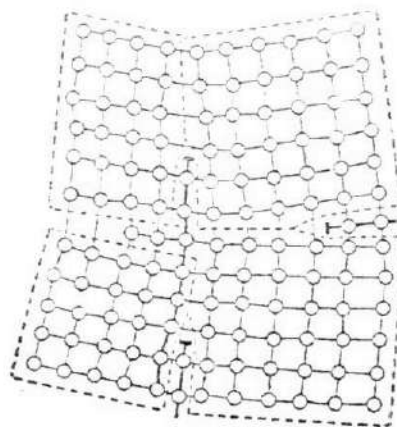
krivljenje se i ovde javlja duž ose dislokacije (sl.32.6), a u ostalim delovima kristal izgleda kao da je pravilan.

3. Ako u kristalu postoji mali broj dislokacija, onda je to monokristal koji se sastoji od većih blokova. U svakom od ovih blokova vlada, relativno, idealan dalji poredak. Često ti blokovi izgledaju kao da su uvrnuti jedan u odnosu na drugi, što je predstavljeno na slici 32.7.

4. Greške daljeg poretka su moguće i u slučaju da se u čvornim tačkama pojave atomi nekog drugog elementa (sl. 32.8) ili se pojavi prazno mesto (rupa) (sl.32.9), a takodje se može naći neki strani atom između čvornih linija (sl. 32.10).

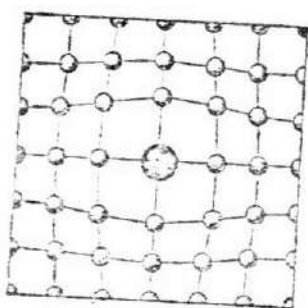


Sl.32.6

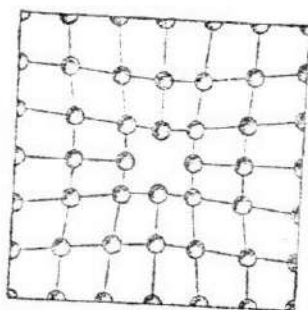


Sl. 32.7

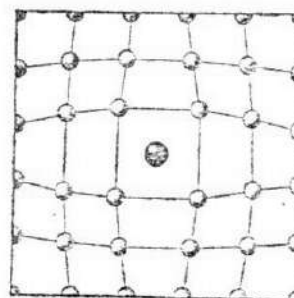
Ovakvi defekti se mogu naći, kako na dislokaciji gde su oni najčešće uzroci ove pojave, tako i u unutrašnjosti bloka.



Sl.32.8



Sl.32.9



Sl.32.10

Defekti u kristalu jako utiču na njegove osobine. Tako, naprimer, ako se u kristalnoj rešetki javi kao primesa samo 0,1% germanijuma ili silicijuma, vrlo se bitno menja - hiljade puta - njegov električni otpor, mada ova količina, praktično, ne utiče na strukturu kristala. Uzrok ovoj pojavi će biti razmotren u 77. glavi.

U sledećim paragrafima ćemo analizirati uticaj defekata kristala na neke njegove toplotne i mehaničke osobine.

§ 32.5. Kretanje defekata i difuzija

1. Ogledom je utvrđeno da pri dužem kontaktu dva čvrsta tela dolazi do difuzije jednog tela u drugo. Pojava difuzije u čvrstim telima se može pratiti pomoću takozvanih "obeležених atoma" - to su najčešće radioaktivni izotopi date supstance. Medjutim, lako se možemo uveriti da je difuzija medju idealnim kristalima skoro nemoguća. U idealnim kristalima su sve čvorne tačke zauzete "svojim" atomima, pa je za uvođenje "stranih" atoma u čvorne tačke potrebno uložiti znatan rad za izbijanje atoma iz čvora. A ako bi se strani atomi uvođili u prostore izmedju čvorova rešetke, takodje bi bila potrebna znatna energija, jer je potrebno razmaknuti susedne atome i savladati znatne odbojne sile.

2. Sasvim drukčije stoji stvar kod realnog kristala. Defekti tipa dislokacija ili šupljina u znatnoj meri olakšavaju proces uvođenja stranih atoma u kristal. Ti atomi mogu lako da se smeste bilo u šupljinu, bilo u oblast proste ili spiralne dislokacije, pri čemu je energija toplotnog kretanja sasvim dovoljna da atom dospe u defektnu oblast.

Analogna je situacija i sa defektom tipa zamene (sl. 32.8). Ovde je, pri dovoljno visokim temperaturama, dosta verovatan proces pri kome strani atom i atom osnovnog elementa menjaju medjusobno mesto, što i dovodi do pomeranja stranog atoma kroz kristal.

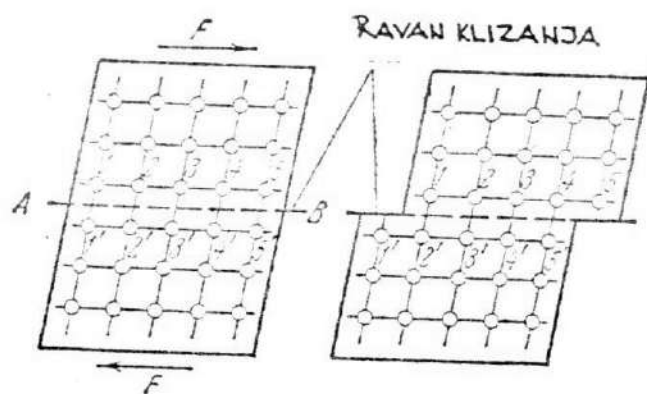
Dakle, proces difuzije u kristalu se svodi na kretanje defekata kroz rešetku. Jasno je da će difuzija biti verovatnija, ako u rešetki ima više defekata. U polikristalima je difuzija dosta brža nego u monokristalima, naravno, ako su svi ostali uslovi isti.

3. Ogledom je utvrđeno da se sa povišenjem temperature difuzija ubrzava. Stvar je u tome što sa povišenjem temperature

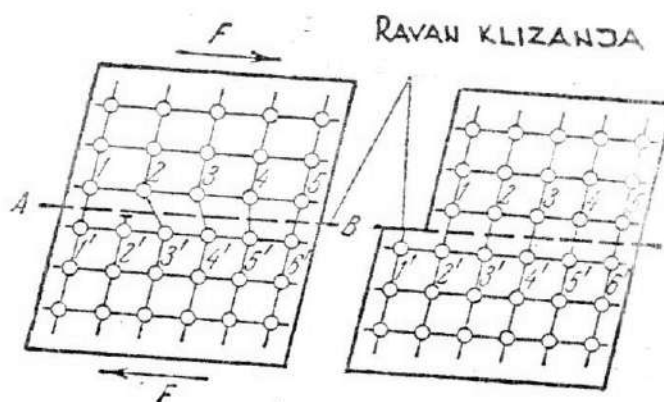
dolazi do intenzivnijih oscilacija molekula, srednja rastojanja medju njima se povećavaju i pri premeštanju susednih atoma ili molekula se može izmedju njih "provući" i zauzeti novo mesto u rešetki. Time se objašnjava i principijelna mogućnost difuzije i u idealnim kristalima, iako je njena verovatnoća vrlo mala.

§ 32.6. Kretanje dislokacija i deformacija kristala

1. Ogledom je utvrđeno da je svaka deformacija, i elastična, a utoliko pre - plastična, vezana sa pomeranjem klizanjem, jednog bloka kristala u odnosu na drugi. I ovde glavnu ulogu igraju kretanja dislokacija.



Sl.32.11



Sl.32.12

Razmotrićemo mehanizam deformacije klizanja u kristalu bez defekata i u kristalu sa prostom dislokacijom.

2. Zamislimo da želimo da izazovemo klizanje kristalne rešetke za jedan čvor po površini AB idealnog kristala. Potrebno je odjednom premestiti sve atome, tj. postaviti atom 1' naspram 2', 2 naspram 3' itd. (sl.32.11). Za ovo je potrebno uložiti znatan napor da bi se delovalo silom, koja je jednaka proizvodu kohezijske sile izmedju dva molekula i ukupnog broja molekula na površini klizanja.

Neka je sada površina AB granica između dva bloka na kojoj se nalazi jezgro proste dislokacije (sl.32.12). Ovde se pod dejstvom sile slojevi 3, 4, 5, praktično, neće pomerati, sloj 2 će se pomeriti za polovinu rastojanja između čvorova i zauzeti svoje "prirodno" mesto, naspram čvora 3'. A samo sloj 1 će morati da se premesti za celo rastojanje između čvorova i to tako pošto je sloj 2 već pomeren. I tako će prvi sloj sprečavati samo privlačenje sloja 1', ali ne i odbijanje sloja 2. Proračun pokazuje da će ovde za klizanje biti potreban oko sto puta manji napor, nego u slučaju klizanja kod idealnog kristala.

3. Kako smo se uverili, pri deformaciji kristala se delimično povećava uredjenost rasporeda atomskih ravni i smanjuje se broj prostih dislokacija. Oдавde sledi da se čvrstina kristala povećava utoliko više, ukoliko se više kristal podvrgava deformacijama. Ogledom je utvrđeno da deformacije kao što su kovanje, valjanje i sl., dovode do veće čvrstine materijala, ali ni blizu ne 100 puta, kako to sledi iz teorije. Pokazano je da ovde veliku ulogu imaju spiralne dislokacije koje nekada i sasvim nestaju pri deformacijama.

4. Čvrstina kristala se jako smanjuje ako se na njegovoj površini pojave pukotine, očigledno, na mestima izlaza dislokacija. Te pukotine smanjuju čvrstinu na kidanje. Naprimer, za kamenu so je teorijski napon kidanja $2 \cdot 10^9$ Pa, dok je eksperimentalni - $4,5 \cdot 10^6$ Pa. Dakle, stvarni napon kidanja manji je 450 puta; za monokristal cinka stvarni napon kidanja je $5 \cdot 10^6$ Pa, a proračunat - $2 \cdot 10^{10}$ Pa, itd. Ovo su rezultati eksperimenata A.F.Jofe. On je pokazao da se čvrstina kristala može povećati, ako se stalno rastvara površinski sloj kristala, pri čemu se skidaју površinske pukotine i drugi defekti - na primer, ako se isteže kristal kamene soli u vreloj vodi, kidanje nastaje pri naponu od oko $(1,5-1,6) \cdot 10^9$ Pa, što je vrlo bliska vrednost teorijski proračunatoj vrednosti napona kidanja.

GLAVA 33

GUSTO PAKOVANJE ČESTICA

§ 33.1. Tipovi kristalnih veza

1. Dosada smo, uglavnom, razmatrali samo geometrijske karakteristike kristala, a nismo ulazili ni u prirodu čestica koje obrazuju kristal, ni u karakter sila koje održavaju te čestice na odredjenom rastojanju. Medjutim, baš analiza fizičke prirode tih sila potpomaže razumevanju, kako geometrije kristalnih rešetki, tako i razliku u svojstvima različitih tipova kristala. Sa tačke gledišta sila, koje deluju medju česticama kristala, moguće ih je podeliti na četiri tipa: jonske, atomske, molekulske i metalne. Niže ćemo dati analizu karakterističnih svojstava tih tipova kristala. Ali, pre svega, moramo dati sledeću napomenu.

Kako je već rečeno, uslov za stabilno stanje svakog sistema čestica je minimalna vrednost energije pri datim uslovima (§§ 19.5 i 19.6) isto to se odnosi i na sistem molekula, atoma, ili jona u kristalu: čestice se nalaze na takvim rastojanjima jedna od druge, na kojima je njihova energija minimalna, - drugim rečima, na rastojanjima gde je privlačna sila jednaka odbojnoj.

2. Jonski kristali. Ovakvi kristali su brojna organska jedinjenja naprimer soli. U prostornoj rešetki tih kristala su naizmenično poredjani joni suprotnih znakova.

Mehanizam formiranja jonskog kristala ćemo objasniti na primeru kuhinjske soli - NaCl. Atom natrijuma lako otpušta jedan elektron, koji se vezuje za atom hlora. Tako nastaju dva jona suprotnih znakova.

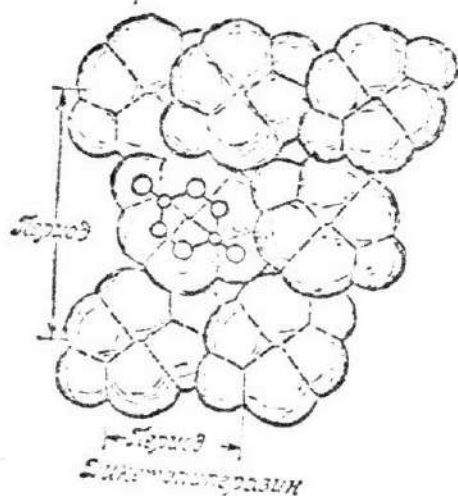
Nastali joni imaju sferno-simetrično električno polje usled čega kulonovske sile imaju istu vrednost u svakom pravcu. Zbog toga možemo ovu strukturu jonskog kristala smatrati sistemom kuglica odredjenog radijusa, gusto pakovanih u neku prostornu rešetku. Centri tih kuglica su rasporedjeni na takvom rastojanju da bi energija interakcije medju jonima bila minimalna - drugim rečima da bi se privlačne sile izjednačile, po intenzitetu, sa odbojinim.

3. Atomski kristali. Prostorna rešetka u kristalima ovog tipa se obrazuje gustim pakovanjem, najčešće, istih atoma. Pri interakciji istih atoma se ne obrazuju joni.

Tipični primeri ovakvih kristala su dijamant i grafit - dva različita stanja ugljenika, kao i neka neorganska jedinjenja (cinksulfat ZnS , berilijumov oksid BeO i sl.).

Atomi su vezani u prostornoj rešetki kovalentnim silama, koje nastaju usled kvantnomehaničkih efekata. Te sile imaju jasno izraženu prostornu usmerenost, usled čega interakcija medju atomima zavisi od medjusobnih orijentacija atoma. Zbog toga se geometrija ovih kristala ne može dobiti iz analize pakovanja kuglica.

4. Molekulski kristali. Ovim kristalima pripada čitav niz neorganskih, a takodje i dosta organskih jedinjenja, kod kojih u procesu kristalizacije, molekuli održavaju svoju individualnost. Ovde se u čvorovima kristalne rešetke nalaze molekuli. Za primer mogu poslužiti kristali broma - Br_2 , joda J_2 , suvog leda (čvrstog ugljen dioksida CO_2), a takodje i naftalin, parafin, masne kiseline i sl. Osnovna karakteristika ovih kristala je da je rastojanje medju česticama unutar molekula mnogo manje od medjumolekulskih rastojanja u kristalu. Zbog toga se svaki molekul može predstaviti u obliku tela, ograničenog delovima sfernih površina, a kristal - kao gusto pakovane molekule (sl.33.1)



Sl.33.1

Medju molekulima vladaju van-der valsovske sile, slične silama interakcije medju indukovanim dipolima (vidi § 31.3). Pošto su te sile dosta slabe, molekulski kristali se lako razgrađuju usled toplotnog kretanja molekula - oni se tope na vrlo niskim temperaturama, a takodje lako i isparavaju.

Tako naprimer, kristal joda pri normalnom pritisku isparava (sublimuje) na temperaturi od $+39,6^{\circ}\text{C}$, a kristali suvog leda - pri $-78,5^{\circ}\text{C}$.

5. Metalni kristali. Kao što i samo ime kaže - ovaj tip kristala se javlja pri formiranju kristalne rešetke atoma metala. Pri kristalizaciji metala, njihovi atomi se medjusobno zbližavaju i izmedju njih se javljaju jake sile kvantnomehaničkog porekla. Usled tih sile, elektroni sa poslednjih orbita (valentni elektroni) se odvajaju od atoma. Medjutim, za razliku od jonske veze, ovde se elektroni ne mogu pripojiti drugom atomu i obrazovati negativan jon, jer su svi atomi jednaki. Valentni elektroni se kolektiviziraju - oni ne pripadaju jednom atomu, kao u slučaju jonske veze, niti paru susednih atoma, kao u slučaju kovalentne veze, već pripadaju celom kristalu.

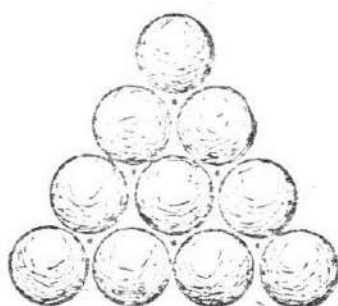
Metalna veza se održeva usled privlačenja izmedju jonske rešetke, koja je izgradjena od pozitivnih jona, i negativnog oblaka elektrona, takozvanog elektronskog gasa.

Napomenimo da prisustvo slobodnih elektrona, koji mogu pod dejstvom električnog polja da se kreću kroz kristal, obezbeđuje dobru električnu provodljivost metala.

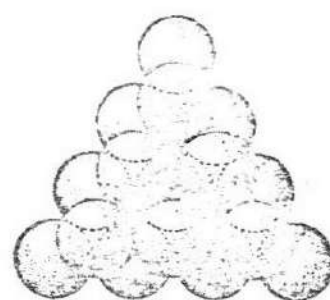
U opštem slučaju se pakovanje jona u metalnom kristalu ne može shvatiti kao pakovanje kuglice, kao što je to činjeno kod jonske ili molekulske veze. Medjutim, u nekim slučajevima je celishodno metalne kristale smatrati kao sistem najgušće pakovanih kuglica istog radijusa.

§ 33.2. Najgušće pakovanje jednakih kuglica

1. Razmotrićemo mogućnosti za najgušće pakovanje kuglica istog radijusa. U ravni će taj oblik biti kao na slici 33.2. Ovde je svaka kuglica okružena sa šest istih kuglica - to je, takozvana simetrija šestog reda. Ako sada počnemo kuglice pakovati u prostoru, tada je potrebno istu takvu ravnu rešetku malo pomeriti i postaviti tako da bi se kuglice drugog sloja smestile u mala udubljenja prvog sloja. Ali, pri tome kuglice popunjavaju samo polovinu udubljenja. U ostala udubljenja kuglice ne mogu da dospeju. Na slici 33.3 je pokazano kako se stavljaju ta dva sloja jednakih kuglica jedan preko drugog. Centri gornjih kuglica se nalaze



Sl.33.2

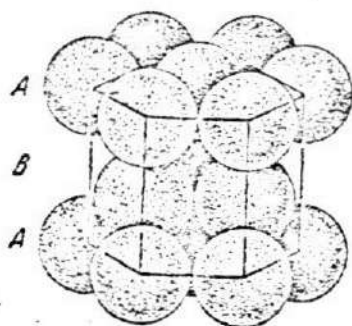


Sl.33.3

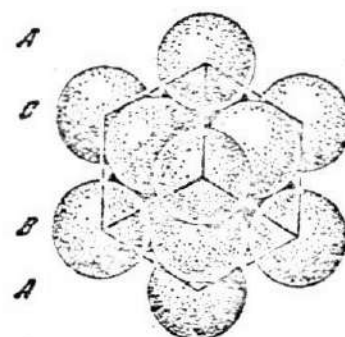
iznad udubljenja. Ova udubljenja su na slici 33.2 obeležena tačkama.

Analogno, odozgo se može postaviti treći sloj. Međutim, ovde su moguće dve varijante pakovanja.

2. Centri kuglica trećeg sloja mogu biti postavljeni iznad centara kuglica prvog sloja. Ako se sad redjažu dalje četvrti sloj iznad drugog, peti iznad trećeg, šesti - iznad četvrtog itd. tada se dobija dvoslojno najgušće pakovanje jednakih kuglica - takozvano heksagonalno pakovanje. Na slici 33.4 je predstavljen model takvog pakovanja. Ovo ponavljanje slojeva se simbolički piše ovako: ABABAB ... Čelija ovakvog kristala je prava pri-



Sl.33.4



Sl.33.5

zma sa osnovom pravilnog šestougla. Visina prizme je veća od stranica osnove. Primetimo da nisu svi atomi u čvorovima rešetke.

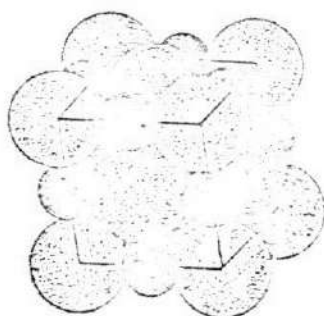
Najgušće heksagonalno pakovanje je karakteristično za kristale berilijuma, mangana, cinka, kadmijuma i niza drugih metala, kao i mnogih neorganskih jedinjenja.

3. U drugoj varijanti pakovanja, treći sloj se postavlja tako da se centri njegovih kuglica nalaze iznad udubljenja prvog sloja, koja nisu označena tačkama, četvrti sloj je isti kao prvi, peti - kao drugi, šesti - kao treći itd. Ovo ponevljanje slojeva se simbolički obeležava ovako: ABCABC ... Na slici 33.5 je predstavljeno pakovanje ovog tipa, a ćelija ovog pakovanja je kocka. Čestice, se nalaze u rogljevima kocke (čvorovi rešetke) i na sredinama njenih strana. Zbog toga se ovakvo pakovanje zove kubno-površinsko-centrirano. Ovakvi kristali su, naprimer, nikal, platina, zlato, bakar, srebro, aluminijum, olovo, i, samo pri visokim temperaturama - gvoždje. Kobalt, naprimer, se javlja u obliku kristala sa heksagonalnom simetrijom i u obliku kubne površinskocentrirane rešetke. Takav poliformizam je karakterističan za niz metala.

Moguće su složenije višeslojne kombinacije najgušćeg pakovanja čestica, ali ih mi nećemo razmatrati.

§ 33.3. Najgušće pakovanje kuglica sa različitim radijusima

1. Ograničićemo se na razmatranje samo jednog primera - kristala kuhinjske soli. Kako je već rečeno, to je jonski kristal. Rentgenskom analizom su određeni radijusi jona: za hlor je $1,81 \text{ \AA}$, za natrijum $0,98 \text{ \AA}$. Veći joni hlor obrazuju troslojno pakovanje, kod koga su veće praznine popunjene manjim natrijumovim jonima



Sl.33.6

(sl.33.6). Tako je svaki natrijumov jon okružen sa šest jona hlora i obrnuto, svaki jon hlora - sa šest natrijumovih jona. Pri takvom pakovanju jona se formira prosta kubna rešetka. Njena ćelija je kocka, na čijim rogljevima (čvorovima)

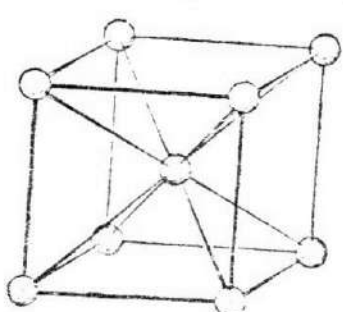
i na centrima strana se nalaze joni jednog znaka, a na sredinama ivica - joni suprotnog znaka.

Kako se vidi sa slike u kristalu nema molekula NaCl - ceo kristal je jedan gigantski molekul.

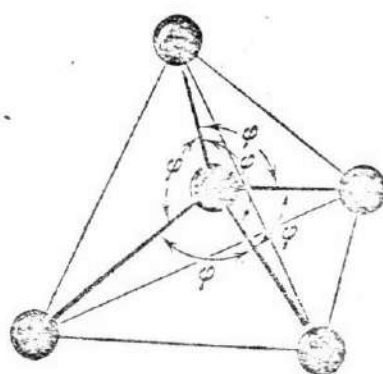
§ 33.4. Rešetke, koje se ne mogu predstaviti pakovanjem kuglica

1. Pri visokim temperaturama su atomi gvoždja pakovani kao najgušća troslojna struktura. Pokazano je da su na sobnim temperaturama atomi gvoždja drukčije pakovani. Kako je pokazano rentgenskom analizom. Ovde se javlja kubna rešetka, kod koje se atomi gvoždja nalaze na rogljevima i u centru kocke; takva rešetka se zove zapreminskocentrirana kocka (sl.33.7). Ista takva kristalna rešetka je karakteristična za sve alkalne metale: litijum, natrijum, kalijum, rubidijum, cezijum, a takodje i za barijum, hrom, molibden, volfram.

Ovakva struktura se ne može predstaviti kao gusto pakovanje kuglica, jer kuglice istog radijusa ne mogu da se gusto pakuju u kocku, u čijoj se sredini nalazi kuglica istog takvog radijusa. Verovatno ovde pozitivni joni, nastali posle gubitka valentnog elektrona, nemaju sferno simetričnu strukturu. To ne treba da nas čudi. Pre bi trebalo da nas čudi da tako složeni sistemi, kao što su atomi, mogu u mnogim slučajevima da se ponašaju kao kuglice, gusto pakovane u prostornoj rešetki.



Sl.33.7



Sl.33.8

2. Fizičke osobine gvoždja pri raznim tipovima pakovanja njegovih atoma su različite. Pri najgušćoj troslojnoj strukturi, kada svaki atom ima 12 susednih atoma, je tvrdo elastično gvoždje; pri zapreminskocentriranom pakovanju, kada je svaki atom okružen sa samo 8 susednih atoma, gvoždje je meko i plastično.

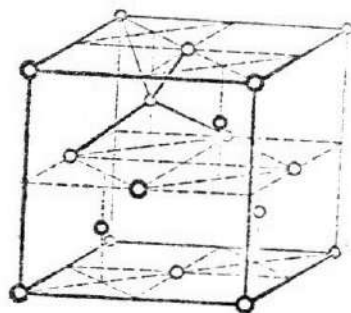
3. Četvorovalentni atomi, naprimer, ugljenik, mogu se medjusobno vezivati kovalentnim silama, kod kojih atomi imaju jasno izraženu orijentaciju. Atomi ugljenika mogu obrazovati dva tipa prostorne rešetke.

U prvoj rešetki, karakterističnoj za dijamant, četiri atoma su raspoređena na vrhovima tetraedra, u čijem se centru nalazi peti atom. Kovalentne sile su usmerene od centralnog atoma ka vrhovima tetraedra (sl. 33.8), te su sile predstavljene debljim linijama. Lako se može izračunati da je ugao između veza jednak: $\varphi = 109^\circ 29'$. Dužina veze je, prema rezultatima

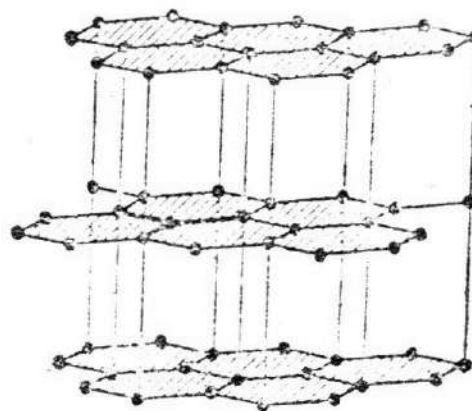
rentgenske analize, $1,54 \text{ \AA}$. Jasno je da se takav karakter pakovanja atoma ne može dobiti iz teorije o gustom pakovanju jednakih kuglica.

Kao i dijamant, analognu strukturu imaju i silicijum, germanijum i beli kalaj. Kristalna ćelija ima oblik kocke kod koje se atomi nalaze na rogljevima, u centrima strana i u unutrašnjosti kocke (sl.33.9).

Drugi tip pakovanja ugljenika, karakterističan za grafit, predstavljen je na slici 33.10. Ovde je, takodje, svaki atom ugljenika vezan za četiri susedna atoma, ali su sile i usmerenost veza - različiti. Jaka veza je sa tri atoma, koji se nalaze u istom sloju pod uglovima od 120° , a slaba veza je sa četvrtim atomom, koji se nalazi u susednom sloju.



Sl.33.9



Sl.33.10

Pravac slabe veze zaklapa ugao od 90° sa slojem. Ćelija ima oblik prve šestougule prizme; dužine ivica su $1,42 \text{ \AA}$ i $3,35 \text{ \AA}$. Pošto je rastojanje izmedju slojeva 2,36 puta veće od rastojanja medju atomima u jednom sloju, to je i sila izmedju slojeva slaba.

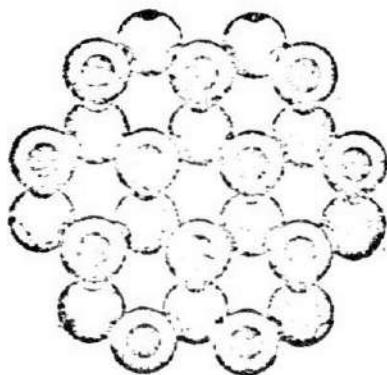
4. Razlika u strukturama kristalnih rešetki grafita i dijamanta objašnjava veliku razliku njihovih fizičkih osobina. Dijamant je jedna od najčvršćih supstanci u prirodi - on seče staklo, a takodje i sve tvrde minerale tipa granita, bazalta i sl. Grafit je vrlo mek, on piše po hartiji, jer njegovi slojevi mogu lako da klize jedan u odnosu na drugi. Dijamant je izolator,

u njemu nema slobodnih elektrona, a grafit je provodnik električne struje. Dijamant je prozračan, dok grafit jako upija svetlost. Gustina dijamanta je $3500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a grafit - $2100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Na pritisku od oko 60000 at i temperaturi od 1500°C kristalna rešetka grafita zbližavanjem i pregrupisavanjem atoma može preći u rešetku dijamanta. Taj problem su praktično rešili naučnici Instituta fizike visokih pritisaka AN SSSR pod rukovodstvom akademika L.F.Vereščagina. U tom institutu su izradjene "dijamantske" prese, pomoću kojih je dobijen veštački dijamant, koji ima skoro istu tvrdoću kao i prirodni.

§ 33.5. Struktura leda

Rendgenska analiza pokazuje da kristali leda imaju vrlo rastresitu strukturu, predstavljenu na sl. 33.11. Ovde veće kuglice sa rupicama, uslovno, predstavljaju atome kiseonika, a male



Sl.33.11

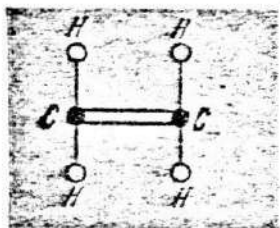
prevlake izmedju njih - atome vodonika. Svaki atom kiseonika je okružen sa četiri atoma vodonika, dok atom vodonika služi kao karika za povezivanje dva susedna atoma kiseonika. Formula molekula vode H_2O se, znači, održava, ali se u kristalu ne može izdvojiti poseban molekul.

Jasno je da struktura leda nije gusto pakovanje; u rešetki se javljaju velike "rupe". Pri topljenju leda, kada se kristali raspadaju na odvojene molekule, supstanca se zgušnjava. Zbog toga je gustina vode na 0°C i normalnom pritisku veća od gustine leda, pri istim uslovima

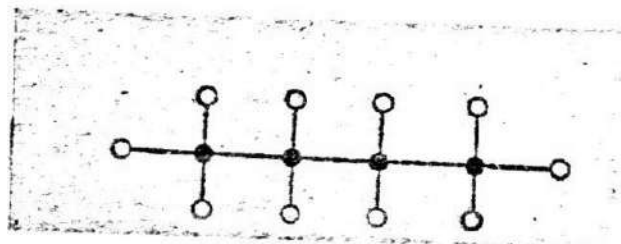
$$\rho_{\text{voda}} = 999,9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad \rho_{\text{leda}} = 916,8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

§33.6. Polimeri

1. Visokopolimerne supstance (kratko-polimeri) se sastoje od vrlo velikih molekula u obliku lanca. U svakom lancu se pravilno ponavlja grupa atoma, koji su vezani kovalentnim silama; iste te sile omogućavaju spajanje grupa atoma u lanac. Tako, na primer, molekul gasa etilena C_2H_4 ima strukturu kao na slici 33.12. Pri visokoj temperaturi i visokom pritisku javlja se polimerna supstanca - polietilen, čiji molekulski lanac može da se sastoji od hiljadu monomera (sl.33.12).



Sl.33.12



Sl.33.13

Pakovanje takvih dugačkih molekula u gustu strukturu je dosta težak zadatak. Ovde postoje dve mogućnosti: ili se lanac savija u gustu klupče (globule), ili se pružaju u dužinu i slažu u svežanj. Unutar globule ili svežnja, čestice se gusto pakuju, analogno gustom pakovanju kuglica.



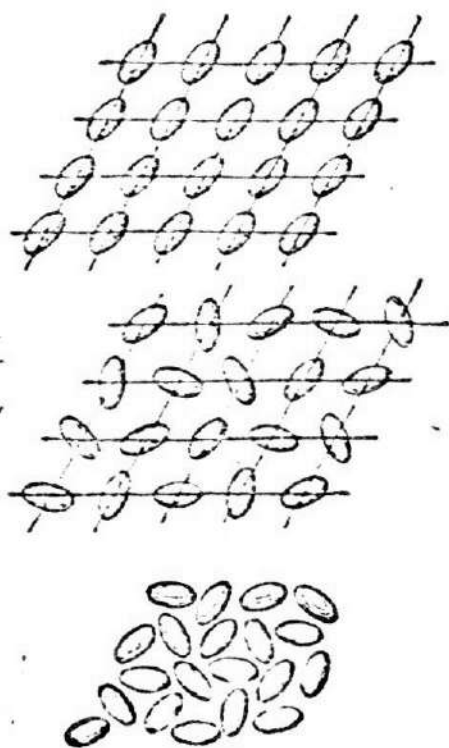
Sl.33.14

2. Globule imaju dimenzije od oko $100 \text{ \AA}$ - $3000 \text{ \AA}$, tako da se mogu posmatrati pomoću elektronskog mikroskopa. Na slici 33.14, je data elektronska fotografija kristala tipa globule - virusa mozaične bolesti duvana. Analognu formu imaju mnogi kristali belančevine.

Vidimo da su globule gradjene po principu gustog pakovanja kuglica. Medjutim, rentgenska analiza daje nešto "razmazanu" sliku. Stvar je u tome, što za razliku od gore razmotrenih kristala, gde su sve čestice u kristalu jednake, u kristalnoj globuli čestice imaju svoju individualnost. Globule se medjusobno razlikuju kako po dužini molekulskih lanaca, koji su kod raznih kompleksa različiti, tako i po načinu savijanja toga lanca. Na taj način, i-ako kristalnu globulu karakteriše dalji poredak, taj poredak se unutar globule narušava.

3. Polimeri u obliku svežnja ponekad u svojoj unutrašnjosti imaju dalji poredak. Medjutim, to je posebna uredjenost. Ako se molekulski lanac predstavi u obliku izduženog elipsoida, onda se ti elipsoidi mogu složiti u svežen na tri načina (sl.33.15). U prvom svežnju je dalji poredak karakterističan i za centre lanaca i za orijentaciju njihovih prevaca u prostoru.

To je kristal. U drugom svežnju je karakteristična uredjenost samo za centre lanaca, dok je njihova orijentacija neuredjena. To je gasnokristalna uredjenost. I konačno, u trećem svežnju nema uredjenosti takav svežen je tečan.



Sl.33.15

Svežnjevi se lako mogu sabijati i istežati. Time se objašnjava velika elastičnost gume. Svežnjevi kaučukovih molekula su savijeni i pri isteženju dolazi do njihovog razvijanja. Posle prestanka spoljašnjeg opterećenja svežnjevi se ponovo zavijaju, vraćajući se u stanje sa minimalnom energijom.

4. Pri pakovanju makromolekula, često se obrezuje čvrst sistem tipa rešetke, zbog čega se takvi polimeri zovu rešetkasti. Kompaktna rešetka, koja obuhvata ceo polimer čini da je polimer čvrst i termostabilan. Takva termoreaktivna plastika se koristi za proizvode, koji su sposobni da izdrže relativno visoku temperaturu i velika mehanička opterećenja.

GLAVA 34

BLIŽI POREDAK

§34.1. Osobine tečnog stanja

1. U prethodnim glavama su razmatrana dva granična slučaja prostornog rasporeda čestica: gas i kristal. Idealni gas se karakteriše velikim stepenom razredjenosti i potpuno neuredjenom prostornom raspodelom čestica. Obrnuto, idealni kristal je karakterističan po manje ili više gustom pakovanju čestica, koje su uredjene u nekoj prostornoj rešetki.

Tečnost zauzima, u neku ruku, prelazni položaj između kristala i gasa. Molekuli /ili neke druge čestice/ raspoređeni su u tečnosti dosta gusto, naročito na temperaturi bliskoj temperaturi topljenja, usled čega je gustina tečnosti manja od gustine čvrstih tela za svega oko /9-10/%, dok rastopljen metal ima manju gustinu od čvrstog metala za 3%. Gustina vode veća je od gustine leda za 9%.

Istovremeno, tečnosti su potpuno izotropne i kod njih se ne može naći anizotropija čestica, kakav je slučaj kod kristala. Jasno je da to znači da kod tečnosti nema daljeg poretka.

2. Do tridesetih godina ovog veka je smatrano da je struktura tečnosti potpuno neuredjena i da je po svojoj strukturi tečnost analogna jako zgusnutom gasu. Ova rasprostranjena tačka gledišta je dozvoljavala u nizu slučajeva mogućnost primene istih zakona u hidro - i aerodinamici (vidi glavu 30). Međutim, ta analogija se pokazala kao vrlo površna, zasnovana na sličnosti samo jedne osobine - žitkost tečnosti i gasova. Rentgenska analiza tečnosti (i amorfnih tela) je pokazala da postoji odredjen red u rasporedu čestica u tečnosti, posebno u blizini tačke očvršćavanja. Ali, ta uredjenost se održava samo na malim

rastojanjima, u oko dva do tri molekulski sloja. Zbog toga se kaže da pri pakovanju čestica u tečnosti postoji uredjenost na malim rastojanjima. Na tim osnovama se mogu samo kvalitativno objasniti mnoge osobine tečnosti, što će niže biti učinjeno. Medjutim, stroga kvantitativna teorija tečnog stanja, dosada nije u potpunosti izvedena.

3. Vodeću ulogu u razvoju novog pogleda na strukturu tečnosti, odigrali su redovi I. Frenkela. On je, ne samo izneo ideju o bliskim osobinama tečnosti i kristala (daleko od kritične tačke - vidi §35.5), nego je odatle i izveo niz kvantitativnih zavisnosti za proces difuzije, viskoznosti, toplotne provodljivosti, a takodje i analizu procesa kristalizacije i osobine legura. Niže će biti dati neki pojmovi njegovih ideja.

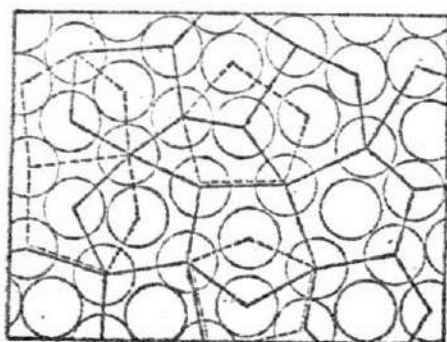
§ 34.2. Struktura tečnosti i njena svojstva

1. Pre nekoliko godina je D. Bernal izneo ideju da u tečnosti vlada takozvana simetrija petog reda. To znači da u modelu u ravni (sl. 34.1), svaka čestica ima oko pet najbližih susednih čestica, a u prostoru - oko jedanaest. Odatle proističe niz interesantnih posledica.

Lako se može uveriti da u takvoj strukturi može da se ostvari jedino delovanje na blizinu. Uredjenost na daljinu je ovde nemoguća, jer se ravan može prekriti mrežom, koje se sastoji od trouglova, kvadrata i šestouglova, ali ne od petouglova. Isto se tako i prostor ne može popuniti poliedrima, čije su strane pravilni petougli.

2. Odavde sledi da petougli, koji karakterišu pakovanje čestica u tečnosti, imaju različite dužine ivica. U kristalima se sve čestice nalaze na istim međusobnim rastojanjima d , a privlačne sile medju njima se uravnotežuju sa odbojnim silama (vidi § 31.4). Rastojanja izmedju molekula u tečnostima su na nekim ivicama nešto veća od d , a na nekim - manja od d , pa je srednja vrednost ovih rastojanja blizu d .

Energija interakcije između čestica zavisi od njihovog međusobnog rastojanja (vidi § 31.5). Minimalna energija je za $r=d$, a za $r > d$ i $r < d$, ova energija raste. Sledi da je na istoj temperaturi unutrašnja energija kristala manja nego energija iste supstance u tečnom stanju. Oдавde možemo shvatiti zašto je pri topljenju potrebno dovoditi toplotu topljenja $Q_{\text{top}} = m\lambda$. Ovde je



Sl.34.1

m - masa supstance, λ - specifična toplota topljenja, tj. toplota koju treba dovesti jedinici mase supstance, na temperaturi topljenja, da bi se ona prevela iz kristalnog u tečno stanje. Upoređivanje unutrašnje energije supstance u kristalnom i tečnom stanju objašnjava zbog čega se tečnosti na niskim temperaturama kristališu.

I ovde važi opšti zakon: svaki sistem čestica teži ka stanju sa minimumom energije.

3. Poliedri sa simetrijom petog reda, pri gustom pakovanju čestica ne obrazuju pravilnu kristalnu rešetku. Oni obrazuju kompaktne prostorne celine, a kod nekih od njih gustina može biti i veća od gustine u kristalima. Te celine je Barnal nazvao pseudojezgrima, tj. lažnim jezgrima. Između tih jezgara obavezno se pojavljuju veće praznine ili šupljine, prema frenkelovoj terminologiji. Prisustvo tih "šupljina" kompenzuje povećanu gustinu u pseudojezgrima, usled čega je gustina tečnosti nešto manja nego gustina u kristalnom stanju iste supstance.

4. Pseudojezgro nije dovoljno stabilna tvorevina. Zahvaljujući velikom broju "šupljina" čestice mogu lako da prelaze od jednog ka drugom jezgru formirajući pri tome poliedre različitog oblika. Zbog toga tečnost, za razliku od kristala, nema određenu strukturu, već veliki broj ekvivalentnih, međusobno sličnih

struktura, kojima odgovara ista energija sistema. Kako je entropija sistema određena brojem različitih struktura koje odgovaraju datom stanju (vidi § 28.7), to zaključujemo da je pri istoj temperaturi entropija supstance u kristalnom stanju znatno manja nego u tečnom stanju.

§ 34.3. Srednje vreme života sedentarnosti

1. Struktura tečnosti se stalno menja. Ovo nastaje usled toga što u tečnosti postoji veliki broj "šupljina", što potpomaže premeštanje čestica. Čestice u tečnosti osciluju oko svog trenutnog - ravnotežnog položaja u toku nekog vremenskog intervala, koga je Frenkel nazvao vremenom života sedentarnosti (sedentarnost - stalno nastanjen). Zatim čestica preko "šupljine" prelazi u drugo pseudojezgro. Ti se procesi događaju slučajno, a razne čestice prelaze iz jednog u drugo stanje u toku različitih vremenskih intervala. Pošto se ovde radi o velikom broju čestica, moguće je uvesti pojam srednjeg vremena života sedentarnosti $\bar{\tau}$, koje predstavlja vremenski interval u toku kojeg se ne menja strukturna konfiguracija pseudojezgara.

Srednje vreme života sedentarnosti je obrnuto srazmerno verovatnoći prelaza čestice na mesto "šupljine", a "šupljine" na mesto čestice. Verovatnoća "preseljenja" se može izračunati na sledeći način.

2. Da bi se čestica odvojila od pseudojezgra, ona mora posedovati kinetičku energiju, koja je veća od rada potrebnog za selvađivanje molekulskih privlačnih sila. Ta energija se zove energija aktivacije; označimo je sa $\mathcal{E}$. Ukoliko je veća energija aktivacije, utoliko je manja verovatnoća "preseljenja" čestice.

S druge strane, pri povišenju temperature tečnosti, verovatnoća preseljenja raste. Temperatura tela je mera srednje

kinetičke energije molekula, ali zahvaljujući maksvelovskom zakonu raspodele brzina čestica, uvek postoji izvestan broj čestica čije su kinetičke energije veće od srednje. Pri povišenju temperature procenat takvih brzih molekula raste, što znači da raste i procenat čestica sa energijom većom od energije aktivacije. Samim tim, raste i verovatnoća preseljenja.

3. Označimo sa x odnos energije aktivacije i srednje kinetičke energije čestice (vidi § 26.11):

$$x = \frac{\epsilon_0}{\epsilon_{\text{kin}}} \approx \frac{\epsilon_0}{kT},$$

jer je $\epsilon_{\text{kin}} \approx kT$). Verovatnoća preseljenja će ω biti neka funkcija tog odnosa:

$$\omega = f\left(\frac{\epsilon_0}{kT}\right) = f(x) \quad (34.1)$$

Rasudjivanja, analogna onim u § 26.11 dovode nas do zaključka da se verovatnoća "preseljenja" čestice na mesto šupljine može izraziti eksponencijalnom funkcijom oblika

$$f(x) = a^{-\alpha x}.$$

Znak minus u eksponentu javlja se zbog sledećih razloga. Pri porastu energije aktivacije ili pri snižavanju temperature verovatnoća preseljenja se mora smanjivati, kako je već ranije pokazano. Sledi da funkcija $\omega = f(x)$ mora biti opadajuća. A eksponencijalna funkcija, pri $a > 1$, je opadajuća ako je eksponent negativan broj.

Dakle, verovatnoća "preseljenja" čestica je

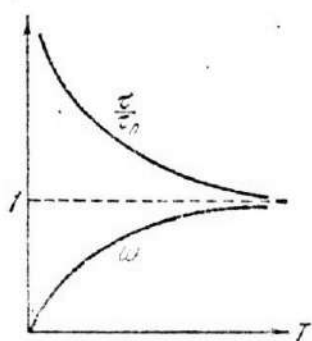
$$\omega = e^{-\frac{\epsilon_0}{kT}} \quad (34.2)$$

Pri niskim temperaturama eksponent je, po apsolutnoj vrednosti, vrlo veliki broj, a verovatnoća preseljenja će biti

bliska nuli ($a^{-\infty} = 0$). Pri visokim temperaturama, eksponent teži nuli, a verovatnoća preseljenja teži jedinici ($a^0 = 1$).

5. Srednje vreme života sedentarnosti obrnuto je srazmerno verovatnoći njenog preseljenja, tj. $\tau \sim \frac{1}{\omega}$. Iz izraza (34.1) sledi

$$\tau = \tau_0 e^{\frac{\xi_0}{kT}}, \quad (34.3)$$



Sl.34.2

gde je τ_0 - vreme srednjeg života sedentarnosti pri $\xi_0 = 0$ (ili pri neograničenom porastu temperature $T \rightarrow \infty$).

Grafik zavisnosti verovatnoće preseljenja i srednjeg vremena - τ od temperature predstavljeno je na sl.34.2. Vidimo da se, pri povišenju temperature

srednje vreme života sedentarnosti brzo smanjuje, dok verovatnoća preseljenja čestice na mesto šupljine raste.

§.34.4. Difuzija u tečnostima

1. Prisustvo "šupljina" između pseudojezgra omogućuje da kvalitativno objasnimo mehanizam pojave difuzije i viskoznosti u tečnosti i da razjasnimo karakter zavisnosti koeficijenta difuzije i viskoznosti od temperature.

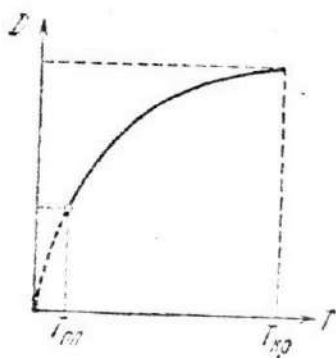
Mehanizam difuzije u gasovima bio je objašnjen u §25.5. Tamo je dobijen koeficijent difuzije: $D = \frac{1}{3} \lambda v$, gde je λ - srednja dužina slobodnog puta molekula, a v - srednja brzina neusmerenog translatorskog kretanja molekula (toplotnog kretanja).

2. Difuzija u tečnostima se odvija mnogo sporije, nego u gasovima. Međutim, pri povišenju temperature koeficijent difuzije se vrlo brzo povećava. Ogledi, koji se izvode pomoću obeleženih atoma, dovode do zaključka da se koeficijent difuzije u

tečnostima (a takodje i u kristalima) menja pri povišenju temperature po zakonu

$$D = A e^{-\frac{\epsilon_0}{kT}} \quad (34.4)$$

Ovde je A - neka konstanta, karakteristična za datu supstancu, k - Bolcmanova konstanta, T - apsolutna temperatura, a ϵ_0 - energija aktivacije. Za metale u tečnom stanju, energija aktivacije ima vrednost oko (1-3) eV. Grafik zavisnosti koeficijenta difuzije od temperature predstavljen je na slici 34.3.



Sl.34.3

3. Mehanizam difuzije u tečnostima, prema Frenkelovim idejama, može se na sledeći način objasniti. Označimo srednju dužinu slobodnog puta čestica u tečnosti sa δ

(to je u suštini rastojanje izmedju pseudojezgra). Tada je srednja brzina premeštanja čestica u tečnosti $u \approx \frac{\delta}{\tau}$, gde je τ - srednji život sedentranosti. Po analogiji sa 25.10, imamo

$$D = \frac{1}{3} \delta u = \frac{\delta^2}{3\tau} = \frac{\delta^2}{3\tau_0} e^{-\frac{\epsilon_0}{kT}} \quad (34.5)$$

Taj rezultat se slaže sa eksperimentalnim rezultatima [vidi (34.4)].

§ 34.5. Viskoznost u tečnostima

1. Uporedimo dimenzije za gustinu $[\rho] = ML^{-3}$, koeficijenta difuzije $[D] = L^2T^{-1}$ i viskoznosti $[\eta] = ML^{-1}T^{-1}$. Vidimo da je

$$\frac{[\eta]}{[\rho]} = [D],$$

odakle sledi da je

$$\eta = K \rho D, \quad (34.6)$$

gde je K - koeficijent bez dimenzija.

Odnos (34.6) se sasvim dobro slaže sa rezultatima ogleda sa gasovima. Za gasove je $K \approx 1$ (sledi iz ogleda), pa je

$$\eta \approx \rho D \approx \frac{1}{3} \lambda v \rho \quad (34.7)$$

Sa porastom temperature, viskoznost gasova se povećava. Ustvari, ako se u izraz (34.7) stavi $\rho = m_0 n$, $\lambda = \frac{1}{n\sigma}$, i

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \text{ dobijamo}$$

$$\eta = \frac{1}{\sigma} \sqrt{\frac{m_0 kT}{3}} \quad (34.7')$$

Dakle, viskoznost gasova je srazmerna kvadratnom korenu apsolutne temperature.

2. Što se tiče tečnosti, za njih izraz (34.7') ne važi, čak ni kvalitativno, jer za razliku od gasova, viskoznost tečnosti pri povišenju temperature, naglo opada.

Na tu činjenicu je prvi obratio pažnju Frenkel, koji je pokazao da je viskoznost tečnosti obrnuto srazmerna sa koeficijentom difuzije. Da bismo ovo dokazali, koristićemo jednačinu (11.12) koja daje zavisnost sile otpora trenja od viskoznosti, relativne brzine i karakteristične dimenzije tela, koje se kreće kroz tečnost.

Usled pojave gradijenta brzine u tečnosti (vidi 11.7) dolazi do medjusobnog klizanja pseudojezgara. Interakcija medju

pseudojezgrima dovodi do otpora trenja pri prelazu "šupljina" od jednog ka drugom pseudojezgru. U formuli (11.12) se tada brzina v može zameniti sa srednjom brzinom premeštanja šupljina u , a karakteristična dimenzija tela L - sa dimenzijom "šupljine" δ . Dakle, sila otpora trenja je

$$F = B\eta u\delta, \quad (34.8)$$

gde je B neki brojni koeficijent. No, prema (34.5) je $u\delta = 3D$, pa je

$$F = 3B\eta D.$$

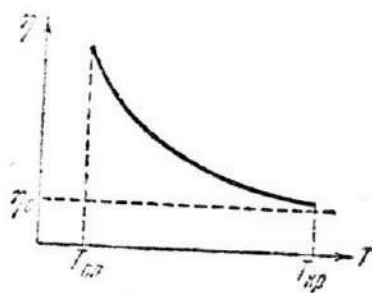
Poslednji izraz se, dakle, može napisati

$$\eta = \frac{f}{D}, \quad (34.9)$$

gde je $f = \frac{F}{3B}$ - neka konstantna veličina, koja ima dimenzije sile. Time je pokazano da je viskoznost tečnosti obrnuto srazmerno koeficijentu difuzije. Stavljajući u (34.9) vrednost koeficijenta difuzije iz (34.4), dobijamo:

$$\eta = \eta_0 e^{-\frac{\mathcal{E}_0}{kT}} \quad (34.10)$$

gde je η_0 - vrednost koeficijenta viskoznosti pri $\mathcal{E}_0=0$, tj. pri odsustvu energije aktivacije. Dakle, iz izraza (34.10) se može



Sl.34.4

zaključiti da viskoznost tečnosti naglo opada sa povišenjem temperature. Grafik te zavisnosti predstavljen je na sl.34.4. Takva zavisnost koeficijenta viskoznosti od temperature u skladu je sa eksperimentalnim rezultatima.

3. Napomenimo da gore izvedeni izrazi zavisnosti koeficijenta difuzije (34.5) i viskoznosti (34.10) od temperature imaju smisla samo u odredjenom temperaturskom intervalu: od tačke

topljenja do takozvane kritične temperature T_{kr} , iznad koje tečnost i ne može da egzistira (vidi § 35.5). To je i pokazano na slikama 34.3 i 34.4.

§ 34.6. Amorfna tela

1. U prirodi se mogu naći tela, koja su prema mehaničkim osobinama slična čvrstim telima, a prema rentgenskoj analizi se može zaključiti da medju molekulima postoji uredjenost na malim rastojanjima koja je karakteristična za strukturu tečnosti. Takve supstance su, naprimer, staklo, različite smole, kuvana smola, zgusnuti rastopljeni šećer i sl. Karakteristično je da ove supstance nemaju odredjenu tačku topljenja. Pri povišenju temperature, ta se tela postepeno razmekšavaju. Njihova viskoznost se smanjuje i ona počinju da se ponašaju kao obične tečnosti.

Pošto ove tela nemaju odredjene tačke topljenja i pošto njihova struktura nema ničeg zajedničkog sa kristalnim telima, to moramo zaključiti da amorfna tela nisu čvrsta tela, nego prehladjene tečnosti sa vrlo velikim unutrašnjim trenjem.

2. Uzrok, zbog koga se formiraju amorfna tela, može se razumeti korišćenjem ideje o strukturi tečnosti u kojoj se između pseudojezgara nalaze pukotine - "šupljine". Sledi da je unutrašnja energija dobro pakovanih pseudojezgara manja od unutrašnje energije kristala. Medjutim, usled prisustva "šupljina", koje raspolazu viškom energije, ukupna unutrašnja energija tečnosti veća je od unutrašnje energije kristala.

Pri formiranju kristala neki molekuli moraju difundovati u šupljine i tako obrazovati regularnu strukturu - odredjenost na većim rastojanjima. Medjutim, na niskoj temperaturi je verovatnoća difuzije vrlo mala, jer vreme sedentarnosti molekula teži beskonačnosti (vidi sl. 34.2). Zbog toga se pri naglom hladjenju nekih

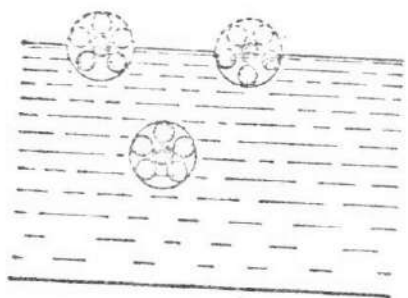
rastopa veća verovatnoća za formiranje amornog tela, nego za stvaranje uredjene kristalne rešetke.

3. Napomenimo da telo u amornom obliku raspolaže viškom energije u poredjenju sa stabilnim kristalnim stanjem. Zbog toga je amorfno stanje takozvano metastabilno stanje, tj. ne sasvim stabilno.

Jasno je da amorfna tela vremenom postaju kristalna. Tako se u šećernoj glazuri posle izvesnog vremena formiraju kristali šećera. Time se objašnjava i pojava da se, slatko, posle dužeg stajanja - ušećeri. Isto tako i staklo "stari" - u njemu se formiraju polikristalna zrna. Pri tome staklo gubi prozračnost i postaje krto.

§34.7. Energija površinskog sloja tečnosti i površinski napon

1. Čestice tečnosti na površinskom sloju raspolažu viškom energije u poredjenju sa česticama u unutrašnjosti tečnosti. Čestice u unutrašnjosti su okružene sa Z najbližih susednih čestica ($Z \approx 11$), a na površini je svaka čestica okružena sa manjim brojem "suseda" (sl.34.5). Na temperaturama bliskim temperaturi



Sl.34.5

topljenja, energija međusobnog delovanja izmedju najbližih molekula je $\epsilon \approx U_0$, gde je U_0 - dubina potencijalne jame medjumolekulskog dejstva (vidi sl.31.7). Odavde sledi da je energija čestice u unutrašnjosti tečnosti $\epsilon_{unutr.} \approx Z\epsilon \approx ZU_0$, dok je energija iste takve čestice na površini - $\epsilon_{povr} \approx \frac{1}{2} Z\epsilon \approx \frac{1}{2} ZU_0$.

No, kako je U_0 negativan broj, to je $\epsilon_{povr.} > \epsilon_{unutr.}$. Dakle, višak energije kojim raspolažu čestice na površinskom sloju u poredjenju sa energijom iste čestice u unutrašnjosti tečnosti može

se napisati:

$$\Delta \epsilon_{\text{povr}} = \epsilon_{\text{povr}} - \epsilon_{\text{unutr}} = -\frac{1}{2} z U_0 = \frac{1}{2} z |U_0|$$

Zahvaljujući višku energije, srednje rastojanje medju molekulima je veće (§ 31.5. i 31.6). A to znači da je površinski sloj rastresitiji od unutrašnjeg dela tečnosti.

2. Neka se na jedinici površine površinskog sloja nalazi n' čestica. Površinski sloj površine S će tada raspolagati viškom energije

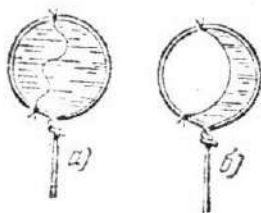
$$\epsilon_{\text{povr.}} = \Delta \epsilon_{\text{povr.}} n' S \approx \frac{1}{2} z n' S |U_0| \quad (34.11)$$

Energija na jedinicu površine je tada:

$$\alpha = \frac{\epsilon_{\text{povr.}}}{S} \approx \frac{1}{2} z n' |U_0| \quad (34.12)$$

Ova veličina se zove površinska energija tečnosti.

3. Svaki sistem teži da predje u stanje sa minimalnom energijom. Ova težnja se kod tečnosti svodi na pojavu da tečnost, pri odsustvu spoljašnjih sila, teži da zauzme takav oblik da data zapremina tečnosti pri tom obliku ima minimalnu površinu. U geometriji je dokazano da je to sferni oblik. Time se i objašnjava činjenica da kap tečnosti u bestežinskom stanju ima sferni oblik (vidi § 7.3).



S1.34.6

Težnja tečnosti da smanji svoju površinu dovodi do toga da se na granici, između površinske opne i čvrstog tela, javlja sila površinskog napona. U to se možemo uveriti pomoću jednog prostog oglada.

Privežimo na žičani prsten konac, kako je to pokazano na slici 34.6 i potopimo prsten u sapunicu. U formiranoj opni od sapunice,

konac se nepravilno postavlja (nije zategnut). Kada se opna sa jedne strane konca probije, tada se opna s druge strane konca smanji i zeteže konac da bi površina opne postala minimalna (sl. 34.6 b). Konac je zategnut usled sila površinskog napona a pravac delovanja ovih sila se u svakoj tački poklapa sa pravcem tangente na površini opne.

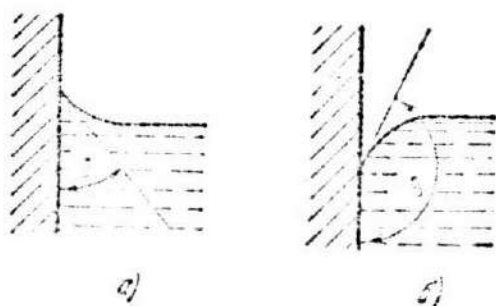
4. Odnos sile, kojom opna deluje na graničnu konturu, i dužine konture ℓ , zove se površinski napon - σ :

$$\sigma = \frac{F}{\ell} \quad (34.13)$$

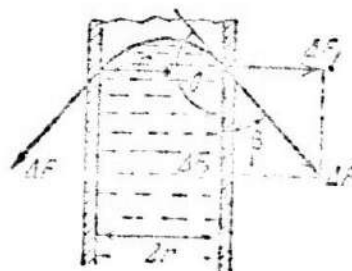
§ 34.8. Pritisak ispod zakrivljene površine tečnosti

1. Pri direktnom dodiru između tečnosti i čvrstog tela, mogući su slučajevi da tečnost ili kvasi, ili ne kvasi to telo. Tako, naprimer, živa kvasi čiste površine metala, a ne kvasi čisto staklo. Voda kvasi čisto staklo, a ne kvasi masnu površinu stakla itd.

Slobodna površina tečnosti na granici sa čvrstim telom je iskrivljena; u zavisnosti od toga da li tečnost kvasi čvrsto telo ili ne, formira se ispupčeni ili izdubljeni meniskus. Ispupčeni meniskus nastaje ako tečnost ne kvasi čvrsto telo, a izdubljeni - ako kvasi. Ugao, između pokvašene površine čvrstog tela i tangente na meniskus u dodirnoj tački između tečnosti i čvrstog tela, zove se granični ugao θ .



Sl. 34.7



Sl. 34.8

Ako tečnost kvasi površinu čvrstog tela, tada je granični ugao oštar (sl.34.7 a): $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$. Ako tečnost ne kvasi površinu čvrstog tela, tada je granični ugao tup (sl.34.7.b):

$\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi$. Veličina graničnog ugla zavisi od hemijskog sastava čvrstog tela, tečnosti i okolnog gasa, od čistoće tih supstanci i od temperature. Pri idealnom kvašenju je $\theta = 0$, a ako tečnost uopšte ne kvasi čvrsto telo - $\theta = \pi$.

2. Zakrivljenost površine utiče na povećan pritisak tečnosti. Za izračunavanje tog pritiska, ograničićemo se na slučaj kada se tečnost nalazi u cevi unutrašnjeg radijusa r (sl.34.8). Iskrivljena površina obrazuje sferni segment, čija površina zaklapa sa površinom cevi granični ugao θ .

Na kontakt tečnosti i zida suda, na delu dužine Δl , deluje sila površinskog napona $\Delta F = \sigma \Delta l$. Ta sila ima pravac tangente na površinu tečnosti. Razložimo tu silu na dve komponente: ΔF_1 , koja je usmerena ka zidu suda i $\Delta F_2 = F \cos \theta = -\sigma \Delta l \cos \theta$, koja je usmerena ka unutrašnjosti. Komponenta ΔF_2 izaziva povećan pritisak u poredjenju sa atmosferskim pritiskom.

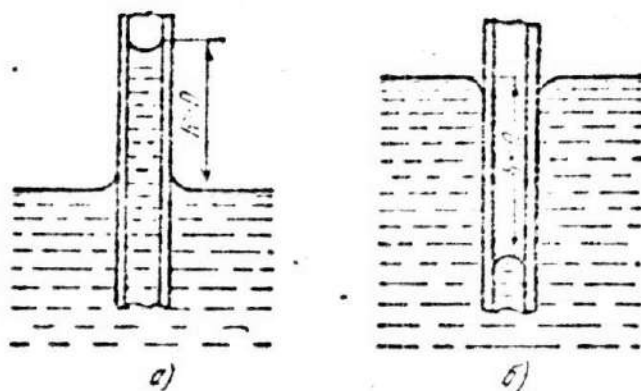
3. Za izračunavanje tog, povećanog, pritiska treba silu pritiska $F_2 = -\sigma \cdot 2r\pi \cos \theta$, podeliti sa površinom kruga, $S = \pi r^2$. Tada imamo:

$$p = \frac{F_2}{S} = - \frac{2\sigma \cos \theta}{r}. \quad (34.14)$$

Vidimo da je povećani pritisak negativan ako je graničan ugao oštar: pri $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ je $\cos \theta > 0$. Ako je, pak, granični ugao tup, tj. $\frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi$, tada je $\cos \theta < 0$ i povećan pritisak je pozitivan.

§ 34.9. Kapilarne pojave

1. Cevi sa malim unutrašnjim poluprečnikom od oko jednog milimetra, ili manje, zovu se kapilari (od latinske reči capillus - vlas, dlaka). Ako takvu cev stavimo u tečnost, koja kvasi tu cev, tada se tečnost u cavi podiže iznad nivoa tečnosti u širokom sudu (sl.34.9. a). Obrnuto, ako tečnost ne kvasi kapilaru, nivo tečnosti u cavi je ispod nivoa slobodne površine tečnosti u širem sudu (sl.34.9.b)



Sl.34.9

Za izračunavanje visine nivoa tečnosti u kapilari, iznad ili ispod nivoa tečnosti u širem sudu, treba uzeti u obzir da će tečnost u cavi biti u ravnoteži ako je zbir hidrostatičkog pritiska ρ_{gh} i pritiska usled zakrivljenosti površine tečnosti - $p = -(2\sigma \cos\theta)/r$ jednak nuli:

$$\rho_{gh} - \frac{2\sigma \cos\theta}{r} = 0;$$

odakle sledi da je

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{r\rho_{gh}}. \quad (34.15)$$

U slučaju kada tečnost kvasi sud i kada je granični ugao oštar ($\cos\theta > 0$), visina nivoa u cavi je pozitivna; u slučaju da

tečnost ne kvasi sud, kada je granični ugao tup ($\cos\theta < 0$), visina nivoa tečnosti u kapilari je negativna. Tada je nivo tečnosti u kapilari ispod nivoa tečnosti u sudu.

2. U prirodi često susrećemo kapilarne pojave. Njima se objašnjava higroskopnost niza tela, tj. sposobnost ovih tela da upijaju vlagu. Kapilarne pojave su uzrok higroskopnosti vate, tkanina, zemlje, betona. Baš o ovoj osobini betona se mora voditi računa u gradjevinarstvu: između temelja zgrade i zidova stavlja se sloj ter-papira, smole ili drugog materijala koji sprečava prolaz vlage u zidove stambenih prostorijskih.

Podzemna vlaga kroz kapilarne pukotine zemljišta, dospeva do površine i isprava. Da bi se sačuvala vlaga u zemlji potrebno je kapilare rasturiti. To se postiže oranjem i drljanjem zemljišta.

§ 34.10. Adsorpcija. Rebinderov efekat

1. Sva dosadašnja razmatranja i proračuni, pomoću kojih se zaključuje da površinski sloj tečnosti raspolaže viškom energije (§ 34.7), ispravni su i za čvrsta tela - kako amorfna tela, tako i za kristalna. Istina, postoji jedna principijelna razlika koja se javlja usled anizotropije kristala. Na različitim stranama kristala, nalazi se različiti broj čestica (atoma, molekula ili jona), a rastojanja između tim česticama su, takodje, različita. Odavde sledi da su površinska energija i površinski napon različiti na raznim stranama kristala. Jasno je da se anizotropija površinskog napona ne javlja kod amorfniha tela i polikristala.

Ako na tečnost ne deluju spoljašnje sile, tada je oblik tečnosti potpuno odredjen silama površinskog napona i slobodna površina tečnosti ima oblik sfere. Naravno, kod kristala se ništa slično ne dešava. Medjutim, to ne znači da kod kristala sile

površinskog napona ne igraju nikakvu ulogu. Naprotiv, ove sile bitno utiču na mehaničke osobine kristala kao što su tvrdoća i čvrstina.

2. Neke supstance, takozvane površinski aktivne, se lako koncentrišu na površini druge supstance, obrazujući na njoj vrlo tanak sloj, najčešće monomolekularni, tj. sloj debljine jednog molekula. Takva pojava se zove adsorpcija. Napr. na površinu vode dobro adsorbuje špiritus, na površinu cinka - živa i kalaj, na površinu žive - alkalni metali: cezijum, kalijum, natrijum. Pokazano je da adsorpciju prati naglo smanjivanje površinske energije i samim tim - smanjivanje površinskog napona.

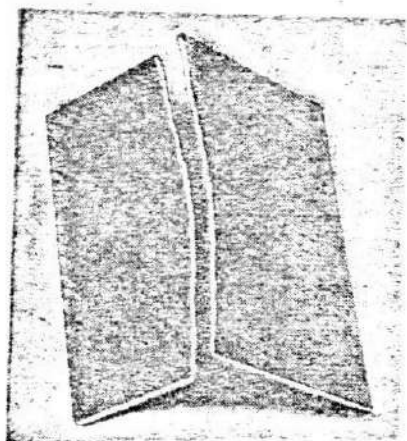
Ako se litar žive rastvori 0,48 g cezijuma, tada se površinski napon žive smanji od $0,470 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ do $0,228 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, tj. više od dva puta, dok je koncentracija cezijuma pri tome svega $0,48 \cdot 10^{-3} \text{ kg/13,6 kg}$, tj. svega $3,5 \cdot 10^{-3} \%$! Isto tako se, pri 4%-tnom rastvoru špiritusa u vodi, površinski napon vode smanji dva puta.

3. Pokazano je da adsorpcija površinsko-aktivnih tečnosti menja mehaničke osobine čvrstih tela, na čijim površinama dolazi do adsorpcije. Dolazi do smanjivanja čvrstine ovih čvrstih tela. U to se možemo uveriti sledećim eksperimentom.

Cink je na sobnoj temperaturi plastičan. Zbog toga se cinkana ploča, debljine 2-3 mm, lako može saviti pod uglom od 90° , a da se ne slomi. Ako se pre savijanja cinkana ploča dobro očisti od oksida, a zatim se stavi kap žive mase od nekoliko miligrama, tada će se karakter deformacije bitno izmeniti. Tada će se ispod kapi žive pružiti tanka pukotina i ploča će se slomiti na dva dela (sl.34.10).

Slične pojave su odavno bile poznate. U inženjerijskoj praksi je bilo poznato dosta slučajeva pri kojima se čvrstina nekih konstrukcija bitno smanjivala, kada te konstrukcije nisu radile u vazduhu, nego u nekim drugim sredinama. Nekada je čak i vrsta ulja za podmazivanje bitno uticala na čvrstinu konstrukcije. Međutim, nije postojala teorija za objašnjavanje tih pojava.

4. 1928. godine je akademik P.A.Rebinder izneo ideju da promena čvrstine čvrstih tela pri njihovoj interakciji sa površinsko-aktivnim supstancama, izazvana baš usled smanjivanja površinskog napona. Ta se pojava, u najopštijim crtama, može objasniti na sledeći način.



Sl.34.10

Kod defekata kristala tipa dislokacija ivice zrna i mikropukotina poseduju višak površinske energije. Površinski napon se smanjuje pri adsorpciji površinsko-aktivnih supstanci, ali se istovremeno povećava površina defekata, usled čega se ne menja proizvod površinske energije i površine defekata [vidi (34.12)]. Povećavanje površine defekata utiče na smanjenje čvrstine kristala.

5. Pojave da se na čvrstim telima lakše mogu izazvati deformacije ili da se lakše mogu lomiti ova tela pri adsorpciji površinsko-aktivnih supstanci zove se Rebinderov efekat. Ovaj efekat ima mnogobrojne praktične primene.

Poznato je da se pri obradi metala pritiskom ili rezanjem u mnogo slučajeva primenjuju površinsko-aktivne supstance koje se dodaju mazivima i koje znatno utiču na brzinu rezanja (nekad i 30% - 40%). Slično se metod adsorpcije primenjuje za smanjivanje tvrdoće materijala pri bušenju. Da bi se olakšao rad svrdla u otvor se stavljaju rastvori površinsko-aktivnih supstanca. Pri tome se ovaj proces znatno olakšava.

Danas se, u vezi sa korišćenjem tečnih metala kao toplotnih provodnika u reaktorima, pojavio problem izučavanja tvrdoće metala koji je okružen drugim, rastopljenim metalima. Analogni problemi se javljaju i u raketnoj tehnici.

Da bi se izbeglo smanjivanje tvrdoće konstrukcije mora se voditi računa pri izboru parova metala da se tečna faza što manje adsorbuje na površini čvrstog metala.

Konačno, skoro su počela intenzivna ispitivanja u cilju produžavanja vremena delovanja katalizatora. Katalizatori samo potpomažu hemijske reakcije, ali u njoj ne učestvuju. Na prvi pogled čini se da bi oni trebalo da neograničeno dugo traju. Međutim, oni intenzivno slabe, zbog čega se u savremenoj hemijskoj industriji mnogo troše. Adsorpcija katalizatora se ne može odstraniti, jer tada to ne bi bili katalizatori. Dakle, ovde se moraju naći drugi načini za postizanje povećanja trajnosti. Jedan od načina je otklanjanje unutrašnjih napona u granulama tih materijala što se postiže kada se katalizator u obliku praha presuje vibracionom tehnikom. Drugi način je optimalan izbor temperaturnog režima u procesu termičke obrade katalizatora.

Rebinderov efekat je vrlo rasprostranjena pojava, koja karakteriše fizičko-hemijske površinske pojave kod čvrstih tela i disperzionih sredina. Dalja razrada teorije površinskih pojava i eksperimentalnih ispitivanja u toj oblasti dovode do rešavanja problema izrade materijala sa unapred zadatim svojstvima, posebno za izradu materijala sa povećanom čvrstinom.

GLAVA 35

P A R E

§ 35.1. Isparavanje

1. Kako je ogledom utvrđeno, tečnosti isparavaju, tj. prelaze u gasno stanje. Brzina isparavanja se ocenjuje prema broju molekula koji predju u paru u jedinici vremena, sa jedinice površine. Ova brzina je kod raznih tečnosti - različita. Etar, naliven u tacnu, ispari pri sobnoj temperaturi za svega nekoliko minuta, voda se (pri istim uslovima) zadržava nekoliko časova, a živa - nekoliko godina. Tečnost isparava pri svakoj temperaturi, ali se sa povišenjem temperature brzina isparavanja vrlo brzo povećava. To se u praksi mnogo koristi: ako neki predmet treba brzo da se osuši, stavlja se pored zagrejanog tela, naprimer, pored peći ili radija-

2. Isparavaju, ne samo tečnosti - nego i čvrsta tela; naprimer naftalin ili kamfor isparavaju na sobnoj temperaturi, ne prelazeći kroz tečno stanje. Isto tako isparavaju i kristali broma ili joda, naročito kad se zagreju. Isparava i led. Ako se mokar vaš prostre na mraz, već će se čvrstne, led isparava i vaš se osuši.

Isparavanje kristalnih tela se zove sublimacija.

Brzina sublimacije takođe zavisi od temperature i hemijskih osobina supstance. Molekulski kristali, kao brom i jod, lako isparavaju, jer je privlačna sila među molekulima u kristalnoj rešetki vrlo slaba. Led lako isparava, jer ima vrlo rastresitu kristalnu rešetku. Međutim, gusto pakovani joni kovalentnih i metalnih kristala vrlo slabo isparavaju.

3. Mehanizam isparavanja se može objasniti na sledeći način. Molekuli (ili atomi) na površini tečnosti ili kristala vezani su privlačnim silama unutrašnjih čestica, usled čega se održavaju na površini. Da bi površinska čestica napustila supstancu, potrebno je da njena kinetička energija bude veća od energije isparavanja u_0 . Energija isparavanja je jednaka onom radu koji treba izvršiti da se savladaju privlačne sile i da se molekul udalji na takvo rastojanje, gde molekulске sile više ne deluju. Sledi da je uslov za isparavanje $\mathcal{E}_k \geq u_0$, ili

$$\frac{m_0 v^2}{2} \geq u_0 \quad (35.1)$$

To znači da površinski sloj ne može napustiti bilo koji molekul, nego samo brži molekul, čija brzina zadovoljava uslov (35.1). Na osnovu ovoga se može razumeti zašto se tečnost pri isparavanju hladi. Znamo da je temperatura tela određena srednjom kinetičkom energijom njegovih molekula. Jasno je da će se, posle izletanja bržih molekula, srednja energija ostalih molekula smanjiti, usled čega se temperatura snižava.

4. Verovatnoća isparavanja se može naći analognim rasuđivanjem, pomoću kojih smo u § 34.3 odredili verovatnoću "preseljenja" čestice u "šupljinu". Kada $\mathcal{E}_0$ zamenimo da u_0 , dobijamo:

$$\mathcal{E}_{\text{ispar.}} = e^{-\frac{u_0}{kT}} \quad (35.2)$$

Brzina isparavanja je proporcionalna verovatnoći isparavanja, jer ukoliko je verovatniji prelaz molekula sa površine tela u paru, utoliko će biti veći broj molekula, koji prelaze u paru, sa jedinice površine u jedinici vremena. Dakle, brzina isparavanja je $G \sim \omega_{\text{ispar.}}$, ili

$$G = G_0 e^{-\frac{u_0}{kT}} \quad (35.3)$$

U ovom izrazu je G_0 srazmerno broju molekula koji su u stanju da napuste površinski sloj, tj. molekula sa brzinama koje zadovoljavaju uslov (35.1). Prirodno je da će se pri povišenju temperature broj takvih molekula povećavati. Može se pokazati da je $G_0 = BT^\alpha$, gde je B - konstanta koja zavisi od hemijskog sastava supstance, a $\alpha \approx \frac{1}{2}$. Kada se ovo zameni u izraz (35.3), dobijamo krajnji izraz za brzinu isparavanja

$$G = BT^\alpha e^{-\frac{u_0}{kT}} \quad (35.4)$$

§ 35.2. Zasićena para

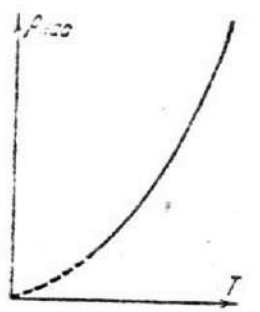
1. Ako se dovoljna količina tečnosti stavi u zatvoren sud, tada će deo tečnosti ispariti, a preostala količina tečnosti ostaje u sudu koliko-god to želimo. Ali proces isparavanja se ne zaustavlja - molekuli, čija energija zadovoljava uslov (35.1), će sve vreme napuštati površinski sloj. Istovremeno sa procesom isparavanja neprekidno će se vršiti i proces kondenzacije pare u tečnost. Brzina kondenzacije se određuje brojem molekula koji u jedinici vremena predju iz pare na jedinicu površine tečnosti.

Na taj način u zatvorenom sudu, posle izvesnog vremena dolazi do dinamičke ravnoteže između procesa isparavanja i kondenzacije. Kada brzina kondenzacije postane jednaka brzini isparavanja, tada količina tečnosti u sudu prestaje da se smanjuje.

Para, koja je u stanju dinamičke ravnoteže sa svojom tečnošću (ili kristalom) zove se zasićena para.

2. Izračunaćemo od kojih parametara zavisi koncentracija - molekula zasićene pare. Za ovo izračunavanje moramo uzeti u obzir

da brzina isparavanja, prema (35.4), ne zavisi od koncentracije molekula pare iznad tečnosti, a brzina kondenzacije je srazmerna koncentraciji molekula pare - što je



Sl.35.1

$$g = \beta n, \quad (35.5)$$

gde je β - neki koeficijent, a n - koncentracija molekula pare.

Pri dinamičkoj ravnoteži je brzina kondenzacije jednaka brzini isparavanja. Izjednačivši desne strane izraza (35.4) i (35.5), dobijamo izraz za koncentraciju molekula zasićene pare:

$$n_{zas} = AT^{\alpha} e^{-\frac{u_0}{kT}} \quad (35.6)$$

3. Gustinu zasićene pare dobijamo kada pomnožimo koncentraciju sa masom jednom molekula:

$$\rho_{zas} = m_0 n_{zas} = A m_0 T^{\alpha} e^{-\frac{u_0}{kT}} \quad (35.7)$$

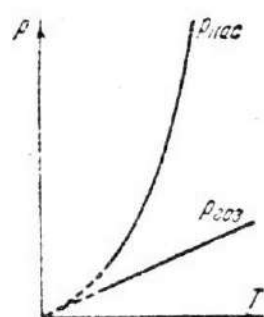
Grafik te zavisnosti dat je na slici 35.1. Vidimo da se pri povišenju temperature gustina zasićene pare naglo povećava.

§ 35.3. Pritisak zasićene pare

1. Ako u formulu (26.10) stavimo izraz za koncentraciju molekula (35.6), dobijamo izraz za pritisak zasićene pare

$$p_{zas} = n_{zas} \cdot kT = A k T^{\alpha+1} e^{-\frac{u_0}{kT}} \quad (35.8)$$

Grafik ove zavisnosti je predstavljen na slici 35.2. Radi uporedjenja, ovde je nacrtan i grafik zavisnosti pritiska idealnog gasa od temperature (pri konstantnoj zapremini). Pritisak idealnog gasa menja se linearno sa promenom temperature, dok pritisak zasićene pare raste dosta brže. Ovo nastaje zbog toga što kod idealnog



Sl.35.2

gasa povećanje pritiska nastaje samo usled povećanja kinetičke energije molekula, dok se kod zasićene pare pri povišenju temperature povećava i kinetička energija molekula i njihova koncentracija.

2. Treba naglasiti da izraz (35.8) nije sasvim strog, jer smo se pri izvodjenju koristili formulom (26.10) za pritisak idealnog gasa, kod koga se sile medjumolekulskog dejstva zanemaruju, jer je rastojanje medju molekulima dosta veliko. Međutim, koncentracija molekula zasićene pare može postati dosta velika, rastojanje medju molekulima - dovoljno malo, a uticaj medju molekulima može postati bitan. Ipak, izraz (35.8) dosta tačno predstavlja svojstva zasićene pare. To potvrđuje tablica 35.1 i slika 35.3, na kojoj predstavljen zavisnost pritiska zasićene pare vode od temperature. Grafik je dobijen na osnovu podataka iz ove tablice. Vidi se da se karakter zavisnosti, uglavnom, slaže sa teorijskom krivom (35.8).

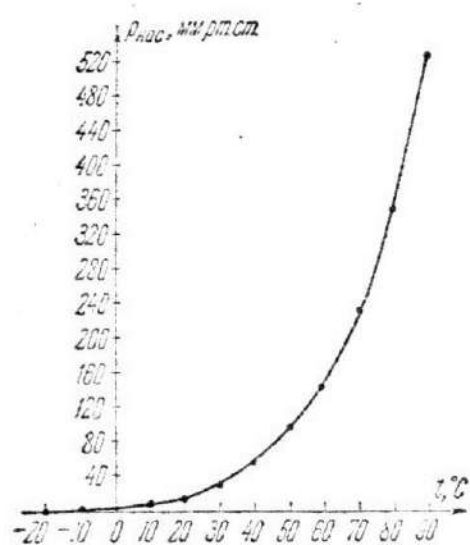
3. Iz izraza (35.8) sledi da pritisak zasićene pare zavisi samo od hemijskog sastava supstance i temperature, a ne zavisi od veličine zapremine suda iznad tečnosti, gde se nalazi para.

Ovaj zaključak potvrđuje ogled i lako se može objasniti na sledeći način:

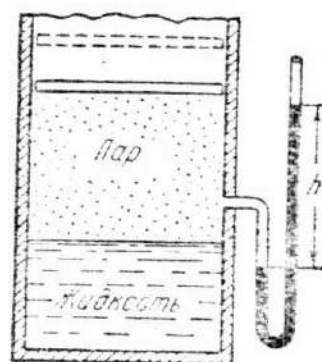
Tablica 35.1

Pritisak i gustina zasićene vodene pare

$t^{\circ}\text{C}$	p mm Hg	g/m^3	$t^{\circ}\text{C}$	p mm Hg	g/m^3	$t^{\circ}\text{C}$	p mm Hg	g/m^3
-30	0,28	0,33	0	4,58	4,81	30	31,82	30,3
-29	0,31	0,37	1	4,93	5,22	31	33,70	32,1
-28	0,35	0,41	2	5,29	5,60	32	35,66	33,9
-27	0,38	0,46	3	5,69	5,98	33	37,73	35,7
-26	0,43	0,51	4	6,10	6,40	34	39,90	37,6
-25	0,47	0,55	5	6,54	6,84	35	42,18	39,6
-24	0,52	0,60	6	7,01	7,3	36	44,56	41,8
-23	0,58	0,66	7	7,51	7,8	37	47,07	44,0
-22	0,64	0,73	8	8,05	8,3	38	49,69	46,3
-21	0,70	0,80	9	8,61	8,8	39	52,44	48,7
-20	0,77	0,88	10	9,21	9,4	40	55,32	51,2
-19	0,85	0,96	11	9,84	10,0	45	71,88	65,4
-18	0,94	1,05	12	10,52	10,7	50	92,5	83,0
-17	1,03	1,15	13	11,23	11,4	55	118,0	104,3
-16	1,13	1,27	14	11,99	12,1	60	149,4	130
-15	1,24	1,38	15	12,79	12,8	65	187,5	161
-14	1,36	1,51	16	13,63	13,6	70	233,7	198
-13	1,49	1,65	17	14,53	14,5	75	289,1	242
-12	1,63	1,80	18	15,48	15,4	80	355,1	293
-11	1,78	1,96	19	16,48	16,3	85	433,6	354
-10	1,95	2,14	20	17,54	17,3	90	525,8	424
-9	2,13	2,33	21	18,65	18,3	95	633,9	505
-8	2,32	2,54	22	19,83	19,4	100	760,0	598
-7	2,53	2,76	23	21,07	20,6	120	1489	1091
-6	2,76	2,99	24	22,38	21,8	140	2710	1890
-5	3,01	3,24	25	23,76	23,0	160	4636	3084
-4	3,28	3,51	26	25,21	24,4	180	7521	4782
-3	3,57	3,81	27	26,74	25,8	200	11064	7099
-2	3,88	4,13	28	28,35	27,2			
-1	4,22	4,47	29	30,04	28,7			



Sl. 35.3



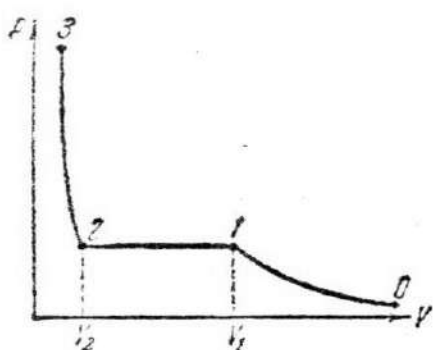
Sl. 35.4

Dopustimo da povećamo slobodni prostor iznad tečnosti, pomeranjem klipa u uređaju na slici 35.4. Upočetku će manometar pokazati neko smanjenje pritiska, što znači da je došlo do smanjivanja koncentracije molekula pare. Međutim, pri tome će se smanjiti brzina kondenzacije [vidi (35.5)] i biće narušeno stanje dinamičke ravnoteže. A pošto brzina isparavanja, koja zavisi samo od temperature, ostaje nepromenjena, to dovodi do delimičnog isparavanja tečnosti i ponovnog uspostavljanja stanja dinamičke ravnoteže između pare i tečnosti. Tada manometar pokazuje da je ponovo uspostavljen prethodni pritisak zasićene pare.

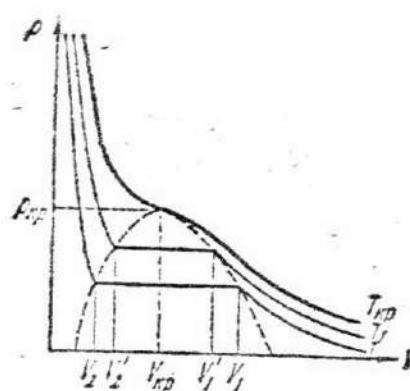
Analogni proces će se odvijati pri spuštanju klipa. Pri sabijanju pare, povećava se koncentracija i postaje veća brzina kondenzacije od brzine isparavanja. Narušena dinamička ravnoteža se uspostavlja usled kondenzacije jednog dela pare. Pri tome se uspostavlja početna vrednost koncentracije molekula i pritisak pare, koji zavise samo od temperature.

§ 35.4. Izoterma pare

1. Ako klip uređaja, koji je predstavljen na slici 35.4, polako pomeramo naviše tečnost će stalno isparavati i pri jednoj zapremini V_1 , sva će tečnost ispariti. Pritisak zasićene pare, sve dok zapremina ne bude jednaka V_1 , stalno će biti isti. Ako se nastavi pomeranje klipa tako da zapremina pare bude veća od V_1 , pritisak počinje da se smanjuje. Ustvari, kada sva tečnost ispari, povećavanjem zapremine se smanjuje koncentracija molekula pare, jer se više ne vrši isparavanje. Takva para se naziva nezasićena ili pregrejana para. Pri konstantnoj temperaturi se pri povećavanju zapremine smanjuje pritisak pare, slično kao prema Bojle-Mariotovom zakonu.



Sl.35.5



Sl.35.6

2. Izvedimo sada obrnuti proces: spuštajući klip, vršimo sabijanje pregrijane pare. Pritisak će se tada povećavati i pri $V=V_1$, pritisak ponovo ima vrednost pritiska zasićene pare. Ako se i dalje nastavi smanjivanje zapremine, deo pare se kondenzuje, a pritisak ostaje jednak pritisku zasićene pare.

Konačno, pri nekoj zapremini $V_2 < V_1$, sva se para kondenzuje a klip pritiskuje površinu tečnosti. Dalje smanjivanje zapremine zahteva vrlo veliki pritisak, jer su čestice gusto pakovane, a stišljivost tečnosti vrlo mala.

3. Opisani proces predstavljen je grafički na slici 35.5. Deo grafika od 0-1 predstavlja pregrejanu paru, deo 1-2 - zasićenu paru, a deo od 2-3 - tečnost. Ova kriva se zove izoterma pare ili Endrjusova izoterma, u čast naučnika koji je prvi ispitao i dobio izoterme takve vrste.

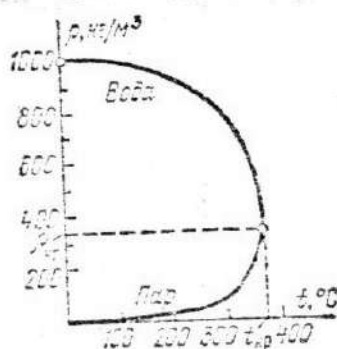
Napomenimo da proces sabijanja i širenja pare treba voditi dosta sporo. Pri isparavanju tečnosti dolazi do hladjenja tečnosti (vidi § 35.1), a pri kondenzaciji pare temperatura tečnosti se povišava. Održavanje konstantne temperature se postiže izmenom toplote između posmatranog uređaja i okolnih tela. A kako se izmena toplote vrši dosta sporo, to isto tako sporo treba pomerati klip.

4. Izvedimo proces sabijanja pare pri višoj temperaturi $T_1 > T$. Primetimo da se stanje zasićene pare postiže pri zapremini $V'_1 < V_1$ (sl.45.6). To se lako objašnjava. Pri višoj temperaturi pritisak zasićene pare je dosta veći (vidi § 35.3) i da bi se, pritisak pregrejane pare izjednačio sa pritiskom zasićene pare, potrebno je zapreminu pare dosta smanjiti.

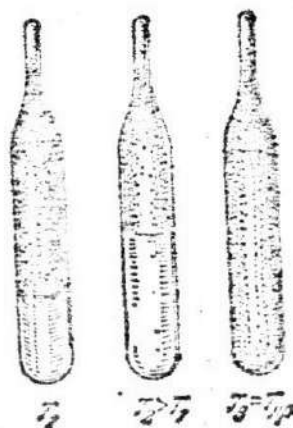
Isto tako se potpuna kondenzacija zasićene pare izvrši pri zapremini $V'_2 > V_2$. Ovo se dešava zbog toga što je zapremina tečnosti veća na višoj temperaturi.

§ 35.5. Kritično stanje supstance

1. Pri povišavanju temperature, oblast zasićene pare se smanjuje. Odatle se može izvesti pretpostavka da se pri nekoj temperaturi T_{kr} neće ni obrazovati zasićena para, nego će pregrejana para pri nekom pritisku p_{kr} i zapremini V_{kp} , direktno preći u tečno stanje (vidi sliku 35.6). Ogled je potvrdio ovu pretpostavku.



Sl.35.7



Sl.35.8

Temperatura T_{kr} , koja odgovara takvom stanju, zove se kritična temperatura, pritisak p_{kr} - kritičan pritisak, a gustina $\rho_{kr} = \frac{m}{V_{kr}}$ kritična gustina. Za vodu je na primer, $t_{kr} = 374^\circ\text{C}$,

$$p_{kr} = 218 \text{ atm}, \rho_{kr} = 329 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

2. Pojam kritičnog stanja se može razmatrati sa nekoliko različitih tačaka gledišta. Kako je pokazano, sa povišenjem temperature vrlo brzo raste gustina zasićene pare (vidi § 35.2). Gustina tečnosti se pri povišenju temperature smanjuje usled širenja. Ako nacrtamo grafik zavisnosti gustine pare i tečnosti od temperature (sl.35.7), videćemo da se ova dva grafika, pri nekoj temperaturi, seku. To nam dozvoljava da damo ovakvu definiciju: kritična temperatura je ona temperatura pri kojoj je gustina zasićene pare jednaka gustini tečnosti.

Kritično stanje se može odrediti ogledom, koji je izveo M.P.Avenarijus (sl.35.8). U zatopljenom staklenom balonu se nalazi izvesna količina etra. Pri niskoj temperaturi se vidi jasna granica između tečnosti i zasićene pare. Kada se sud zagreva, tada se nivo tečnosti povišava, bez obzira na to što deo tečnosti pri zagrevanju isparava. To je dokaz da se gustina tečnosti smanjuje, a da se gustina zasićene pare povećava. Pri kritičnoj temperaturi nestaje granica između tečnosti i pare i cela zapremina u sudu je neprozračna - mutna. Ovo nastaje zbog toga što se na kritičnoj temperaturi, usled fluktuacije gustine u celoj zapremini supstance, stalno formiraju a odmah zatim isparavaju mikroskopske kapi tečnosti, na kojima se javlja rasejavanje svetlosti.

3. Iznad kritične temperature, ni pri vrlo velikim pritiscima, ne može se prevesti para u tečnost, niti u kristal. Ovo objašnjavamo toplotnim kretanjem molekula (ili atoma) koje je toliko intenzivno da ni pri povećanom pritisku (čime se postiže, relativno, gusto pakovanje čestica) molekulске sile ne mogu da obezbede bliži poredak (tečno stanje), a utoliko pre ne može da se formira dalji poredak (kristalno stanje).

To znači da je na temperaturama višim od kritične, čak i pri vrlo velikim pritiscima, moguće samo gasno stanje supstance

za koje je karakteristično neuredjeno kretanje čestica od kojih je supstanca sastavljena.

4. Pri vrlo visokim temperaturama i neverovatno velikim pritiscima, nastalim u vrlo jakim gravitacionim poljima nekih tipova zvezda takozv. "belim kepecima", supstanca prelazi u supergusto stanje. Pri tome se elektroni odvajaju od jezgara obrazujući elektronski gas, sličan elektronskom gasu u metalnim kristalima. Međutim, između tih stanja postoji bitna razlika.

U metalima atomi otpuštaju samo spoljašnje (valentne) elektrone, a nastali joni obrazuju prostornu kristalnu rešetku. U supergustom stanju atomi gube sve elektrone, a presotata gola jezgra, čije su dimenzije oko 10 hiljada puta manje od dimenzija atoma, formiraju vrlo gusto pakovanje, ali sa sasvim neuredjenim kretanjem čestica. Gustina supstance je neverovatna reda veličine od 10^7 - $10^8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Jedna čaša takve supstance (200 cm^3) imala bi masu od 20 tona (čaša žive ima masu oko 3 kg).

To stanje supstance, nazvano supergusta plazma, po svojoj strukturi i osobinama više liči na gas, nego na kristal ili tečnost. Ali taj gas se po svojim osobinama jako razlikuje od idealnog gasa.

§ 35.6. Vlažnost vazduha

1. Apsolutna vlažnost gasa f se određuje prema masi vodene pare u jednom kubnom metru vazduha, tj. prema gustini vodene pare. Pogodnije je da se vlažnost vazduha ne izražava u jedinicama SI - sistema, nego u gramima po kubnom metru:

$$f = \rho_{\text{pare}} \left(\frac{\text{g}}{\text{m}^3} \right) \quad (35.9)$$

U meteorologiji se obično apsolutna vlažnost ne određuje prema gustini pare, nego prema pritisku, izraženom u milimetrima

živinog stuba, tj. $f=p$ (mm Hg). Pokazaćemo da se brojne vrednosti ovih veličina, na temperaturama bliskim sobnoj temperaturi, malo razlikuju (vidi tablicu 35.1).

Prema jednačini idealnog gasa $p = \rho RT/M$ [vidi (26.18)] za vodenu paru je $M = 18 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$. Ako se pritisak izrazi u milimetrima živinog stuba ($1 \text{ mm Hg} = 133,3 \text{ Pa}$, vidi §26.2), a gustina u grama po 1 m^3 ($1 \frac{\text{g}}{\text{m}^3} = 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$), tada jednačina gasnog stanja za paru dobija oblik

$$133,3 p = 0,463 \rho T,$$

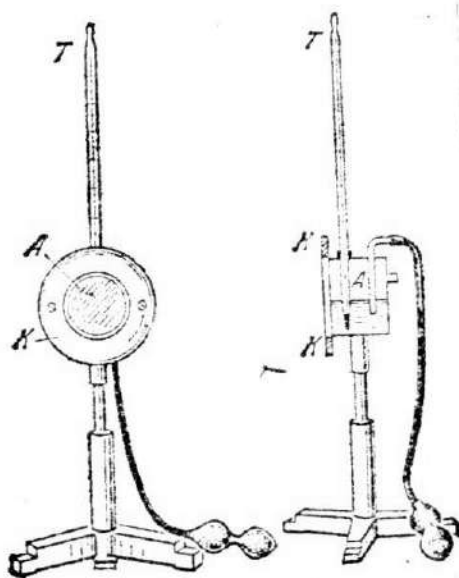
odakle je

$$p(\text{mm Hg}) = \rho T / 288 \left(\frac{\text{g}}{\text{m}^3} \right).$$

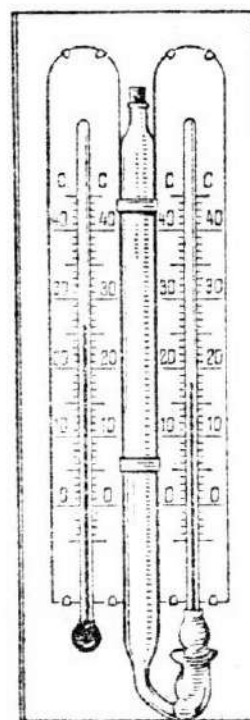
A kako je sobna temperatura $T = 300 \text{ K}$, to je

$$p(\text{mm Hg}) \approx \rho \left(\frac{\text{g}}{\text{m}^3} \right).$$

2. Apsolutna vlažnost se može odrediti pomoću tačke rose. Tako se zove temperatura pri kojoj para u vazduhu postaje zasićena. Tako iz tablice 35.1 sledi da, pri apsolutnoj vlažnosti od $5,60 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$, para postaje zasićena na 2°C i tada pada rosa.



S1.35.9



S1.35.10.

Tačka rose se određuje pomoću higrometra (od grčke reči hydros - vlažan). Lamberov higrometar je predstavljen (šematski) na slici 35.9. U sud A se naliže etar i kroz njega se prođuvava vazduh. Pri intenzivnom isparavanju etra, njegova temperatura se snižava, kada ona bude jednaka tački rose, zidovi suda se zamagljuju. Prsten K je odvojen od suda šajbnom, koja je napravljena od lošeg toplotnog provodnika, tako da se prsten K ne hladi. Kontrast između sjajnog prstena i zamagljenog suda olakšava registraciju momenta zamagljivanja. Tačka rose se određuje pomoću temperatura T, čiji je rezervoar sa živom stavljen u etar.

3. Uvedeni pojam apsolutne vlažnosti je nedovoljan, jer nas često interesuje ne samo apsolutni sadržaj vlage u vazduhu, nego i u kom stepenu je ova vlažnost bliska zasićenosti. Zbog toga se uvodi pojam relativne vlažnosti B. Relativna vlažnost je odnos apsolutne vlažnosti i gustine (u meteorologiji - i pritiska) zasićene pare pri datoj temperaturi:

$$B = \frac{f}{p_{zas}} \approx \frac{f}{p_{zas}} \quad (35.10)$$

Izmerivši pomoću higrometra tačku rose i znajući temperaturu vazduha, može se pomoću tablice 35.1 odrediti relativna vlažnost. Naprimjer, ako je tačka rose 8°C , a temperatura vazduha 19°C , tada je relativna vlažnost

$$B = \frac{8,3}{16,3} \approx \frac{8,05}{16,48} \approx 50\%$$

Međutim, obično se relativna vlažnost određuje drugim uređajima - higrometrom sa dlakom, sa opnom ili poluprovodničkim higrometrom, a takodje i pomoću psihrometra. Psihrometar je uređaj, koji se sastoji od dva termometra, rezervoar jednog termometra je

obavijen batistom, čiji se jedan kraj stavi u destilovanu vodu (sl.35.10). Suvi termometar meri temperaturu vazduha, a vlažan - temperaturu vode pri isparavanju. Već smo govorili da se temperatura vode pri isparavanju snižava (vidi § 35.1). Jasno je da je isparavanje vode sa vlažnog batista intenzivnije ako je manja relativna vlažnost vazduha, a da je tada temperatura batista niža. Obrnuto, ako vazduh sadrži veću količinu pare, tada će isparavanje vode sa batista ići sporije i on će se slabo hladiti. Tako će razlika temperatura suvog i vlažnog termometra (takozvana psihrometerska razlika) zavistiti od relativne vlažnosti vazduha. Pomoću specijalnih tablica se tada može lako odrediti vlažnost vazduha po psihrometerskoj razlici.

GLAVA 36

FAZNI PRELAZI

§ 36.1. Promena agregatnog stanja

1. Ogledom je utvrđeno da se čvrsta tela pri zagrevanju tope, a zatim isparavaju, hladjenje tela dovodi do obrnutog procesa. Mogući su slučajevi kada se pri povišavanju temperature kristal ne topi, nego odmah isparava (sublimira). Pokazano je ovde ne igra važnu ulogu samo temperatura, nego i veličina pritiska na površini tela.

Prelaze supstance iz jednog u drugo agregatno stanje prati promena vrste pakovanja čestica (dalji poredak, bliži poredak, ili potpuna neuredjenost). Ovakvi prelazi se zovu fazni prelazi prve vrste.

2. Kako je pokazao akademik L.D.Landau, postoje i fazni prelazi druge vrste. Pri tim prelazima se menjaju neke osobine supstance, ali se karakter pakovanja ne menja, što se utvrđuje rendgenskom analizom. Neki fazni prelazi druge vrste, biće razmatrani pri izučavanju magnetnih osobina supstance (vidi gl. 42).

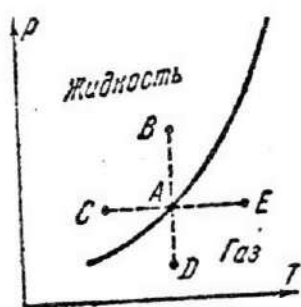
§ 36.2. Dijagram prelaza tečnost-gas

1. Razmotrimo detaljnije grafik funkcije (35.8), koja daje zavisnost izmedju pritiska zasićene pare i temperature (sl.36.1). Tačka A, koja se nalazi na grafiku, odgovara dvofaznom stanju - zasićenoj pari i tečnosti za koje je postignuto stanje dinamičke

ravnoteže. Objasnićemo kakva stanja odgovaraju tačkama B, C, D i E, koje se nalaze van dijagrama.

2. Prelaz iz A u B nastaje pri izotermnom povećavanju pritiska. Ali, mi smo već objasnili (§35.4) da pri izotermnom sabijanju, zasićena para prelazi u tečnost. Sledi da tački B odgo-

vara tečno stanje, koje je sabijen do pritiska većeg od pritiska zasićene pare na datoj temperaturi. Lako se možemo uveriti da tački C odgovara tečno stanje sa temperaturom koja je niža od temperature zasićene pare pri datom pritisku.



Sl.36.1

Dakle, tačkama iznad krive odgovara tačno stanja supstance.

3. Prelaz iz stanja A u D se vrši izotermnim smanjenjem pritiska. Kako je pokazano u §35.4, izotermno širenje zasićene pare dovodi do isparavanja tečnosti, a zatim do pretvaranja zasićene pare u nezasićenu, tj. u gasno stanje. Tačka D odgovara stanju gasa kod koga je pritisak manji od pritiska zasićene pare na datoj temperaturi.

Isto se tako lako možemo uveriti da je u tački E gasno stanje supstance sa temperaturom višom od temperature zasićene pare na datom pritisku, tj. pregrejana para.

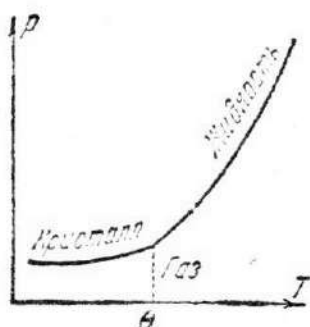
Dakle, tačke ispod krive predstavljaju gasno stanje supstance.

§36.3. Dijagram prelaza kristal-gas

1. Pritisak zasićene pare pri sublimaciji iznad kristala, takodje, se može izraziti istom jednačinom (35.8) kao i za pritisak pare iznad tečnosti, ako se energija isparavanja u_0 zameni energijom sublimacije ϵ_0 , a konstanta A - novom konstantom B, karaktere-

rističnom za supstancu. Dobićemo istu krivu kao na slici 36.1, ali sa drugim nagibom. Može se videti da se u nekoj tački, koja odgovara temperaturi θ , krive međusobno seku (sl.36.2).

2. Pri povišenju temperature, kristal prelazi u gas. Pri povećavanju pritiska - gas prelazi u kristal, jer je pakovanje čestica u kristalima gušće nego kod gasova.



Sl.36.2

Zaključujemo da je dijagram faznog prelaza kristal-gas potpuno analogan dijagramu prelaza tečnost-gas. I ovde tačke ispod i desno od krive (manji pritisak i viša temperatura) predstavljaju gasno stanje supstance, tačke levo i iznad krive (veliki pritisak i niže temperature) odgovaraju kristalnom stanju.

§ 36.4. Dijagram prelaza kristal-tečnost

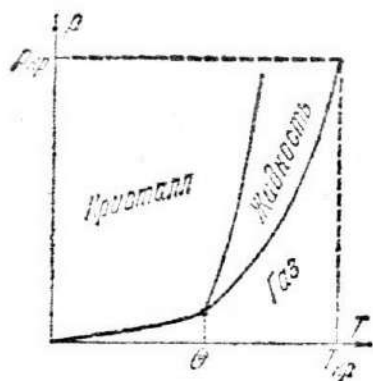
1. Dva razmotrena slučaja - prelazi supstance iz gasnog u tečno ili kristalno stanje i obrnuto - imaju mnogo zajedničkih osobina. U oba slučaja povišenje temperature dovodi do prelaza u gasno stanje, jer povišenje temperature dovodi do neuredjenog kretanja molekula, karakterističnog za gas.

Isto tako, povećanje pritiska dovodi do stanja sa gušćim rasporedom čestica - tečno ili kristalno, jer se pri povećavanju pritiska molekuli međusobno približavanju usled čega se javljaju privlačne sile koje doprinose formiranju nekog poredka pakovanja - bližeg, pri visokoj temperaturi i daljeg - pri nižoj. Usled toga su dijagrami ovih prelaza vrlo slični (sl.36.2). Krive, koje dele oblasti sa raznim agregatnim stanjima nagnute su prema apscisnoj osi pod oštrim uglom.

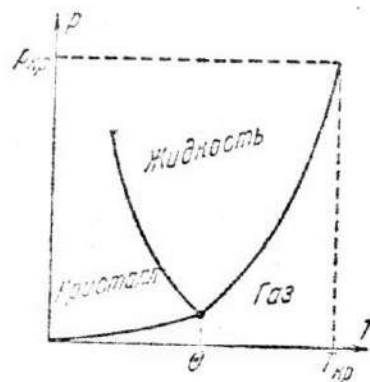
2. Nešto je složeniji dijagram faznog prelaza tečnost - kristal.

Povišenje temperature i ovde dovodi do prelaza od uredjenog ka manje uredjenom stanju - tj. od kristala ka tečnosti. Zbog toga se oblast tečnog stanja nalazi desno od kristalnog stanja. Što se tiče uticaja pritiska na ove prelaze, možemo izdvojiti dva slučaja.

3. Kod većeg broja supstanci su čestice u kristalnom stanju gušće pakovane nego u tečnom. Sledi da pri povećavanju pritiska ove supstance prelaze od "rastresitijeg" pakovanja čestica u tečnom stanju ka gušćem pakovanju, karakterističnom za kristalna stanja. To znači da će se, u ovom slučaju, tečna stanja nalaziti desno i ispod krive faznog prelaza (više temperature i manji pritisci), a kristalno stanje će se nalaziti levo i iznad krive (niže temperature i veliki pritisci). Dijagram stanja i faznih prelaza takve supstance dat je na slici 36.3.



Sl.36.3



Sl.36.4

4. Međutim, postoje i supstance kod kojih je kristalna struktura "rastresitija" od strukture tečnog stanja. Kod tih supstanci je gustina kristalnog stanja manja od gustine iste supstance u tečnom stanju.

Kao primer može poslužiti voda, a takodje i neki metali (bizmut, sivo sirovo gvoždje). Povećanje pritiska dovodi do zgušnjavanja molekulskog pakovanja, a samim tim i do topljenja tih supstanci. Do istog rezultata dovodi i povišena temperatura. U ovom slučaju,

tačke iznad i desno od krive faznog prelaza (viša temperatura i veliki pritisci) predstavljaju tečno stanje, a levo i ispod krive (niske temperature i mali pritisci) - kristalno stanje.

Dijagram stanja i faznih prelaza takve supstance predstavljen je na slici 36.4. Ovde je kriva topljenja nagnuta pod tupim uglom u odnosu na apscisnu osu.

§ 36.5. Dijagram prelaza kristal-kristal

1. Svaka supstanca ima samo jedno tečno i samo jedno gasno stanje, dok kristalnih stanja može imati nekoliko. To se javlja zbog toga što je u ova tri agregatna stanja stepen uredjenosti molekula različit.

Gasnom stanju odgovara savršena neuredjenost molekula. Takvom rasporedu molekula (ili atoma) odgovara vrlo veliki broj mogućih pregrupisavanja molekula u prostoru. Medjutim, fizičke osobine gasa se ne menjaju pri tim pregrupisavanjima. Zbog toga - to je uvek jedno isto gasno stanje.

Za tečno stanje je karakterističan bliži poredak molekulskog pakovanja (glava 34). I ovde prostorno pregrupisavanje ne utiče na fizičke osobine supstance. Zbog toga supstance imaju samo jedno tečno stanje.

Sasvim je druga situacija sa kristalnim stanjem supstance. Ovde su sasvim mogući različiti načini prostornog pakovanja čestica koji se međusobno razlikuju svojim osobinama. Takvi primeri su detaljno razmatrani u glavi 33.

3. Jedan ili drugi poredak pakovanja čestica u kristalnoj rešetki odredjen je uslovima, pri kojima dolazi do kristalizacije, a posebno na ovo utiče temperatura supstance i spoljašnji pritisak.

Pri promeni tih uslova menja se i karakter pakovanja čestica.

Dakle, procesi prekrystalizacije supstance, tj. procesi preuredjivanja kristalne rešetke pri promeni spoljašnjih uslova su takodje primeri faznih prelaza prve vrste i oni se mogu predstaviti pomoću dijagrama stanja.

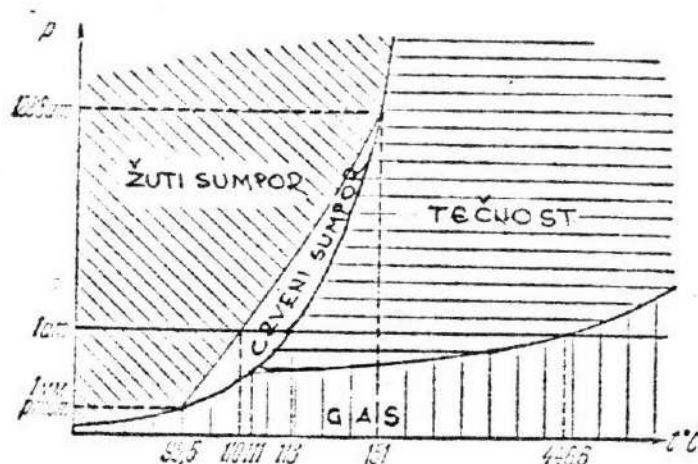
3. Razmotrimo, kao primer, sumpor. Pri pritisku od 1 mm Hg i temperaturi od $95,5^{\circ}\text{C}$ izdvajaju se iz sumporne pare kako crveni, tako i žuti kristali. Pri manjim pritiscima i nižim temperaturama - samo žuti kristali, a pri većim pritiscima i temperaturama - samo crveni.

Analogna slika se dobija pri kristalizaciji rastopa. Pri temperaturi od 151°C i pritisku od 1288 at iz rastopa se istovremeno izdvajaju kristali obe vrste, pri pritisku većem od 1288 at - samo žuti, a pri manjem pritisku - samo crveni kristali. Dijagram stanja, i faznih prelaza predstavljen je na slici 36.5. Primetimo da razmera na koordinatnim osama nije ista na svim delovima osa, usled velikog intervala pritisaka i temperatura.

§ 36.6. Trajna tačka

1. Na svim dijagramima stanja postoje karakteristične tačke u kojima se seku tri grafika, koji odgovaraju faznim prelazima. Na slikama 36.3 i 36.4 su to tačke Θ u kojima se seku krive, koje odgovaraju prelazima gas-tečnost, gas-kristal i tečnost-kristal, tj. procesima ključanja, sublimacije i topljenja. Na slici 36.5 je to tačka $\Theta_1 = 95,5^{\circ}\text{C}$, koja odgovara prelazima: gas-kristal I, gas-kristal II i kristal I-kristal-II, tačka $\Theta_2 = 151^{\circ}\text{C}$, odgovara prelazima: kristal I-kristal II, kristal I-tečnost i kristal II - tečnost, tačka $\Theta_3 = 111^{\circ}\text{C}$ odgovara prelazima: gas-kristal II, gas-tečnost i tečnost-kristal II. Pri tim temperaturama i tačno određenim pritiscima za svaku temperaturu moguće je ostvariti trofazno stanje, naprimer - gas, tečnost i kristal.

Tačka na dijagramu koja odgovara uslovima pri kojima se mogu ostvariti tri faze (tri različita agregatna stanja supstance) zove se trojna tačka.



S1.36.5

2. Kako je trojna tačka potpuno odredjena konstanta za datu supstancu to ona može da posluži kao etalon za definiciju temperaturske skale. U Međunarodnom sistemu jedinica SI trojna tačka vode je uzeta kao reporna tačka za izgradnju apsolutne skale temperature. Naime, trojnoj tački vode se pripisuje temperatura od tačno 273,16 K.

Odavde sledi definicija jedinice za merenje apsolutne temperature u Međunarodnom sistemu jedinica (vidi 26.7): kelvin je $\frac{1}{273,16}$ od termodinamičke temperature trojne tačke vode.

§ 36.7. Promena unutrašnje energije pri faznim prelazima prve vrste

1. Fazni prelazi prve vrste vrše se pri promeni unutrašnje energije sistema čestica, od kojih se telo sastoji. Sa te tačke gledišta ćemo razmatrati procese: topljenje i isparavanje.

U kristalu čestice osciluju oko ravnotežnih položaja, a rastojanjima medju ovim položajima odgovaraju minimalne energije interakcija pri datoj temperaturi supstance. Pri topljenju se prostorna rešetka razgrađuje i dalji poredak pakovanja čestica prelazi u bliži. Obično u tom slučaju dolazi do "rastresitijeg" pakovanja, kod koga je povećano rastojanje izmedju čestica usled čega se povećava energija interakcije medju česticama. Ako je, pak, struktura čestica u tečnosti kompaktnija nego u kristalu (kao kod vode), onda se rastojanje izmedju molekula smanjuje, što takodje dovodi do povećanja unutrašnje energije.

Dakle, pri topljenju kristala dolazi do povećavanja unutrašnje energije usled povećanja energije interakcije izmedju čestica. Jasno je da pri tom procesu treba telu dodavati energiju, takozvanu toplotu topljenja.

2. Analognim rasudjivanjem čitalac se samostalno može uveriti da se i pri procesima sublimacije i isparavanja, takodje, povećava unutrašnja energija sistema. Za ovo je neophodno uzeti u obzir uslov, koji je formulisan u § 31.5, da se energija interakcija u gasovima smatra jednaka nulom, a da je pri gustom pakovanju čestica ona negativna. Dakle, pri sublimaciji kristala i pri isparavanju tečnosti potrebno je telu dovoditi neku energiju - toplotu faznog prelaza (toplotu sublimacije i toplotu isparavanja).

Pri faznim prelazima se menja energija svakog molekula. Ukoliko se telo sastoji od većeg broja molekula, utoliko je potrebno veću energiju utrošiti za fazni prelaz. Ako promenu energije jednog molekula označimo sa $\mathcal{E}_0$, a broj molekula sa N , onda je

$$Q = \mathcal{E}_0 N \quad (36.1)$$

Ako pomnožimo i podelimo desnu stranu jednačine sa masom jednog molekula m_0 , dobijamo

$$Q = \frac{\mathcal{E}_0}{m_0} m_0 N = \lambda_m \quad (36.2)$$

Ovde je Q - toplota faznog prelaza, $m=m_0N$ - masa supstance,
 $\lambda = \frac{Q}{m_0}$ - specifična toplota faznog prelaza.

3. Rastojanje između čestica se pri topljenju supstance malo menjaju u poredjenju sa rastojanjima između njih u kristalu. Pri isparavanju i sublimaciji rastojanje između molekula postaje oko 10 puta veće nego u tečnom ili čvrstom stanju. Odavde sledi da specifična toplota isparavanja mora biti dosta veća od toplote topljenja. Tako je, na primer, za led pri normalnom atmosferskom pritisku specifična toplota topljenja $\lambda_{\text{topl}} = 80 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$ $= 3,35 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$, a specifična toplota isparavanja je, pri istom pritisku,

$$\lambda_{\text{isp}} = 539 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} = 2,26 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}.$$

Iz zakona održanja energije sledi da se pri obrnutom procesu (kondenzaciji pare u tečno ili kristalno stanje ili pri kristalizaciji tečnosti) unutrašnja energija smanjuje, a da se toplota faznog prelaza oslobodja. Taj zaključak je eksperimentalno potvrđen.

Telo može dobiti potrebnu toplotu za fazni prelaz izmennom toplote sa okolinom. U tom slučaju se fazni prelaz vrši pri konstantnoj temperaturi, koja zavisi od spoljašnjeg pritiska. Temperatura faznog prelaza se može odrediti pomoću dijagrama stanja. Tako se iz slike 36.5 vidi da se sumpor, pri normalnom atmosferskom pritisku, topi na 113°C , a da ključa na $446,6^\circ\text{C}$.

4. Iz datih grafika se može zaključiti da se sa porastom pritiska povišava temperatura ključanja tečnosti i sublimacije kristala, jer uvek iz uslova $p_2 > p_1$ - sledi $T_2 > T_1$. Sto se tiče tačke topljenja, ona se povišava pri povećavanju pritiska samo kod onih tela kod kojih je kompaktnija struktura čestica u kristalnom stanju, nego u tečnom (vidi sl. 36.3).

Tela tipa leda, kod kojih je struktura u kristalnom stanju "rastresitija" nego u tečnom, ponašaju se drugačije.

Ovde se sa povećavanjem pritiska tačka topljenja snižava, a iz uslova $p_2 > p_1$, sledi $T_2 < T_1$ (vidi sliku 36.4).

5. Ako je dovodjenje energije toplotnom razmenom sa okolnim telima nedovoljno, onda se fazni prelaz može vršiti samo na račun sopstvene unutrašnje energije. U tom slučaju se menja temperatura tela.

Takav je proces moguć, naprimer, pri čuvanju tečnih gasova u Djuarovom sudu. Ovde je izmena toplote sa okolnim telima svedena na minimum (§ 21.5). Tečnost intenzivno isparava, usled čega se ona hladi. Zbog toga se Djuarov sud sa tečnim gasom ne sme začepiti. Ako je sud začepljen, onda se prekida isparavanje i, samim tim, dolazi do zagrevanja tečnosti do temperature okolne sredine. A pošto je ta temperatura iznad kritične, to će tečnost odmah preći u gasno stanje što dovodi do eksplozije.

Zahvaljujući intenzivnoj sublimaciji može se pri atmosferskom pritisku čuvati i ugljendioksid u čvrstom stanju - suvi led. Njegova je temperatura -75°C , iako je temperatura okolne sredine znatno viša.

§ 36.8. Metastabilna stanja

1. Ne treba misliti da će telo odmah preći u novo agregatno stanje čim se, prema dijagramu stanja, postignu određeni pritisak i temperatura. Samo se dva fazna prelaza ostvaruju bez zastoja (trenutno) čim se promeni temperatura ili pritisak - to je sublimacija i topljenje kristala. Svi ostali fazni prelazi često kasne. Iako temperatura i pritisak odgovaraju novom agregatnom stanju, fazni prelaz može i da se ne izvede.

Ako se telo nalazi u agregatnom stanju koje, prema faznom dijagramu, ne odgovara njegovoj temperaturi i pritisku, onda kažemo da se ono nalazi u metastabilnom stanju.

Jedan primer metastabilnog stanja bio je razmatran u 34.6. To je amorfno stanje supstance, koje, ustvari, predstavlja prehladjenu tečnost. Takodje je moguće i stanje pregrejane tečnosti, prehladjene pare a postoje i neki tipovi kristalne rešetke koji su, pri nekim uslovima, stabilniji u drugom obliku kristalnog pakovanja.

2. Razmotrimo malo detaljnije poslednji proces. Preuredjivanje kristalne rešetke, pri izmenjenim spoljašnjim uslovima, vrši se u prisustvu jakih veza između čestica, koje su gusto pakovane u prostornoj rešetki. Molekulima je "tesno" i vrlo teško dolazi do njihovog pregrupisavanja u novu kristalnu rešetku, kojoj više odgovaraju izmenjeni uslovi. Zbog toga prelaz iz jednog kristalnog stanja u drugo, po pravilu, kasni. Tako, ako se žuti sumpor pri normalnom atmosferskom pritisku zagreje do 110°C , on, prema faznom dijagramu (vidi sliku 36.5) treba da predje u crveni sumpor. Međutim, to se ne dešava, nego pri daljem zagrevanju na 113°C , sumpor se topi. Pri hladjenju rastopljenog sumpora ispod 113°C , on obrazuje crvene kristale, a pri daljem hladjenju ispod 110°C , sve do sobne temperature ovi kristali ostaju duže vreme crveni. Potrebno je nekoliko dana da ovi kristali predju u žuti prah.

3. Proces prekrystalizacije se naglo ubrzava ako se među crvene kristale, u metastabilnom stanju, stavi manji žuti kristal. Pokazuje se da je u tom slučaju česticama mnogo lakše da se pakuju na gotove ivice kristalne rešetke, koja je stabilna pri novim uslovima.

U procesu izgradnje nove kristalne rešetke iz metastabilnog stanja bitnu ulogu igraju fluktuacije. Upravo fluktuacije obrazuju mikroskopske klice stabilne kristalne strukture oko kojih se nastavlja rast novog kristala.

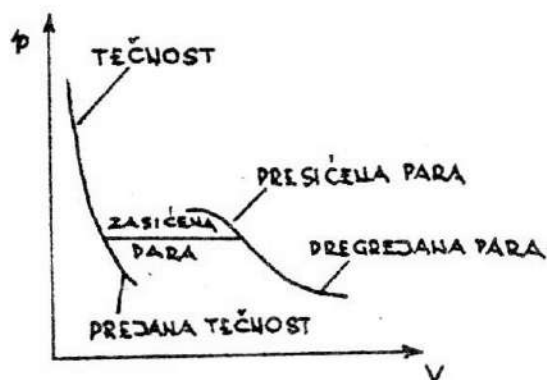
Pošto se mikroskopske klice javljaju istovremeno u raznim tačkama i pošto su orijentisane u različitim pravcima, to je verovatnija pojava polikristala od monokristala.

4. Prisustvo klica, koje služe kao centri kristalizacije, olakšava prelaz prehladjene pare u kristalno stanje. Tako se rastopljeni hiposulfit može pažljivo ohladiti do sobne temperature i u takvom, prehladjenom, stanju može da se održi dani. Ali, dovoljno je ubaciti sasvim mali kristal i tečnost se, skoro trenutno, kristališe. Napomenimo da se pri tome temperatura hiposulfita povišava usled oslobađanja toplote topljenja.

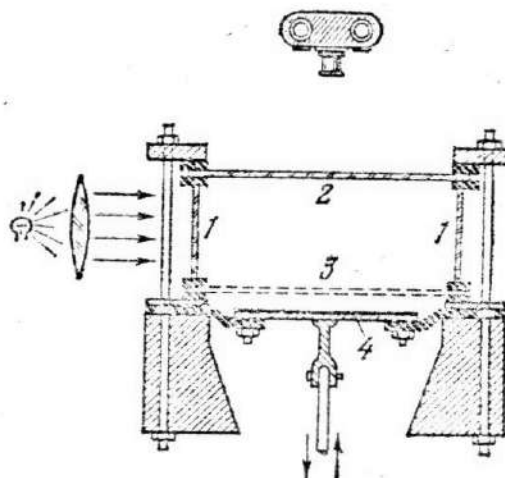
Što se tiče pregrevane tečnosti i prehladjene pare, o njima ćemo govoriti u sledećim paragrafima.

§ 36.9. Kondenzacija. Presićena para

1. Ako se pri konstantnom pritisku snizi temperatura pare ispod tačke rose, trebalo bi da se obrazuje dvofazna smeša tečnost - zasićena para. Međutim, ogled pokazuje da je formi-

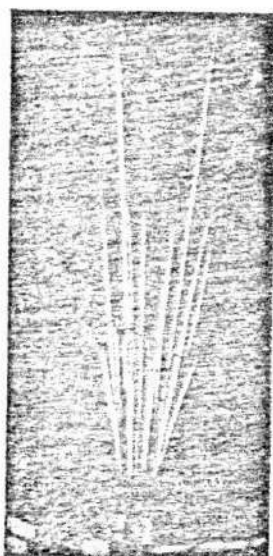


Sl.36.6



Sl.36.7

ranje kapi tečnosti moguće samo u slučaju ako u gasu postoje centri kondenzacije - prašina, joni, šiljci na površinama čvrstih tela i sl. Ako pak nema centara kondenzacije, neće se formirati kapi tečnosti i pojavljuje se metastabilno stanje - presićena (prehladjena) para.



Sl.36.8



Sl.36.9

Presićena para se može dobiti i izotermnim sabijanjem pare do pritiska, koji je veći od pritiska zasićene pare na datoj temperaturi. Grafik zavisnosti pritiska presićene pare od njegove zapremine pokazan je na slici 36.6

2. Sposobnost jona da budu centri kondenzacije koristi se u Vilsonovoj komori (sl. 36.7). Vilsonova komora se sastoji od staklenog suda 1, koji je odozgo pokriven staklom 2. U donjem delu suda, na rešetki 3, nalazi se sloj crnog vlažnog somota ili suknja pa se iznad njega obrazuje zasićena para. Pri brzom spuštanju klipa 4, vrši se adijabatsko širenje gasa usled čega dolazi do snižavanja temperature, a para u komori postaje prehladjena (presićena).

Naelektrisane čestice nastale pri radioaktivnom raspadu, naprimer α - ili β - čestice, pri prolezu kroz gas obrazuju na svom putu niz jona. Na ovim jonima, kao na centrima kondenzacije, obrazuju se kapi tečnosti. Na taj način čestice za sobom ostavljaju trag, koji se dobro može videti, a može se i fotografisati. Na slici 36.8 su pokazani tragovi α - čestica (kratki i debeli); na slici 36.9 - tragovi β - čestica (isprekidani i dugački).

§ 36.10. Ključanje. Pregrejana tečnost

1. Isparavanje tečnosti se vrši sa njene površine, na svim temperaturama. Ukoliko je temperatura viša, utoliko je isparavanje brže.

Ključanjem se naziva proces naglog isparavanja, ne samo sa površine tečnosti, nego po celoj zapremini. Da bi došlo do ovog procesa, tečnost se mora zagrejati do dovoljno visoke temperature. Pri ključanju važnu ulogu igraju mehurići gasa u tečnosti. Takvi mehurići se obrazuju na granici između tečnosti i zida suda. Mehurići su napunjeni zasićenom parom.

Pri povišenju temperature tečnosti, pritisak pare u mehurićima se povećava, a povećava se i njihova zapremina. Na njih deluje sila naviše, prema Arhimedovom zakonu i povećava se sa povećavanjem njihove zapremine. Pri odredjenim uslovima ova sila postaje veća od sile adhezije između mehurića i zida suda. U tom slučaju se mehurić odvajaju od zida, ispliva, prska i izbacuje paru.

2. Pritisak zasićene pare p_{zas} u mehuriću na površini tečnosti jednak je zbiru spoljašnjeg pritiska na tečnost p_{spolj} i pritiska ispod zakrivljene površine:

$$p_{zas} = p_{spolj} + \frac{2\sigma}{r}, \quad (36.3)$$

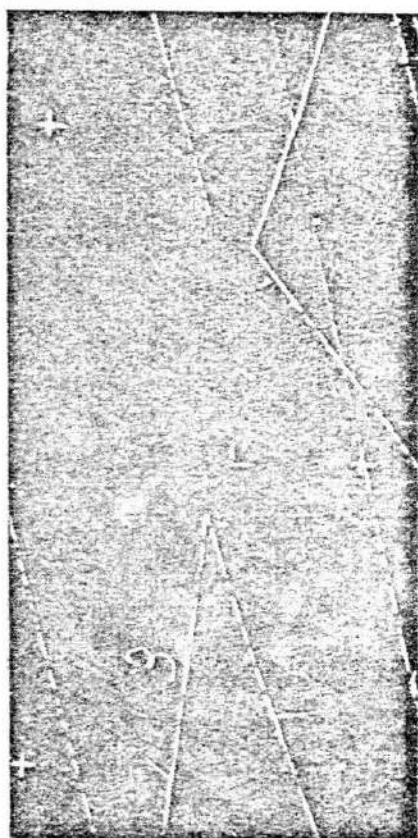
gde je r - poluprečnik mehurića, a σ - koeficijent površinskog napona (34.8). Ako mehurić ima dimenzije od oko nekoliko milimetara i više, onda se drugi sabirak u izrazu (36.3) može zanemariti. Napr. za vodu na temperaturi od 100°C je $\sigma = 58,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$ i ako je $r=1 \text{ mm}$, tada je $\frac{2\sigma}{r} = 118 \text{ Pa}$, dok je normalni atmosferski pritisak $1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, tj. oko 1000 puta veći. To znači da je za dovoljno velike mehure, uslov da ispliva na površinu tečnosti i da se raspukne:

$$P_{zas} \geq P_{spolj}$$

(36.4)

To je, istovremeno i uslov za ključanje.

Dakle, ključanje tečnosti je moguće samo u slučaju da se u njoj formiraju dovoljno veliki mehurići (za vodu - reda veličine milimetra). Ključanje tečnosti počinje kada je pritisak zasićene pare jednak spoljašnjem pritisku iznad površine tečnosti.



Sl.36.10

Kako smo već zaključili, pritisak zasićene pare je određen samo temperaturom tečnosti. Iz uslova (36.4) sledi da tačka ključanja zavisi od spoljašnjeg pritiska - sa povećavanjem spoljašnjeg pritiska, povišava se i tačka ključanja. Tačka ključanja vode pri raznim pritiscima data je u tablici 35.1.

3. Ako u tečnosti nema mehurića koji bi doveli do ključanja, onda se ona može pregrijati, a da ne dodje do ključanja. Stanje, koje pri tome nastaje, zove se pregrejana tečnost.

Pregrejana tečnost se može dobiti i pri smanjivanju spoljašnjeg pritiska sve dok on ne bude manji od pritiska zasićene pare na datoj temperaturi. Grafik zavisnosti pritiska pregrejane tečnosti od njene zapremine dat je na slici 36.6.

4. Pregrejana tečnost se koristi u mehurastim komorama u kojima se tragovi relativističkih naelektrisanih čestica mogu učiniti vidljivim. Takve čestice, pri prolasku kroz gasove formiraju vrlo mali broj jona i njihovi tragovi nisu vidljivi u Vilsonovoj komori. U tečnostima, gde su molekuli gusto pakovani,

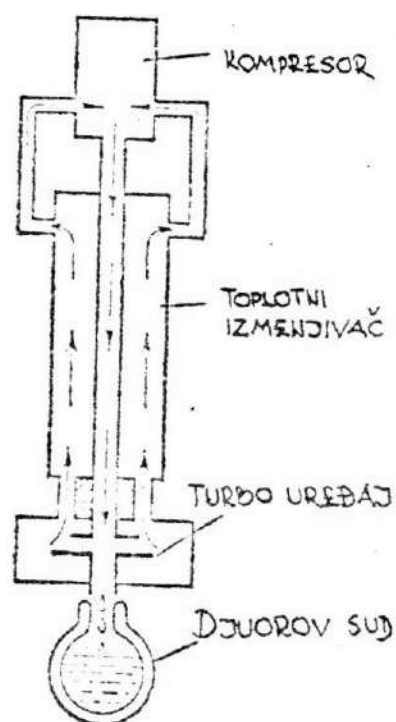
ove brze čestice formiraju znatno veći broj jona na jedinici dužine puta, zbog čega se njihov trag može registrovati.

Princip rada mehuraste komore sličan je principu rada Vilsonove komore. Relativistička čestica, prolazeći kroz zarezanu tečnost, formira na svom putu niz jona. Ako se iznad tečnosti pritisak naglo smanji, tečnost prelazi u pregreano stanje. Stvoreni joni služe kao centri za ključanje. Mehurići, koji se obrazuju oko jona, čine vidljiv trag ispitivane čestice. Taj trag se fotografiše (sl.36.10). U mehurastim komorama se kao radna tečnost obično koriste tečni gasovi: vodonik, propan ili ksenon.

§ 36.11. Kondenzovanje gasova

1. Da bi se gas preveo u tečno stanje, njegova temperatura mora biti ispod kritične. Gasovi, kao što su napr. hlor ($t_{kt} = 144^{\circ}\text{C}$), amonijak ($t_{kt} = 132,4^{\circ}\text{C}$), ugljendioksid ($t_{kt} = 31,1^{\circ}\text{C}$), ksenon ($t_{kr} = 16,7^{\circ}\text{C}$) i neki drugi čija je kritična temperatura blizu sobne temperature, mogu se dosta jednostavno prevesti u tečno stanje. Najpre se njihova temperatura snizi ispod kritične, a za-

tim im se izotermiski smanji zapremina. Mnogo je teže dobiti tečni kiseonik ($t_{kr} = 118,8^{\circ}\text{C}$), azot ($t_{kr} = -147,1^{\circ}\text{C}$), vodonik ($t_{kr} = -239,9^{\circ}\text{C}$), a posebno tečni helijum ($t_{kr} = -267,9^{\circ}\text{C}$). Za ovo su potrebni specijalni uređaji za dobijanje vrlo niskih temperatura, bliskih apsolutnoj nuli.



Sl.36.11

Postoji više metoda za kondenzovanje gasova. Zadržimo se na metodi kod koje se vrši hladjenje gasova pri kome gasovi vrše koristan rad pri adijabatskom širenju. Mašine za hladjenje koje

rade na tom principu zovu se detanderi. Akademik P.L.Kapica je razradio proizvodni turbodetander - minijaturnu turbinu čiji rotor dovodi do kruženja prethodno sabijenog gasa.

2. Razmotrimo princip rada uređaja za kondenzovanje gasova. On se sastoji od kompresora, toplotnog rezervoara u kome dolazi do izmene toplote i detandera (sl.36.11).

Kompresor je mašina sa klipom, koja sabija gas. Višak toplote, koji se oslobadja pri sabijanju gasa, odvodi se pomoću vodenog sistema za hladjenje. Sabijeni gas struji kroz unutrašnju cev, oko koje postoji cev većeg prečnika. Kroz spoljašnju cev teče u suprotnom smeru rashladjeni gas. Pošto prodje kroz toplotni rezervoar, i pošto se ohladi, sabijeni gas prolazi kroz Lavalov mlaznik i pada na lopatice rotora turbine, dovodeći je do rotacije. Pri adijabatskom širenju gas vrši rad na račun svoje unutrašnje energije. Pri tome se temperatura toliko snizi da se deo gasa kondenzuje i pada u Djuarov sud. Drugi deo ohladjenog gasa, koji se nije kondenzovao, ide u toplotni rezervoar gde hladi novu porciju sabijenog gasa, a zatim ulazi u kompresor i ponovo se sabija.

3. Razvoj metoda za dobijanje tečnih gasova i, u vezi s tim, za dobijanje niskih temperatura, doveo je do razvoja kriogene tehnike. Kondenzovanje gasova ima široku primenu, kako pri fizičkim istraživanjima gde su neophodne niske temperature, tako i u tehnici. Tako, pri isparavanju tečnog vazduha najpre ispari azot, a ostaje čisti kiseonik. Danas je to najjevtiniji metod za dobijanje kiseonika koji se koristi u medicini, za autogeno zavarivanje, za ubrzavanje procesa u visokim pećima i za topljenje čelika. Tečni kiseonik pomešan sa organskim zapaljivim supstancama (vata, pamuk, iverje) obrazuje eksplozivne mase, koje se primenjuju u rudarskoj industriji. Prednost ovih eksploziva se sastoji u tome što ako, slučajno, ne dodje do eksplozije, tada kiseonik posle izvesnog vremena ispari, a eksplozivna smeša postaje bezopasna.

DEO PETI
ELEKTRODINAMIKA

GLAVA 37

POLJE NEPOKRETNIH NAELEKTRISANJA U VAKUMU

§37.1 Linije sile

1. U glavama 10 i 18 je razmatrano uzajamno dejstvo tačkastih naelektrisanja i dipola u vakuumu. Radi sigurnosti ponovo napišimo osnovne relacije i označimo njihov smisao.

Polje nepokretnih naelektrisanja - elektrostatično polje - karakteriše se sa dve fizičke veličine: jačinom E i potencijalom φ . Na osnovu odredjivanja vektor jačine je

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad (37.1)$$

gde je q - probno naelektrisanje, $\vec{F}$ - sila, koja dejstvuje na probno naelektrisanje u datoj tački polja (vidi § 10.5). Potencijal je

$$\varphi = \frac{U}{q}, \quad (37.2)$$

gde je U - potencijalna energija probnog naelektrisanja u datoj tački polja (vidi § 18.7).

2. Ako polje stvara tačkasto naelektrisanje Q , onda je jačina (vidi § 10.6)

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (37.3)$$

i potencijal (vidi § 18.8)

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (37.4)$$

3. Vrlo očigledna slika električnog polja može se dobiti metodom linija sile, koji je predložio Faradej.

Linija sile (linijom jačine) naziva se neka linija (prava ili kriva), tangenta koja u svakoj tački se poklapa sa smerom vektora jačine polja. Liniji sile se pripisuje određeni smer, koji se poklapa sa smerom vektora jačine polja.

Ako se kao izvor jačine polja javlja tačkasto pozitivno naelektrisanje, onda je vektor jačine usmeren duž radius-vektora, ako za izvor polja imamo negativno naelektrisanje, onda je vektor jačine polja usmeren na suprotnu stranu (sl. 10.7).

Iz ovog sleduje, da linije sile počinju od pozitivnih naelektrisanja a završavaju se na negativnim.

4. Ne treba pripisivati linijama sile veći smisao, nego što je prosta očigledna slika polja. Nije moguće (ne treba) uzeti da se polje "sastoji" od linija sile (kao što se četka sastoji od dlaka), - u suštini kroz bilo koju tačku polja može se povući linija sile, pošto je linija sile bezbroj mnogo.

Ne treba izjednačiti linije sile sa trajektorijama naelektrisanja u polju; stvar je u tome da je po tangenti na traektoriju usmeren vektor brzine, a smer brzine (daleko) skoro ne uvek se poklapa sa smerom sile a tim samim sa smerom vektora jačine. I na kraju nije dopustivo pokušavati da se objasne električne pojave pomoću »jačine«, »pritiska« i »uzajamnog dejstva« linija sile, kako se to nekada ranije praktikovalo u udžbeničkoj literaturi.

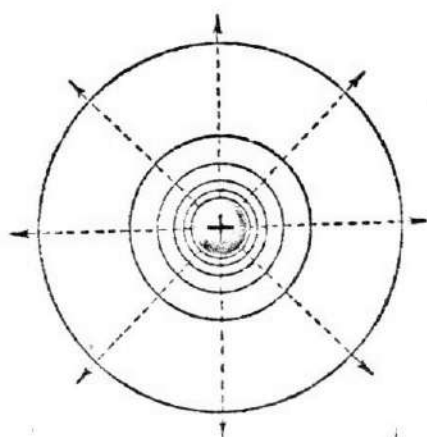
37.2 Ekvipotencijalne površine

1. Postoji još jedan metod predstavljanja elektrostatičkih polja - metod ekvipotencijalnih površina.

Ekvipotencijalnom površinom naziva se neka površina, čije sve tačke imaju iste vrednosti potencijala.

Tako, ako je izvor polja tačkasto naelektrisanje, onda iz (37.4) sleduje da će ekvipotencijalne površine ovde biti familija koncentričnih sfera sa centrom u tačku gde je postavljeno naelektrisanje.

Na sl. 37.1 je predstavljen ravan presek tog sistema ekvipotencijalnih površina; isprekidanim linijama su ucrtane linije sile.



sl. 37.1

Kao što se vidi se slike, smer linija sile u svakoj tački polje je normalan na ekvipotencijalnu površinu. Pokazaćemo da je to opšta osobina linija sile, karakteristična za polje proizvoljnog naelektrisanja ili sistema naelektrisanja.

2. Radi dokaza izaberemo na ekvipotencijalnoj površini dve bliske tačke, rastojanje između kojih iznosi Δl .

Izračunajmo rad, koji se vrši pri premeštanju naelektrisanja q između tih tačaka.

Kao što je poznato (§18.7), rad na premeštanju naelektrisanja između dve tačke polja jednak je proizvodu veličine naelektrisanja i razlike potencijala:

$$A = q (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (37.5)$$

Ovaj rad jednak je nuli, ukoliko tačke leže na istoj ekvipotencijalnoj površini pa je $\varphi_1 = \varphi_2$; s druge strane, ovaj rad može biti dat kao (§18.1):

$$A = F \Delta l \cos \alpha = q E \Delta l \cos \alpha \quad (37.6)$$

Izjednačujući oba izraza za rad, dobijamo

$$q E \Delta l \cos \alpha = 0$$

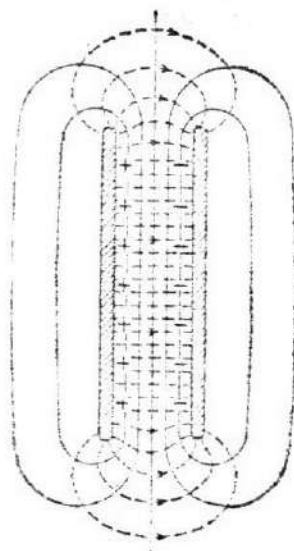
Ali ni naelektrisanje, ni jačina polja, ni rastojanje između tačke nisu jednaki nuli. Dakle, $\cos \alpha = 0$, odakle izlazi da

jed $\alpha = \pi/2$. A pošto su to dve proizvoljne tačke ekvipotencijalne površine, onda otuda sleduje, da vektor jačine polja ima smer normale na tu površinu.

3. Dobijeni rezultat ima veliki značaj.

Na osnovu date osobine može se po poznatom sistemu ekvipotencijalnih površina povući sistem linija sile, i obrnuto, po poznatom sistemu linija sile (nacrtati) povući sistem ekvipotencijalnih površina.

Tako se može dati slika homogenog polja. Polje se naziva homogenim, ako u svim tačkama vektor jačine polja ima isti intenzitet i smer, tj. $\vec{E} = \text{const.}$ Na osnovu toga rezultuje, da linije sile u svim tačkama tog polja imaju jedan isti smer. A to je moguće samo u tom slučaju, ako one same predstavljaju sistem paralelnih pravih. Ekvipotencijalne površine, saglasno tome, predstavljaju same sistem paralelnih ravni, koje su normalne na linije sile (sl. 37.2).

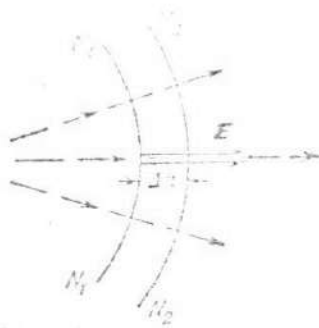


Sl. 37.2

4. Na osnovu slike linija sile može se suditi i o tome, kako se menja polje od tačke do tačke. Tako, u polju tačkastog naelektrisanja linije sile su rasporedjene gušće u blizini naelektrisanja, tj. tamo, gde je moduo vektora jačine polja veliki (sl. 37.1). Nasuprot, u homogenom polju, gde je jačina polja u svim tačkama jedna te ista, gustina linija sila ne menja se (sl. 37.2).

37.3. Veza izmedju jačine polja i potencijala

1. Neka je u nekoj tački polja postavljen vektor jačine polja $\vec{E}$ i povučena ekvipotencijalna površina M_1N_1 , čije sve tačke imaju isti potencijal φ_1 (sl. 37.3). Na malom rastojanju Δl povučemo novu ekvipotencijalnu površinu M_2N_2 , čije sve tačke imaju potencijal φ_2 .



Sl. 37.3

Rad na pomeranju probnog neelektrisanja q na delu Δn izračunava se na dva načina, kao što je bilo učinjeno u prethodnom paragrafu. Imamo

$$A = q (\varphi_1 - \varphi_2) = q E \Delta n$$

odakle je

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\Delta n} = - \frac{\Delta \varphi}{\Delta n} \quad (37.7)$$

Ovde je $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ - promena potencijala pri pomeranju za rastojanje Δn po normali na ekvipotencijalnu površinu, tj. duž linije sile.

Iz (37.7) proizlazi određivanje jedinice merenja jačine električnog polja u sistemu SI - volt po metru (V/m).

2. Dobijeni rezultat nije potpuno tačan, pošto po formuli $\Delta A = F \Delta l \cos \alpha = F \Delta n$ se može odrediti samo elementarni rad - drugim rečima, rad sile na beskonačno malom rastojanju (pomeranju). Tačnu jednakost dobijamo, prelazeći u izrazu (37.7) na graničnu vrednost pri uslovu, da pomeranje Δn teži ka nuli:

$$E = - \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta n} \quad (37.8)$$

Prema tome, jačinu električnog polja karakteriše promena potencijala na jedinici dužine u smeru linije sile. Napominjemo da je vektor jačine uvek usmeren u stranu opadanja potencijala.

3. U homogenom polju jačina polja jeste konstantna veličina, dakle, u tom polju na naelektrisanje deluje konstantna sila. To omogućava korišćenje formule (37.7) za bilo koji dovoljno dugačak odsečak linije sile. Prema tome, u homogenom polju je

$$E = (\varphi_1 - \varphi_2) / d \quad (37.9)$$

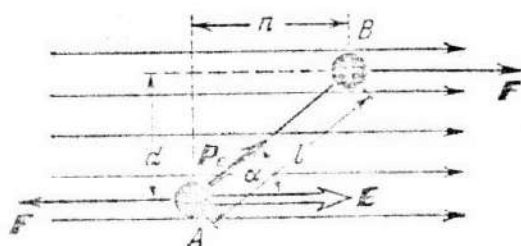
37.4. Dipol u električnom polju

1. Neka se dipol (Š10.4) nalazi u homogenom električnom polju, tako da vektor momenta dipola obrazuje ugao α sa smerom

vektora jačine polja (sl.37.4). Na dipol u datom slučaju djeluje par sila. Moment tog para jednak je proizvodu sile i kraka (§22.4):

$$M = P_e E \sin \alpha \quad (37.10)$$

Prema tome, obrtni moment, koji djeluje na dipol u električnom polju, jednak je proizvodu električnog momenta dipola i jačine polja i sinusa ugla između tih vektora.



Sl. 37.4

Pod dejstvom obrnutog momenta sila dipol se obrće i postavlja se tako, da se njegov električni moment pokazuje paralelan vektoru jačine polja. U tom položaju kako obrtni moment, tako i rezultanta električnih sila su jednaki nuli, dakle, dipol će se naći u stanju stabilne ravnoteže. U to se možemo uveriti, izračunavši i energiju dipola.

2. Energija dipola u električnom polju jeste zbir energija oba naelektrisanja, iz kojih se on sastoji:

$$\mathcal{E} = U_A + U_B = q\varphi_B - q\varphi_A \quad (37.11)$$

Transformišući unekoliko ovaj izraz, dobijamo

$$\mathcal{E} = -ql \frac{\varphi_A - \varphi_B}{n} \cdot \frac{n}{l}$$

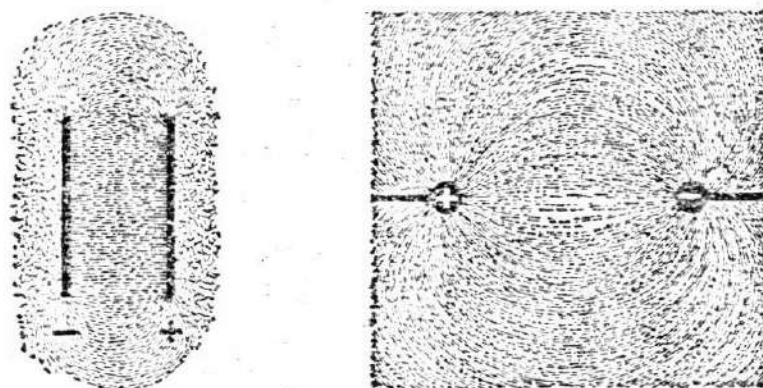
Ovde je $ql = p_e$ - moment dipola, $(\varphi_A - \varphi_B)/n = E$ - jačina polja i $n/l = \cos \alpha$ (vidi sl. 37.4). Dakle, energija dipola u električnom polju je

$$\mathcal{E} = -P_e E \cos \alpha \quad (37.12)$$

Ako je ugao $\alpha = 0$, onda je energija dipola minimalna $\mathcal{E}_{\min} = -P_e E$, a obrtni moment jednak nuli. To pokazuje, da se dipol nalazi u stanju stabilne ravnoteže.

Pri $\alpha = \pi$ energija dipola je maksimalna: $\mathcal{E}_{\max} = P_e E$, a obrtni moment u tom slučaju biće jednak nuli. Tom položaju dipola odgovara, kao što se vidi, stanje nestabilne ravnoteže (§§19.6. i 22.5).

3. Orijentisano dejstvo električnog polja na dipol koristi se za dobijanje očiglednih slika električnih polja. Od metalnih folija izrežu se modeli elektroda i zalepe se za dno staklenog suda. U sud se naliže lepljiva neprovođna tečnost (glicerina, terpentina, ricinusovo ulje) i naspune sitne čestice, naprimer seckanu kosu, griz itd. Zatim između elektroda ostvarimo veliku potencijalsku razliku, reda nekoliko hiljada volti. U električnom polju čestice se polarizuju tj. zadobijaju osobine minijaturnih dipola, i pružaju se duž linija sila polja (sl. 37.5). Vidimo iz datih slika (dobijenih fotografisanjem), da u blizini naelektrisanih kuglica polje je potpuno nehomogeno, a između paralelnih pločica javlja se praktično homogeno polje, koje se krivi - deformiše samo na krajevima.



Sl. 37.5

4. U nehomogenom polju na dipol, osim obrtnog momenta dejstvuje još i rezultujuća sila. Uzrok je u tome, što se pozitivno i negativno naelektrisanje nalazi u različitim tačkama polja, koje imaju različitu jačinu polja (sl. 37.6). Rezultujuća sila je

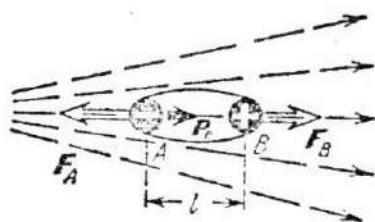
$$F = F_A - F_B = qE_A - qE_B = ql \frac{E_A - E_B}{l} \quad (37.13)$$

Kako je $ql = P_e$ moment dipola, $(E_A - E_B)/l = \Delta E / \Delta l$ - je gradijent jačine, tj. veličina, koja karakteriše promenu jačine polja po jedinici dužine. Prema tome je,

$$F = P_e \frac{\Delta E}{\Delta l} \quad (37.14)$$

Pod dejstvom te sile dipol se uvlači (postavlja) u oblast jačeg polja. Zbog tog uzroka naelektrisano telo privlači lake predmete - parčiće hartije, trunke prašine, komadiće folije itd. Pod

dejstvom polja ovi predmeti, obrazuju dipolni moment, a zatim pak se postavljaju (uvlače) u oblast, gde je jačina polja veća, tj. bliže naelektrisanom telu.



Sl. 37.6

37.5. Pločasti kondenzator

1. Ravan (pločasti) kondenzator predstavlja sistem od dve ravne paralelno postavljene metalne ploče svaka površine S . Ras-
tojanje između ploča d mnogo je manje od njihovih linijskih razmera. U tom slučaju ploče se mogu smatrati beskonačno velikim i zanemariti krivljenje polja na njihovim krajevima.

Neka je naelektrisanje na jednoj od ploča jednako q , na drugoj ploči nalazi se jednako po veličini naelektrisanje, ali suprotnog znaka. Površinskom gustinom naelektrisanja σ naziva se odnos veličine naelektrisanja i površine ploče:

$$\sigma = q/S \quad (37.15)$$

Jedinica mere površinske gustine u sistemu SI je:

$$[\sigma] = C/m^2$$

2. Pošto je polje između ploča ravnog (pločastog) kondenzatora homogeno (sl. 37.2), onda je jačina njegova u svim tačkama polja jedna te ista. Eksperiment pokazuje, da je jačina polja proporcionalna površinskoj gustini naelektrisanja:

$$\sigma = K \epsilon_0 E \quad (37.16)$$

gde je K - neki bezdimenzionalni koeficijent. U opširnijim udžbenicima dokazuje se, da je u sistemu SI $K = 1$. Dakle, veza između površinske gustine naelektrisanja i jačine polja pločastog kondenzatora izražava se kao:

$$\sigma = \epsilon_0 E \quad (37.17)$$

3. Odredimo izraz za potencijalnu razliku između ploča kondenzatora. Saglasno (37.9) imamo

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed \quad (37.18)$$

Zamenivši vrednost E iz (37.18), dobija se

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\epsilon_0} = \frac{q d}{\epsilon_0 S} \quad (37.19)$$

37.6 Kapacitet

1. Na primeru pločastog kondenzatora vidi se da je razlika potencijala na njegovim pločama proporcionalna naelektrisanju ploča (37.19). Primećuje se da se analogan rezultat dobija za sistem naelektrisanih provodnika proizvoljnog oblika. Na toj osnovi uvodi se veličina, koja se naziva električnim kapacitetom sistema (kraće - kapacitet). Električni kapacitet sistema provodnika naziva se veličina, brojno jednaka odnosu naelektrisanja prema razlici potencijala

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} \quad (37.20)$$

Za pločasti kondenzator, kako to sleduje iz (37.19) i (37.20), električni kapacitet iznosi

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad (37.21)$$

2. Jedinica merenja električnog kapaciteta u sistemu SI je farad - to je električni kapacitet kondenzatora, u kojem promena naelektrisanja za 1C (kulon) izaziva promenu potencijala za 1V:

$$1F = \frac{1C}{1V}$$

Kondenzatori, koji se koriste u radiotehnici, imaju kapacitete, znatno manje od farada. Zato za njihovo označavanje se koriste manje jedinice: mikrofaradi ($1\mu F = 10^{-6}F$) i pikofaradi ($1pF = 10^{-12}F$).

3. Iz izraza (37.21) proističe označavanje (ili razmera) električne konstante farada po metru:

$$[\epsilon_0] = [C/d] = F \cdot m/m^2 = F/m.$$

37.7. Energija polja. Gustina energije

1. Odredimo energiju kondenzatora kapaciteta C , u kojem je razlika potencijala između ploča $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$. Naelektrisanja na njegovim pločama su jednaka po veličini, ali se razlikuju po znaku: $q_1 = -q$, $q_2 = q$. Zamenivši te veličine u izraz (18.30) dobija se

$$W = \frac{1}{2} (q_2\varphi_1 + q_1\varphi_2) = \frac{q}{2} (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{q\Delta\varphi}{2} \quad (37.22)$$

uzimajući da je $C = q/\Delta\varphi$, dobija se na kraju

$$W = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{C\Delta\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} \quad (37.23)$$

2. U okvirima elektrostatike nemoguće je rešiti pitanje o tome, gde je koncentrisana (usresredjena) energija: dali samo na naelektrisanim telima ili u svim tačkama polja? Medjutim promene polja mogu postojati nezavisno od naelektrisanja. Pri tome, kako pokazuju eksperimenti promene polja prostiru se u obliku elektromagnetskih talasa, koji prenose energiju. Na taj način, samo polje predstavlja nosioca energije.

Datu ideju prvi je dao Maksvel. On je uveo pojam o gustini energije $\omega = W/V$ kao veličine, brojno jednake odnosu energije W , koja se sadrži u nekoj zapremini V , i vrednosti te zapremine. Saglasno Maksvelu, gustina energije polja (u vakuumu) je

$$\omega_0 = \epsilon_0 E^2 / 2 \quad (37.24)$$

37.8. Sila međusobnog dejstva između ploča kondenzatora

1. Koristeći se izrazom za energiju naelektrisanog kondenzatora, možemo odrediti silu međusobnog dejstva između njegovih ploča. Pri tome ćemo (smatrati) uzeti, da smo kondenzator najpre napunili, a zatim isključili od izvora, tako da se naelektrisanje na njegovim pločama javlja kao konstantna veličina. Energiju kondenzatora izražavamo preko njegovog kapaciteta i naelektrisanja

$$W_1 = \frac{q^2}{2C_1} = \frac{q^2 d_1}{2\epsilon_0 S}$$

Zamislamo da smo pomerali jednu od ploča za neko rastojanje $\Delta l = d_2 - d_1$, tada se energija kondenzatora menja:

$$W_2 = \frac{q^2 d_2}{2\epsilon_0 S}$$

Iz odredjivanja energije medjusobnog dejstva proizlazi, da je elementarni rad jednak gubitku energije:

$$\Delta A = W_1 - W_2$$

ili pak

$$F \Delta l = \frac{q^2 d_1}{2\epsilon_0 S} - \frac{q^2 d_2}{2\epsilon_0 S} = - \frac{q^2 \Delta l}{2\epsilon_0 S}$$

Odakle se dobija, da je sila medjusobnog dejstva izmedju ploča kondenzatora jednaka

$$F = - \frac{q^2}{2\epsilon_0 S} \quad (37.25)$$

Znak minus pokazuje da se ova sila javlja kao sila privlačenja (vidi §§ 10.2. i 31.4)

2. Transformišemo izraz (37.25), uzimajući, da je $q = \sigma S$, gde je σ - površinska gustina naelektrisanja. Dobija se

$$F = - \frac{\sigma^2 S}{2\epsilon_0}$$

Zamenjujući vrednost σ iz (37.17), dobijamo

$$F = - \frac{\epsilon_0 E^2 S}{2} \quad (37.26)$$

3. Pošto je sila, u odnosu na jedinicu površine, pritisak, $P = F/S$, onda iz (37.26) izlazi, da električno polje vrši na ploču

negativan pritisak (u vakuumu):

$$P_0 = - \frac{\epsilon_0 E^2}{2} = -w_0 \quad (37.27)$$

Prema tome, pritisak, koji električno polje vrši na naelektrisanu površinu, jednako je gustini energije električnog polja u toj tački, gde se nalazi element date površine, uzete sa suprotnim znakom. Mi smo dobili taj rezultat za polje pločastog (ravnog) kondenzatora. Međutim, kako je pokazao Maksvel, taj rezultat je opravdan za bilo koje nehomogeno polje.

Napomenimo, da ako bi ploče kondenzatora imale isto po znaku naelektrisanje, onda bi znak sile F i pritisak p bio pozitivan, što odgovara silama odbijanja.

37.9. Provodnik u električnom polju

1. Sva tela po osobinama njihove provodljivosti mogu se podeliti na dve grupe: provodnike i dielektrike (dručkije - izolatore). Provodnici poseduju te osobine, da se električni naboji - naelektrisanja mogu slobodno premeštati po zapremini tih tela. Za razliku od provodnika, kod dielektrika (izolatora) naelektrisanja ostaju na onom mestu, gde su ona prvobitno bila raspoređena.

Unutar provodnika jačina polja jednaka je nuli. Stvarno, ako polje ne bi bilo jednako nuli, onda bi se u provodniku javilo uređjeno kretanje naelektrisanja bez ikakvog utroška energije od spoljašnjeg izvora. Ali to protivureči zakonu održanja energije. Prema tome, jačina polja unutar provodnika je

$$E_{\text{unt.}} = 0$$

Iz ovoga proizlazi, da sve tačke provodnika imaju jedan te isti potencijal, a površina provodnika se javlja kao ekvipotencijalna površina. U suštini iz

$$E_{\text{unt.}} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{d} = 0$$

sleđuje da je $\varphi_1 = \varphi_2$.

Ranije je bilo rečeno, da su linije sile polja normalne na ekvipotencijalne površine. Zato u blizini provodnika su linije sile polja normalne na njegovu površinu.

2. Ako unutar provodnika postoji šupljina, onda je jačina polja u toj šupljini jednaka nuli nezavisno od toga, kako polje postoji van provodnika.

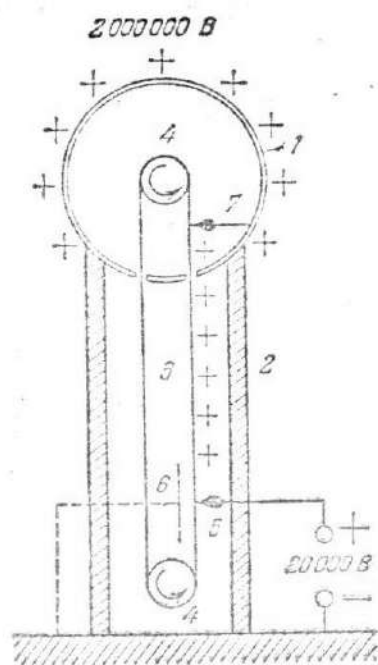
Na ovom principu je zasnovana pojava elektrostatičke zaštite: ako se instrument zatvori u zatvorenu metalnu površinu, onda nikakve promene spoljašnjeg električnog polja na taj pribor - instrument neće delovati. Obično u te svrhe se koristi bakarna zaklanjajuća mreža, koja se uzemlji, tako da se potencijal zaklona održava jednakim sa potencijalom Zemlje.

3. Ako se izvrši dodir dva provodnika, onda dolazi do prelaska naelektrisanja sa jednog od njih na drugi sve dotle, dok se njihovi potencijali ne izjednače. Koristićemo se tom osobinom, da bi pokazali, da se naelektrisanja raspoređuju samo na spoljašnjoj površini provodnika.

Dodirnimo spoljašnju površinu naelektrisanog tela nanaelektrisanom kuglicom, a zatim tom istom kuglicom dodirnimo elektroskop. Listići elektroskopa se rašire. To pokazuje - dokazuje da na kuglicu pri njenom dodiru sa spoljašnjom površinom naelektrisanog tela prelazi neko naelektrisanje. Ako se tom kuglicom dodirne unutrašnja površina naelektrisanog tela, a zatim se dodirne njom elektroskop, onda se listići elektroskopa ne šire. To znači, da na unutrašnjoj površini naelektrisanog tela nema naelektrisanja.

Na taj način može se u celini potpuno predati naelektrisanje od naelektrisane kuglice već naelektrisanom telu: za to je dovoljno uneti tu kuglicu u šupljinu provodnika i dodirnuti njime unutrašnju površinu. Naelektrisanje sa kuglice mora u potpunosti preći na spoljašnju površinu provodnika, a sama kuglica se potpuno razelektriše. Eksperiment potvrđuje taj rezultat.

4. Na datoj osobini zasnovano je dejstvo - rad elektrostatičkog generatora - Van-de Graafa (sl. 37.7).



Sl. 37.7

Šuplja metalna kugla 1 prečnika oko 1,5-2 m postavljena je na izolovane stubove 2 na visini oko 10 m iznad zemlje. Beskonačna gumena traka 3 se dovodi u obrtanje pomoću pokretača 4. Na gumu pomoću četkica 5 i elektroda 6 se prenosi naelektrisanje od manjeg ispravljača. To naelektrisanje se prenosi unutar kugle, gde šiljaste četkice, ugrađene u njenoj unutrašnjosti, odvođe naelektrisanje sa gumene trake na spoljašnju površinu kugle.

Principski moguće je na takav način dobiti dosta visoki potencijal. Praktički vrednost potencijala je ograničena izolacionim osobinama stubova i okolnog vazduha. Praktično u atmosferi suvog azota pri pritisku od oko 30 atmosfera dostiže se potencijal do nekoliko miliona volti.

§37.10. Odredjivanje naelektrisanja elektrona

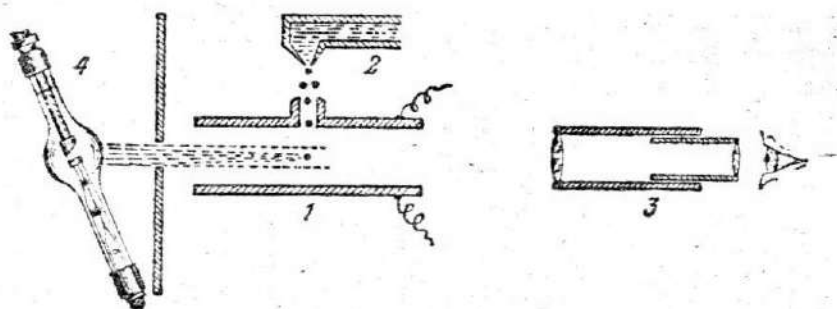
1. Još u prošlom veku (tridesetih godina) Faradej je na osnovu eksperimenata kojima je otkrio zakone elektrolize (vidi §§ 46.3 i 46.4) došao do zaključka, da moraju postojati «atomi elektriciteta» - kao neka elementarna električna naelektrisanja. Jasnije su te ideje date u 1874. god. od G.Dž. Stonia i u 1881.god. od G. Gehholca. Stani je i predložio za to elementarno naelektrisanje ime «elektron».

Krajem XIX i početkom XX veka Dž.Dž. Tomson, F.Lenard, V.Kaufman i drugi su pokazali, da katodni zraci (§48.6), čestice koje ispuštaju metale pri zagrevanju (§47.1) i osvetljavanju (§68.1), a takodje i beta čestice, koje ispuštaju neki radioaktivni elementi, imaju iste osobine - svojstva. Pokazalo se, da su svi oni naelektrisani negativno, i da je njihovo specifično naelektrisanje (tj. odnos naelektrisanja prema masi mirovanja) - jedno te isto i približno iznosi 10^{11} C/kg.

Postalo je jasno, da u suštini svi ti oblici ispuštanja - zračenja ustvari snopovi elektrona, dobijeni na različite načine. U vezi sa tim javio se i zadatak što tačnije odrediti naelektrisanje i masu elektrona u miru.

2. Metod, koji se zasniva na ispitivanju karakteristika kretanja naelektrisanih mikroskopskih čestica u homogenom električnom polju, primenio je R.A.Miliken. Merenja koja je počeo u 1906. god. nastavila su se do 1914.god.

Uredjaj, koji je koristio Miliken, predstavljen je na sl. 37.8. Ovde je 1 - pločasti kondenzator sa otvorom na gornjoj strani, kroz koji medju ploče s vremena na vreme padaju uljane kapljice, dobijene prskalicom - raspršavanjem. 2. Kapljica se sa strane osvetljava i posmatra pomoću mikroskopa male žižne daljine 3. Rentgenska cev 4 se periodično (s vremena na vreme) uključuje; zraci jonizuju kapljicu, stvarajući na njoj naelektrisanje ili menjajući joj naelektrisanje koje ima.



Sl. 37.8

Kao što je bilo pokazano u §11.9 kapljica loptastog oblika pada u vazduhu ravnomerno sa brzinom

$$v = \frac{2r^2g(\rho - \rho_0)}{9\eta}$$

(37.28)

gde je ρ - gustina ulja, ρ_0 - gustina vazduha, η - viskoznost vazduha i r - poluprečnik kapljice. Brzina kretanja kapljice određuje se na osnovu vremena, za koje ona prolazi rastojanje između dva zareza - niti, postavljenih u polju posmatranja mikroskopa. Ostale veličine su poznate. Dakle, po formuli (37.28) možemo odrediti poluprečnik kapljice.

3. Ostvarimo između ploča kondenzatora električno polje jačine E .

Ako kapljica nosi na sebi naelektrisanje q , onda osim sile teže, arhimedovoj sili i sili otpora (vidi § 11.9) na nju deluje još električna sila $F_e = qE$.

Jednačina kretanja dobija sledeći oblik:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 g - 6\pi\eta r u + qE = 0 \quad (37.29)$$

gde je u - brzina kapljice u polju. Zamenjujući vrednost poluprečnika iz (37.28), dobijamo na kraju:

$$q = \frac{6\pi\eta(u - v)}{E} \sqrt{\frac{9\eta v}{2g(\rho - \rho_0)}} \quad (37.30)$$

4. U eksperimentima je registrovana promena naelektrisanja kapljice pod dejstvom kratkotrajnog rentgenskog ozračivanja. Iz (37.30) imamo

$$q_2 - q_1 = \frac{6\pi\eta(u_2 - u_1)}{E} \sqrt{\frac{9\eta v}{2g(\rho - \rho_0)}} \quad (37.31)$$

Ovaj izraz je služio kao formula izračunavanja.

U radu Milikena javljale su se mnogobrojne teškoće, posebno sa promenom viskoznosti vazduha. Pokazalo se, da za mikroskopske kapljice viskoznost vazduha zavisi od veličine kapljica, i trebalo je vršiti korekciju, koja je uzimala u obzir tu zavisnost. Za dobijanje

uzdanih rezultata vršena je promena uslova eksperimenta u širokim intervalima. Razlika potencijala menjala se od 1700 V do 5000 V; pritisak u komori gde se postavljao kondenzator od normalnog do 45 mm Hg; u eksperimentima koristile su se kapljice poluprečnika od 0,446 do 5,856 mikrona.

Kao rezultat svih eksperimenata proizlazio je sledeći zaključak:

promena naelektrisanja kapljice uvek je umnožak elementarnog naelektrisanja. Drugim rečima, $\Delta q = Ne$, gde je N - neki ceo broj, a elementarno naelektrisanje

$$e = (1,592 \pm 0,0017) \cdot 10^{-19} \text{C}$$

što i predstavlja naelektrisanje elektrona. U sadašnje vreme za naelektrisanje elektrona dobijena je tačnija vrednost

$$e = (1,60210 \pm 0,00007) \cdot 10^{-19} \text{C}.$$

GLAVA 38

DIELEKTRICI

§ 38.1. Elektično polje u prisustvu dielektrika

1. Naelektrišimo kondenzator do neke razlike potencijala φ_0 i isključimo ga od izvora struje. Ako ispunimo prostor između ploča dielektrikom, onda se primećuje, da razlika potencijala opada do vrednosti $\varphi < \varphi_0$, mada se naelektrisanje na pločama nije promenilo.

Iz ovog izlazi, da je jačina polja u dielektriku $E = \varphi/d$ manja od jačine polja $E_0 = \varphi_0/d$, koju su stvarala ista naelektrisanja u vakuumu. Odnos jačine polja u vakuumu E_0 prema jačini polja u dielektriku E naziva se dielektričnom polarizacijom supstance:

$$\epsilon = \frac{E_0}{E} \quad (38.1)$$

Iz određivanja proizlazi, da je dielektrička propustljivost bezdimenzionalna: veličina (bezdimenzionalan broj).

2. Kako objasniti uzrok slabljenja polja u dielektriku u poredjenju sa poljem u vakuumu? Jačina polja u vakuumu u potpunosti se određuje naelektrisanjima na pločama kondenzatora:

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (38.2)$$

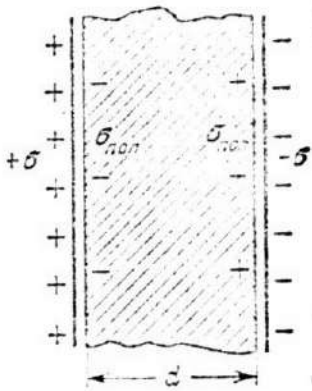
gde je σ - površinska gustina slobodnih naelektisanja. Slabljenje jačine polja u dielektriku može se objasniti, ako se pretpostavi, da se u dielektriku pod dejstvom elektičnog polja javlja polarizaciono naelektrisanje površinske gusine $\sigma_{pol.}$ (sl.38.1)

Onda je:

$$E = \frac{(\sigma - \sigma_{pol.})}{\epsilon_0} \quad (38.3)$$

Pojava u dielektriku polarizacionog naelektrisanja pod dejstvom spoljašnjeg električnog polja naziva se polarizacijom dielektrika.

§ 38.2. Vektor polarizacije



Sl. 38.1

1. Suština pojave polarizacije sastoji se u tome, što čestice iz kojih se sastoji dielektrik (atomi ili molekuli), obrazuju dipolni moment, usmeren duž linija sila spoljašnjeg polja. Mehanizmi polarizacije za neke vrste dielektrika biće kasnije razmotreni. Sada ćemo pak uvesti veličinu, koja karakteriše stepen polarizacije dielektrika, - vektor polarizacije.

Vektor polarizacije $\vec{P}$ naziva se dipolni moment jedinice zapremine polarizovanog dielektrika. Da bi njega izračunali, neophodno je odrediti vektorski zbir dipolnih momenata svih molekula ili atoma, zatvorenih jedinicom zapremine supstance. Radi jednostavnijeg razmatranja uzmimo, da je dielektrik homogen, dakle, svi njegovi molekuli (ili atomi) imaju jedan te isti dipolni moment $\vec{p}_e$. Tada je vektor polarizacije

$$\vec{P} = \frac{N \vec{p}_e}{V} = n \vec{p}_e \quad (38.4)$$

gde je n - koncentracija molekula (ili atoma).

2. Dimenzionalnost vektora polarizacije se poklapa sa dimenzijama površinske gustine naelektrisanja:

$$[P] = [N p_e / V] = [C]$$

Pokazaćemo, da je moduo vektor polarizacije jednak površinskoj gustini polarizacionog naelektrisanja. Radi dokazivanja pogledajmo sl. 38.1. Polarizacioni dielektrik može se posmatrati kao dipol, koji nosi na sebi polarizaciono naelektrisanje $q_{pol.} = \sigma_{pol.} S$. Moment tog dipola iznosi $q_{pol.} d = \sigma_{pol.} S d = \sigma_{pol.} V$.

Podelivši dipolni moment celog dielektrika sa njegovom zapreminom, dobijamo saglasno odredjivanju moduo vektora polarizacije:

$$P = \frac{q_{\text{pol}} \cdot d}{V} = \frac{\epsilon_{\text{pol}} S d}{V} = \epsilon_{\text{pol}} \quad (38.5)$$

Zamenivši u izrazu (38.3) vrednost $\epsilon_{\text{pol}} = P$ dobijamo

$$\epsilon_0 E = \epsilon - P \quad (38.6)$$

3. Uvedimo pomoćni vektor pomeranja $\vec{D}$, čiji je moduo jednak površinskoj gustini slobodnih naelektrisanja:

$$D = \epsilon$$

Dobija se

$$\epsilon_0 E = D - P \quad (38.7)$$

Uzimajući u obzir, da se u homogenom i izotropnom dielektriku smer vektora jačine polja i polarizacije poklapaju, uočavamo da i vektor pomeranja mora imati isti smer. Odatle sleduje, da se jednakost (38.7) može napisati u vektorskom obliku:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (38.8)$$

§ 38.3. Električna osetljivost (susceptibilnost)

1. U većine dielektrika, sa izuzetkom nekih vrsta kristala (koje nazivaju segnoelektricima), vektor polarizacije je proporcionalan jačini polja:

$$\vec{P} = \epsilon_e \epsilon_0 \vec{E} \quad (38.9)$$

Veličina ϵ_e naziva se električnom susceptibilnošću (osetljivošću) dielektrika.

Preporučuje se čitaocu da se putem analize dimenzionalnosti uveri, da se električna susceptibilnost pokazuje kao bezdimenzionalna veličina.

2. Zamenimo u jednakost (38.6) izraz za vektor polarizacije i za površinsku gustinu slobodnih (električnih) naelektrisanja $\mathcal{Q} = \epsilon_0 E_0 = \epsilon \epsilon_0 E$; dobija se

$$\epsilon_0 E = \epsilon \epsilon_0 E - \chi_e \epsilon_0 E.$$

Oдавде izlazi, da su dielektrička propustljivost i električna susceptibilnost supstance povezane relacijom

$$\epsilon = 1 + \chi_e \quad (38.10)$$

U obliku vežbe preporučuje se čitaocu da pokaže, da su vektori pomeranja i jačine polja vezani relacijom

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} \quad (38.11)$$

§38.4. Energija polja u dielektriku

1. Jačina električnog polja pločastog kondenzatora i razlika potencijala u prisustvu dielektrika izražava se kao:

$$E = \frac{E_0}{\epsilon} = \frac{\mathcal{Q}}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon \epsilon_0 S} \quad (38.12)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{qd}{\epsilon \epsilon_0 S} \quad (38.13)$$

Oдавде izlazi, da je električni kapacitet pločastog kondenzatora u prisustvu dielektrika između njegovih ploča jednak

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d} \quad (38.14)$$

2. Izraz za energiju naelektisanog (napunjenog) kondenzatora (37.23) ostaje na snazi. Izraz za gustinu energije se menja:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{q\varphi}{2V} = \frac{C\varphi^2}{2V} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S \varphi^2}{2d \cdot Sd} = \frac{\epsilon\epsilon_0 \varphi^2}{2d^2}$$

kako je $\frac{\varphi}{d} = E$, onda je $w = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2}$ (38.15)

Prema tome, u prisustvu dielektrika gustina energije električnog polja povećava se ϵ puta u poredjenju sa energijom polja u vakuumu - ako samo pri tome vektor jačine polja održava (čuva) nepromenjenu vrednost - veličinu. Ako se pak nepromenjenim pokazuje vektor pomeranja, onda se gustina energije ϵ puta smanjuje. Stvarno, u tom slučaju treba u (38.15) zameniti saglasno (38.11) vrednost

$$E = \frac{D}{\epsilon\epsilon_0}; \text{ dobija se } w = \frac{D^2}{2\epsilon\epsilon_0} \quad (38.16)$$

3. Objasnićemo, kako se menja sila međusobnog dejstva izmedju ploča kondenzatora, ako je prostor izmedju njih popunjen gasnim ili tečnim dielektrikom. Pomoću istih rasudjivanja, kao i u 37.8, dolazimo do zaključka, da je pritisak električnih sila p jednak gustini energije električnog polja, uzete sa obrnutim znakom: $p = -w$ (37.27).

Ako su ploče kondenzatora isključene od izvora struje, onda se naelektrisanje na pločama kondenzatora ne menja; to znači ne menja se ni vektor pomeranja, koji je jednak na osnovu odredjivanja površinskoj gustini naelektrisanja na pločama ($D = \sigma$). Sila međusobnog dejstva je

$$F = pS = -wS = -\frac{D^2 S}{2\epsilon\epsilon_0} = -\frac{q^2}{2\epsilon\epsilon_0 S} = -\frac{F_0}{\epsilon} \quad (38.17)$$

Na taj način, u ovom slučaju sila međusobnog dejstva izmedju ploča u prisustvu dielektrika je ϵ puta manja, nego u vakuumu.

Ako pak ploče kondenzatora ostaju svo vreme vezane za izvor struje, onda se razlika potencijala između ploča ne menja, dakle, ne menja se ni jačina polja. U tom slučaju sila uzajamnog dejstva između ploča kondenzatora u prisustvu dielektrika pokazuje se ϵ puta većom, nego u vakuumu:

$$F = pS = -\mathcal{W}S = -\frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} S = -\frac{\epsilon \mathcal{E}^2 S}{2\epsilon_0} = \epsilon F_0 \quad (38.17)$$

4. Prema tome, sila međusobnog dejstva između naelektrisanih tela na dosta složen način zavisi od prisustva između njih dielektrika. Ako se pri prisustvu dielektrika vektor pomeranja ne menja, onda sila međusobnog dejstva postaje ϵ puta manja, nego u vakuumu; ako se ne menja vektor jačine polja, onda sila međusobnog dejstva postaje ϵ puta veća, nego u vakuumu.

U svim drugim slučajevima samo detaljna analiza omogućava da se reši zadatak o tome, kako prisustvo dielektrika utiče na silu međusobnog delovanja između naelektrisanih tela. Opštu formulu, analognu zakonu Kulona u vakuumu, ovde nije moguće napisati.

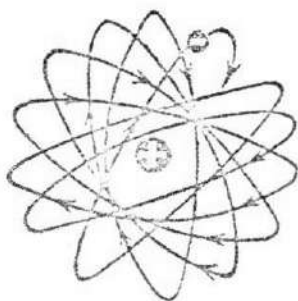
§ 38.5. Deformisana polarizacija

1. Pri uvođenju pojma o vektoru polarizacije, smatrali smo da molekuli ili atomi imaju dipolni moment, usmeren duž jačine polja (38.2). Objasnimo mehanizam polarizacije dielektrika tj. uzrok pojavljivanja kod molekula ili atoma, dipolnih momenata, orijentisanih duž polja. Radi jednostavnijeg posmatranja ograničimo se na posmatranje mehanizma polarizacije gasova, kada se može zanemariti dejstvo susednih molekula u poredjenju sa dejstvom spoljašnjeg polja.

Pokazuje se, da su moguća dva mehanizma polarizacije, pri čemu kod različitih supstanci, u zavisnosti od izgradjenosti njihovih molekula preovladjuje jedan ili drugi od njih.

2. Atomi i molekuli mnogih supstanci imaju simetričnu (izgradjenost) gradju, zato kod njih nemamo dipolnog momenta. Pod dejstvom spoljašnjeg električnog polja elektronski oblak atoma se pomera, simetrija njegove gradje se narušava, i atom dobija dipolni moment. Pošto je polarizacija takvog oblika izazvana deformacijom elektronskog oblaka atoma, ona se naziva deformacionom ili elektron-skom polarizacijom.

Prostiji model takvog atoma dat je na sl. 38.2.



Sl.38.2.

U centru atoma nalazi se pozitivno naelektrisano jezgro, oko kojeg se obrće elektron. Da bi objasnili sferno simetričnu gradju atoma, opravdano je pretpostaviti, da se orbita elektrona svo vreme obrće, tako da se elektron dovoljno brzo premešta po sferi, u centru koje se nalazi jezgro. A pošto se centar pozitivno naelektrisanog jezgra i centar negativno naelektrisanog oblaka poklapaju, onda kod atoma nema dipolnog momenta.

U spoljašnjem električnom polju na jezgro i elektron dejstvuju sile, usmerene u suprotne strane, usled čega se orbita elektrona pomera u odnosu na jezgro za rastojanje ℓ . Atom obrazuje dipolni moment $p_e = e\ell$. Kao što je bilo pokazano (vidi § 31.3), dipolni moment deformisanog atoma je

$$p_e = e\ell = 4\pi r^3 \epsilon_0 E = \mathcal{L} \epsilon_0 E \quad (38.18)$$

gde je $\mathcal{L} \approx 4\pi r^3$ i predstavlja polarizaciju molekula. Veličina vektora polarizacije je

$$P = n p_e = n \mathcal{L} \epsilon_0 E \quad (38.19)$$

Upoređujući ovaj izraz sa (38.9) i (38.10), dobijamo izraze za električnu susceptibilnost i propustljivost supstance (gasa) sa nepolarnim molekulima:

$$\mathcal{K}_e = n\mathcal{L}; \quad \epsilon = 1 + \mathcal{K}_e = 1 + n\mathcal{L} \quad (38.20)$$

4. Posmatrajmo dobijeni rezultat, uzimajući poluprečnik atoma da je približno jednak $r \approx 10^{-10} \text{ m}$, a koncentraciju molekula gasa $n \approx 2,7 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$. Za supsceptibilnost dobijamo vrednost: $\chi_e \approx 4\pi r^3 n \approx 3 \cdot 10^{-4}$. Red veličine se pokazuje kao realan: električna supsceptibilnost vodonika pri normalnim uslovima iznosi $2,6 \cdot 10^{-4}$, helijuma $0,5 \cdot 10^{-4}$, kiseonika $5,2 \cdot 10^{-4}$, argona $5,4 \cdot 10^{-4}$.

Uzimajući, da je model atoma, koji je korišćen u ovom paragrafu, potpuno primitivan, da ipak saglasnost između teoretskih i eksperimentalnih podataka treba smatrati dobrom.

§ 38.6. Orijentisana polarizacija

1. U nekim materijalima molekuli blagodareći nesimetričnoj gradnji imaju dipolni moment i u odsustvu spoljašnjeg električnog polja. Kao primeri mogu poslužiti molekuli vode (dipolni moment $p_e = 6,36 \cdot 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$), amonijaka ($14,88 \cdot 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$), acetona ($9,30 \cdot 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$), etilen špiritusa ($5,59 \cdot 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$), benzola ($0,27 \cdot 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$). Molekuli takve vrste nazivaju se polarnim.

Pri odsustvu spoljašnjeg polja dipolni momenti polarnih molekula orijentisani su potpuno neuredjeno. Dakle, vektor polarizacije koji je jednak vektorskom zbiru dipolnih momenata jedinice zapremine dielektrika, u odsustvu spoljašnjeg polja jednak je nuli. Ako se unese supstanca sa polarnim molekulama u električno polje, onda molekul mora, prvo da se deformiše, i njegov dipolni moment mora da se menja; drugo, na račun momenta sile, koji dejstvuje na bilo koji dipol u električnom polju (§ 37.4), molekul mora da se obrne tako, da bi njegov dipolni moment zauzeo orijentaciju duž linija sila polja. Prvi efekat, izazvan deformacijom molekula u polju, već je bio razmotren u prošlom paragrafu. Osim toga, on je obično mnogo slabiji od drugog efekta, koji se naziva orijentisana polarizacija.

Stepen orijentacije polarnih molekula u električnom polju određuje se kako jačinom polja, tako i temperaturom supstance. Pod dejstvom polja molekularni dipoli obrću se tako, da se moment dipola

orijentiše duž polja. Toplotno kretanje ruši taj poredak, razbacujući momente molekularnih dipola u svim mogućim smerovima (pravcima). Položaj je ovde potpuno analogan - sličan osobini položaja molekula gasa u polju teže, kada sila polja kao da "pritiskuje" molekule ka površini zemlje, a toplotno kretanje razbacuje ih u sve moguće smerove (pravce) - (§§ 26.10 i 26.11). Takođe, kao i u slučaju dejstva polja teže, verovatnoća toga, da molekulski dipol ima u električnom polju energiju $\mathcal{E}$, određuje se saglasno formuli (26.25) izrazom $\omega = \ell^{-\mathcal{E}/kT}$, gde je $\mathcal{E} = -p_e E \cos \alpha$ - energija dipola (37.12), T - apsolutna temperatura supstance, k - Balcanova konstanta.

2. Izvršimo uprošćen račun. U odsustvu spoljašnjeg polja molekulski dipoli raspoređeni su potpuno neuređeno, i možemo smatrati, da su dipolni momenti ravnomerno raspoređeni po svim koordinatnim osama, tako da se u pravcu bilo koje ose raspoređuje jedna trećina dipola:

$N_x = N_y = N_z = N/3$. Pri tome u proseku polovina dipola orijentisana je duž, druga nasuprot koordinatnih osa.

Unesimo dielektrik u električno polje, čiji je vektor jačine usmeren duž apscisne ose. U tom slučaju broj dipola N_1 , usmerenih duž polja, unekoliko se povećava, broj dipola N_2 , usmerenih nasuprot polja, unekoliko se smanjuje. Veličina vektora polarizacije iznosi

$$P = \frac{N_1 p_e - N_2 p_e}{V} \quad (38.21)$$

Saglasno formuli (26.26) imamo

$$N_1 = A \ell^{-\mathcal{E}_1/kT}, \quad N_2 = A \ell^{-\mathcal{E}_2/kT} \quad (38.22)$$

gde je A - neka konstanta. Za dipol, orijentisan duž polja $\alpha = 0$ i njegova energija $\mathcal{E}_1 = -p_e E$; za dipol, orijentisan suprotno polju, $\alpha = \pi$ i njegova energija je

$$\mathcal{E}_2 = p_e E.$$

3. Dipolni momenti molekula vrlo su mali ($p_e \approx 10^{-30}$ C . m), zato je čak u vrlo jakim poljima ($E \approx 10^6$ V/m) energija molekulskog dipola $\epsilon \lesssim 10^{-24}$ J. To je znatno manje od energije toplotnog kretanja pri sobnim temperaturama:

$$kT = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \approx 4 \cdot 10^{-21} \text{ J.}$$

Na taj način, odnos $x = -\epsilon/kT$ postaje vrlo mala veličina: $|x| < 10^{-3}$. Pri tako malim vrednostima opravdan je odnos:

$$e^x \approx 1 + x.$$

Dobijamo sledeći izraz za broj dipola orijentisanih duž polja i nasuprot polja:

$$\left. \begin{aligned} N_1 &\approx A(1+x_1) = A(1-\epsilon_1/kT) = A(1-p_e E/kT, \\ N_2 &\approx A(1+x_2) = A(1-\epsilon_2/kT) = A(1-p_e E/kT). \end{aligned} \right\} \quad (38.23)$$

Dakle, kod slabih polja opravdana je jednokost:

$$N_x = N_1 + N_2 = 2A.$$

A pošto je $N_x = N/3$, to je $2A = N/3$.

I tako je: $A = N/6$. (38.24)

4. Dobijene vrednosti za broj molekula, orijentisanih duž polja N_1 i nasuprot polja N_2 , omogućavaju da se izračuna veličina vektora polarizacije. Zamenivši (38.23) i (38.24) u (38.21) dobija se

$$P = \frac{(N_1 - N_2)p_e}{V} = \frac{2Ap_e^2 E}{VkT} = \frac{NP_e^2 E}{3VkT} = \frac{nP_e^2 E}{3kT} \quad (38.25)$$

Odatle izlazi, da je električna supsceptibilnost gasa, koji se sastoji iz polarnih molekula, ima oblik

$$\chi_e = \frac{n p_e^2}{3 \epsilon_0 k T} \quad (38.26)$$

Ne gledajući na to, da smo pri izvođenju učinili niz olakšavajućih pretpostavki, dobijeni rezultat se javlja kao ispravan.

Ta činjenica, da se pri nepromenjenoj koncentraciji molekula (dakle, pri nepromenjenoj gustini gasa) električna susceptibilnost pri orijentacionoj polarizovanosti menja obrnuto proporcionalno apsolutnoj temperaturi, naziva se zakon Debaja:

$$\chi_e = \frac{\text{const}}{T} \quad (38.27)$$

On je sigurno potvrđen eksperimentalno za niz gasova i para.

Prirodno, da se ovaj zakon ne ispunjava pri niskim temperaturama, gde se može pokazati, da je $p_e E \approx kT$. No onda se i sva naša rasudjivanja pokazuju pogrešnim.

JEDNOSMERN A S T R U J A

§ 39.1. Spoljašnje polje. Napon i EMS

1. Električnom strujom naziva se uredjeno kretanje naelektrisanja. Ako se uredjeno kretanje naelektrisanja pojavljuje u provodniku, onda se električna struja naziva strujom provodljivosti.

Može se ukazati na niz faktora, koji su sposobni da izazovu uredjeno kretanje naelektrisanja. Pre svega, to mogu biti električne (kulonove) sile, pod dejstvom kojih pozitivna naelektrisanja počinju da se kreću duž linija sile polja, a negativna naelektrisanja - nasuprot linija sile polja. Polje tih sila nazvaćemo kulonovim, a jačinu tog polja označićemo sa E_{kul} .

Osim toga, na naelektrisanja mogu dejstvovati sile koje nisu elektrostatičke, npr, magnetske (gl.41). Dejstvo tih sila (analogno) slično je dejstvu nekog električnog polja. Nazovimo te sile (stranim) spoljašnjim, a polje tih sila (stranim) spoljašnjim poljem jačine E^* .

Na kraju, uredjeno kretanje naelektrisanje može se javiti i bez dejstva spoljašnjih sila, a na račun pojave difuzije ili na račun hemijskih reakcija u izvoru struje. Rad, koji se troši na uredjeno kretanje naelektrisanja vrši se na račun unutrašnje energije izvora struje. I mada ovde nema pravog dejstva nekih sila na slobodna naelektrisanja, pojava protiče tako, kao da na naelektrisanja deluje neko strano polje. Zato radi jedinstva rasudjivanja mi u ovom slučaju uvodimo efektivno spoljašnje polje E^* .

2. Kao energetska karakteristika kulonovog polja služi potencijal. Uvedimo veličine, koje bi mogle služiti kao energetske karakteristike spoljašnjeg polja. Saglasno odredjivanju (vidi § 18.7)

razlika potencijala jednaka je odnosu rada, koji vrše kulonove sile pri premeštanju nekog naelektrisanja, prema vrednosti tog naelektrisanja:

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{kul}}{q} \quad (39.1)$$

Ako se pri premeštanju naelektrisanja rad vrši ne samo kulonovim no i spoljašnjim silama, onda je ukupan rad jednak

$$A = A_{kul} + A_{spolj} \quad (39.2)$$

gde je A_{kul} - rad kulonovih sila, A_{spolj} - rad, koji se vrši na račun dejstva izvora energije koji nisu električni, naprimer magnet-skih sila, ili na račun promene unutrašnje energije pri difuziji naelektrisanih čestica, ili na račun promene unutrašnje energije supstanci, koje stupaju u hemijsku reakciju, ili na račun svetlosne energije (fotoefekat, vidiš 68.1). Podelivši levu i desnu stranu sa veličinom (vrednošću) naelektrisanja koje se premešta, dobija se

$$\frac{A}{q} = \frac{A_{kul}}{q} + \frac{A_{spolj}}{q} \quad (39.3)$$

3. Napon na datom delu kola naziva se veličina, koja je jednaka odnosu ukupnog rada, koji se vrši pri premeštanju naelektrisanja, i veličine tog naelektrisanja:

$$U = \frac{A}{q} \quad (39.4)$$

Elektromotorna sila (ili skraćeno EMS) na datom delu naziva se veličina, jednaka odnosu rada, koji vrše izvori energije koji nisu električni, pri pomeranju naelektrisanja i veličine samog tog naelektrisanja:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{spolj}}{q} \quad (39.5)$$

Iz određivanja ovih veličina izlazi, da kako napon tako i EMS mere se u sistemu SI u voltima.

4. Upoređujući izraze (39.3), (39.4) i (39.5), dobija se

$$u = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E} \quad (39.6)$$

I tako, napon na delu kola jednak je zbiru razlike potencijala i elektromotorne sile.

Mogući su sledeći česti slučajevi:

a) Ako je deo kola homogen i na njemu ne dejstvuju spoljašnje sile, onda je EMS jednaka nuli a napon jednak razlici potencijala:

$$u_{\text{homog}} = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (39.7)$$

b) U zatvorenom kolu napon je jednak algebarskom zbiru EMS. Ustvari, neka se zatvoreno kolo sastoji od tri dela, onda je

$$u_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_1, \quad u_2 = \varphi_2 - \varphi_3 + \mathcal{E}_2, \quad u_3 = \varphi_3 - \varphi_1 + \mathcal{E}_3$$

Rad na premeštanju naelektrisanja po zatvorenom kolu jednak je zbiru radova na delovima; dakle

$$U_{\text{kola}} = U_1 + U_2 + U_3 = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 \quad (39.8)$$

5. Kao što je bilo pokazano u §37.3, jačina kulonovog polja $E_{\text{kul}} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)}{l}$.

Podelimo izraz (39.6) sa dužinom provodnika l , pa se dobija

$$\frac{U}{l} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l} + \frac{\mathcal{E}}{l} \quad (39.9)$$

po analogiji veličinu u/l nazivamo srednjom jačinom sumarnog polja i označimo je sa E :

$$E = \frac{u}{l} \quad (39.10)$$

Shodno tome veličinu $\mathcal{E}/l$ nazivamo srednjom jačinom spoljašnjeg polja i označimo je sa E^* :

$$E^* = \mathcal{E}/l \quad (39.11)$$

Sa uračunjavanjem tih određivanja može se izraz (39.9) napisati kao:

$$E = E_{kul} + E^* \quad (39.12)$$

tj. jačina sumarnog polja je zbir jačina kulovog i spoljašnjeg polja.

§ 39.2. Jačina struje i gustina struje

1. Kvantitativna karakteristika struje jeste veličina, jednaka odnosu naelektrisanja Δq , koje se prenosi kroz poprečni presek provodnika za vreme Δt , i tog vremenskog intervala:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (39.13)$$

(Ova veličina ne baš srećno, nazvana je silom (jačinom) struje, mada ničega zajedničkog sa opšte poznatim o sili nema).

Tačno značenje jačine struje mi dobijamo, ako u izrazu (39.13) predjemo na graničnu vrednost pri uslovu da je interval vremena Δt beskonačno mali:

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (39.14)$$

2. Ako se jačina struje i njen smer ne menjaju sa vremenom, onda se ona naziva (konstantnom) jedn. nernom strujom.

Za jednosmernu struju imamo

$$i = \frac{q}{t} \quad (39.15)$$

Napomenimo, da je u nerazgranatom kolu jednosmerne struje jačina struje u svim presecima provodnika jedna te ista. U sušti-

ni, naelektrisanje Δq_1 , koje prolazi kroz presek provodnika S_1 za vreme Δt , mora biti jednako naelektrisanju Δq_2 koje prolazi kroz presek S_2 za isto to vreme. U suprotnom slučaju u zapremini provodnika između oba preseka došlo bi do nagomilavanja naelektrisanja, promenilo bi se električno polje, a to bi sa svoje strane dovelo do promene struje, što je suprotno uslovu njene konstantnosti. Ali iz $\Delta q_1 = \Delta q_2$ sleduje $\frac{\Delta q_1}{\Delta t} = \frac{\Delta q_2}{\Delta t}$ ili što je trebalo i dokazati.

Jedinica merenja jačine struje u SI sistemu jeste amper (A) - to je jačina jednosmerne električne struje, pri kojoj kroz poprečni presek provodnika kroz svaku sekundu prođe naelektrisanje od jednog kulona:

$$1A = \frac{1C}{1s}$$

4. U nekim slučajevima zgodno je koristiti veličinu koja se naziva gustina struje. Srednja gustina struje jednaka je odnosu jačine struje i površine poprečnog preseka provodnika:

$$j = \frac{i}{S} \quad (39.16)$$

Jedinica gustine struje u SI sistemu je A/m^2 . U praksi se koristi $1A/mm^2 = 10^6 A/m^2$.

Izrazimo jačinu struje i gustinu struje preko brzine uredjenog kretanja slobodnih naelektrisanja u provodniku. Neka je koncentracija slobodnih naelektrisanja jednaka $n = \Delta N / \Delta V$, gde je ΔV - deo zapremine provodnika; naelektrisanje jednog slobodnog nosioca struje iznosi e a srednja brzina njegovog uredjenog kretanja iznosi $\bar{v}$. Onda za vreme Δt kroz presek S prolazi naelektrisanje $\Delta q = e\Delta N = en\Delta V = enS\bar{v}\Delta t$. Jačina struje je

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = enS\bar{v} \quad (39.17)$$

Gustina struje $j = \frac{i}{S} = en\bar{v} \quad (39.18)$

Ovi izrazi će nam koristiti pri rešavanju niza zadataka.

6. Odredimo srednju brzinu uređenog kretanja provodnih elektrona u metalima. Koncentracija slobodnih elektrona mora se ovde približno poklapati sa koncentracijom atoma $n = 10^{28} - 10^{29} \text{ m}^{-3}$.

Najveća gustina struje u metalnim provodnicima iznosi oko $10 \text{ A/mm}^2 = 10^7 \text{ A/m}^2$. Tada je

$$\bar{v} = \frac{j}{en} = \frac{10^7}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{28}} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} = 6 \text{ mm/s}.$$

Eksperimenti potvrđuju red dobijene vrednosti. Tako mala brzina uređenog kretanja provodnih elektrona nalazi se, na prvi pogled, u protivurečnosti s tim, što se pri uključivanju električnog kola struja u njemu uspostavlja praktično trenutno. Međutim, ničega paradoksalnog tu nema. Stvar je u tome, što električno polje, koga stvara izvor struje, pojavljuje se praktično istovremeno u celom kolu, zato istovremeno sa vektorima brzine toplotnog kretanja elektrona u bilo kom delu kola povećava se i vektor brzine uređenog kretanja v , koji iznosi približno 6 mm/s .

§39.3. Omov zakon za homogeni deo kola

1. Čitaocu je već poznat jedan od osnovnih zakona kola jednosmerne struje - Omov zakon za homogeni deo kola. Suština ovog zakona sastoji se u sledećem. Neka imamo homogeni provodnik, to može biti komad homogenog metala konstantnog preseka, čije sve tačke imaju jednaku temperaturu. Ako se na krajevima tog provodnika održava stalna razlika potencijala $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, onda u provodniku protiče struja, čija je jačina proporcionalna toj razlici potencijala:

$$i = G\Delta\varphi = \frac{\Delta\varphi}{R} \quad (39.19)$$

Prema tome, u homogenom delu kola jačina struje je proporcionalna razlici potencijala na njegovim krajevima.

2. Koeficijent G naziva se elektroprovodljivost dela kola . Recipročna veličina:

$$R = \frac{1}{G} = \frac{\Delta\varphi}{i} \quad (39.20)$$

se naziva električna otpornost dela kola (ili prosto otpornost)

§ 39.4. Otpornost - otpor

1. Čitaocu je poznato, da je otpor metalnog provodnika proporcionalan njegovoj dužini ℓ a obrnuto proporcionalan površini njegovog poprečnog preseka S :

$$R = \rho \frac{\ell}{S} \quad (39.21)$$

Provodnik, čija se otpornost određuje izrazom (39.21), ponekada se naziva rezistorom (od engleske reči: resistance - otpornost).

Veličina ρ naziva se specifičnim otporom supstance, od koje je napravljen provodnik. Recipročna veličina

$$\gamma = \frac{1}{\rho} \quad (39.22)$$

naziva se specifična električna provodljivost.

2. U međunarodnom sistemu, jedinica za merenje otpora je Om. Om - je otpor provodnika, u kojem protiče struja od 1 ampera, ako se na njegovim krajevima održava razlika potencijala od 1 volta:

$$1\text{Om} = \frac{1\text{V}}{1\text{A}} \cdot [1\Omega]$$

Jedinica za merenje specifičnog otpora u SI sistemu jeste Om . m:

$$[\rho] = [RS/\ell] \approx \text{Om} \cdot \text{m}^2/\text{m} = \text{Om} \cdot \text{m}$$

U praksi se često koristi i milion puta manja jedinica:

$$1 \Omega \text{ mm}^2/\text{m} = 10^{-6} \Omega \text{ m}$$

3. U dovoljno širokom intervalu temperatura, daleko od apsolutne nule, specifični otpor metalnih provodnika javlja se kao linearna funkcija temperature t (po skali Celzijusa)

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t) \approx \rho_0 \alpha T \quad (39.23)$$

(Ustvari, pošto je $\alpha \approx (4-5) \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \approx \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}$ onda je

$$1 + \alpha t \approx 1 + \frac{t}{273} = \frac{T}{273} \approx \alpha T)$$

§ 39.5. Omov zakon u diferencijalnom obliku

1. Transformišimo nekoliko izraza Omovog zakona za deo kola. Radi toga u formuli (39.19) izrazimo jačinu struje preko gustine struje saglasno (39.16), otpornost izrazimo preko osobina provodnika saglasno (39.21), a razliku potencijala - preko jačine polja (37.9); dobijamo da je $jS = \frac{E\ell S}{\rho\ell}$ ili, posle skraćivanja, $j = \frac{E}{\rho}$. Izrazivši u ovoj formuli specifični otpor preko specifične elektroprovodljivosti saglasno (39.22) dobijamo

$$j = \gamma E \quad (39.24)$$

Prema tome, gustina struje proporcionalna je jačini polja u datoj tački provodnika. Ovaj izraz nosi naziv: Omov zakon u diferencijalnom obliku.

2. Zamenivši u (39.24) izraz za gustinu struje (39.18), imamo $en\vec{v} = \gamma E$, odakle se dobija

$$\vec{v} = \gamma E / en \quad (39.25)$$

Dakle, pokazuje se, da je srednja brzina uredjenog kretanja slobodnih naelektrisanja u provodniku (npr. slobodnih elektrona u metalima) proporcionalna jačini električnog polja u tom provodniku.

3. Odnos srednje brzine uredjenog kretanja slobodnih naelektrisanja i jačine polja u provodniku naziva se pokretljivošću naelektrisanja:

$$b = \frac{\bar{v}}{E} = \frac{\gamma}{en} \quad (39.26)$$

§39.6. Omov zakon za nehomogeni deo kola i za zatvoreno kolo

1. U formuli (39.24) faktički figuriše jačina kulovog polja, pošto je taj izraz bio dobijen iz Omovog zakona za homogeni deo kola, gde dejstvuje samo kulonovo polje. Medjutim savršeno je svejedno, kakvo polje dejstvuje na naelektrisano - kulonovo, spoljašnje ili ukupno - rezultujuće. Otuda sleduje, da ako na datom delu kola dejstvuje ne samo kulonovo polje, već i spoljašnje (nehomogeni deo kola), onda je brzina kretanja naelektrisanja, a shodno tome i gustina struje proporcionalni jačini ukupnog polja.

Zamenivši u (39.24) vrednost jačine ukupnog polja (39.10) i gustine struje (39.16), dobija se $i/S = \gamma u/l$, odakle je

$$u = \frac{i l}{\gamma S} = \frac{i \rho l}{S} = i R \quad (39.27)$$

2. Dakle, za nehomogeni deo kola Omov zakon se formuliše na sledeći način: jačina struja proporcionalna je naponu na delu kola i obrnuto proporcionalna njegovom otporu:

$$i = \frac{u}{R} \quad (39.28)$$

Zamenivši vrednosti napona iz (39.6), može se Omov zakon napisati i u ovom obliku:

$$i = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R} \quad (39.29)$$

Pri tome treba obratiti pažnju na znak EMS. Ako se smer vektora jačine spoljašnjeg polja poklapa sa smerom vektora jačine kulonovog polja, onda EMS i razlika potencijala imaju isti znak, u suprotnom slučaju njihovi znaci su suprotni.

3. U zatvorenom kolu razlika potencijala jednaka je nuli, pošto je kulonovo polje konzervativno (polje koje se održava). Prema tome, za zatvoreno kolo Omov zakon ima oblik

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad (39.30)$$

Ovde pod R treba podrazumevati ukupni otpor kola, uključujući i unutrašnji otpor izvora struje, pod $\mathcal{E}$ - podrazumevano algebarski zbir EMS. Često se Omov zakon za zatvoreno kolo piše u ovom obliku:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \quad (39.31)$$

Ovde se pod R podrazumeva otpor svih otpornika koji obrazuju kolo (otpor opterećenja), a pod r - unutrašnji otpor izvora struje.

§ 39.7. Džul - Lencov zakon

1. Na otporima se vrši nepovratno pretvaranje energije električne struje u unutrašnju energiju provodnika. Mehanizam te pojave objasnićemo u § 44.6, a sada ovde razmotrimo samo neke kvalitativne odnose.

Ako su provodnici nepokretni i ako se u njima pod dejstvom struje ne vrše hemijske reakcije, onda se temperatura provodnika menja. Promena unutrašnje energije provodnika (količina toplote) Q jednaka je radu A , koji vrši rezultujuće polje pri premeštanju naelektrisanja:

$$Q = A = q_u = iut \quad (39.32)$$

Koristeći se Omovim zakonom, dobijaju se dva ekvivalentna izraza:

$$Q = i^2 R t = \frac{u^2 t}{R} \quad (39.33)$$

To je ustvari Džul - Lencov zakon. Napomenimo, da je ovde količina toplote Q izražena u džulima (J), kako je i dato u međunarodnom sistemu jedinica.

2. Za određivanje toplotnog dejstva struje, može se, prirodno, koristiti obema formulama (39.33). Ako je pak potrebno uporediti dva otpora po osobinama toplotnih procesa, koji se javljaju u njima, onda je prethodno nužno ustanoviti: protiče li kroz njih ista (jednaka) struja ili se oni nalaze pod jednakim naponom?

Ako kroz dva otpora protiču jednake (iste) struje, onda saglasno formuli

$$Q = i^2 R t$$

više se povećava unutrašnja energija otpornika sa većom otpornošću. Sa takvim slučajem mi se srećemo, naprimer, u kolu sa redno vezanim otporima.

Ako se pak oba otpora nalaze pod jednakim naponom, onda saglasno formuli

$$Q = \frac{u^2 t}{R}$$

jače se zagreva otpornik sa manjom otpornošću. Takav efekat, se najčešće primećuje kod paralelnog vezivanja otpora.

§ 39.8. Punjenje i pražnjenje kondenzatora

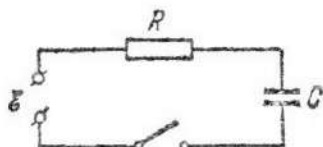
1. Posmatrajmo kolo, koje se sastoji od, otpornika, kondenzatora i izvora energije (sl. 39.1). Neka je u početku kondenzator prazan, tada je razlika potencijala između njegovih obloga - ploče jednaka nuli.

Pri zatvaranju kola kroz provodnik prodje struja. U prvom trenutku (početku) struja je $i_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$, pošto kondenzator nije napunjen. Srazmerno punjenju (naelektrisanju) kondenzatora između obloga kondenzatora javlja se razlika potencijala, i kulčno-vo polje će dejstvovati suprotno kretanju slobodnih naelektrisanja, i time smanjivati struju u kolu. Na osnovu Omovog zakona imamo

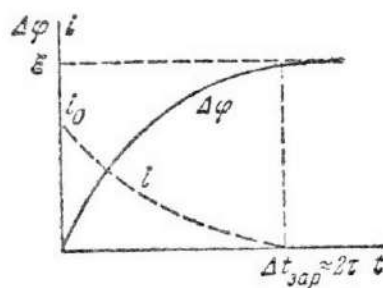
$$i = \frac{\mathcal{E} - \Delta\varphi}{R}$$

Kada razlika potencijala između obloga kondenzatora bude jednaka EMS - i izvora, struja prestaje.

Grafik promene potencijala i struje dat je na sl. 39.2.



Sl. 39.1



Sl. 39.2

2. Precizno određivanje pojava u kolu, elementarnim metodama je nemoguće. Međutim, koristeći se zakonom održanja energije, može se približno odrediti vremenski interval Δt , za koji se kondenzator puni. U suštini, rad, koji vrši izvor struje za to vreme, jednak je promeni unutrašnje energije otpornika plus promeni energije kondenzatora:

$$A_{\text{spolj}} = Q + \frac{1}{2} S \mathcal{E}^2$$

Krajnji potencijal kondenzatora jednak je EMS-i izvora, a rad izvora i promena unutrašnje energije otpornika može se izraziti preko srednje jačine struje:

$$i_{\text{sr}} \mathcal{E} \Delta t = i_{\text{sr}}^2 R \Delta t + \frac{1}{2} S \mathcal{E}^2$$

Približno može se uzeti, da je $i_{sr} \approx i_0/2 = \frac{\mathcal{E}}{2R}$.

Tada je
$$\frac{\mathcal{E}^2}{2R} \Delta t \approx \frac{\mathcal{E}^2 R \Delta t}{4R^2} - \frac{C \mathcal{E}^2}{2} t$$

ili
$$\Delta t_{\text{punj}} \approx 2RC = 2\tau \quad (39.4)$$

Proizvod $\tau = RC$ zove se vremenska konstanta za kolo, koje se sastoji od otpornika i kondenzatora, ili drugačije - vremenom relaksacije.

Ta veličina služi kao karakteristika tog vremenskog intervala, za koji se u kolu uspostavlja ravnotežno stanje.

3. Predlažemo čitaocu da samostalno odredi vreme, za koje se napunjeni kondenzator isprazni preko otpornika. U tom cilju treba izjednačiti energiju napunjenog kondenzatora promeni unutrašnje energije otpornika. Radi jednostavnijeg računanja uzeti $i_{sr} \approx \frac{\mathcal{E}_0}{2R}$; tada pokazuje, da je

$$\Delta t_{\text{praž}} \approx 2RC \approx 2\tau.$$

GLAVA 40

MAGNETSKO POLJE U VAKUUMU

§ 40.1. Medjusobno dejstvo struja. Magnetske sile

1. Zategnimo dve dugačke staniolske trake paralelno jedna drugoj u priključimo ih za izvor struje. Ako kroz oba provodnika protiču struje istog smera, onda se trake medjusobno privlače. Ako pak struje u provodnicima imaju suprotan smer, trake se odbijaju jedna od druge. Pokušajmo da objasnimo uzrok ove pojave.

U metalima postoje slobodni elektroni (elektronski gas), rasporedjeni unutar jonske rešetke. Ukupno naelektrisanje pozitivno naelektrisanje jonske rešetke i negativno naelektrisanog elektronskog gasa jednako je nuli; naelektrisanja su rasporedjena u provodniku ravnomerno, pošto u sistemu nema dipolnog momenta. Blagodareći tome ukupna jačina električnog polja jonske rešetke i elektronskog gasa van provodnika jednaka je nuli i oko provodnika ne postoji električno polje. Zapravo zato provodnici pri odsustvu struje ne dejstvuju jedan na drugog.

Medjutim kada imamo struju u provodnicima, tj. uredjeno kretanje slobodnih elektrona, izmedju provodnika se javlja sila medjusobnog dejstva. To nas navodi na zaključak, da sile medjusobnog dejstva izmedju pokretnih naelektrisanja razlikuju se od sila medjusobnog dejstva nepokretnih naelektrisanja.

Dopunske sile medjusobnog dejstva, koje se javljaju izmedju pokretnih naelektrisanja, uzeto po istorijskim shvatanjima nazivaju se magnetskim silama. Stvar je u tome, da na provodnik sa strujom, koji je postavljen u blizini stalnog magnetskog polja, deluju analogne sile.

2. Treba obratiti pažnju na tu činjenicu, da na osnovu njutnove mehanike nije moguće objasniti pojavu magnetskih sila. U sušitni, u njutnovoju mehanici sile medjusobnog delovanja vezane su samo za ubrzanja. Zato saglasno njutnovoju mehanici sile medju-

sobnog dejstva izmedju naelektrisanja koja se ravnomerno kreću ne bi se morale razlikovati od sila medjusobnog dejstva izmedju nepokretnih naelektrisanja, što ne odgovara eksperimentu.

Može se prići tom pitanju i sa druge pozicije. U njutnovoj mehanici sila se javlja kao funkcija rastojanja izmedju tela koja medjusobno deluju i njihovih relativnih brzina. Ali rastojanja izmedju elektrana provodljivosti pri pojavi struje nisu se promenila; njihova relativna brzina jednog u odnosu na drugi ostala je jednaka nuli. Reklo bi se, da i pojava nikakvih sila nije obavezna.

Medjutim eksperiment svedoči o tome, da pri kretanju elektrona izmedju njih su se pojavile sile, kojih nije bilo u odsustvu struje. Samim tim je pokazana ograničenost njutnove mehanike i nepodesnost njenih pokazivanja za tumačenje magnetskog medjusobnog dejstva.

3. U sledećim paragrafima, pokazaćemo, da u okvirima pokazivanja teorije relativnosti se dobija pravilna interpretacija magnetskog uzajamnog dejstva. Zakonitosti dobijene na toj osnovi pokazuju potpunu saglasnost sa eksperimentom.

§ 40.2. Zakon transformacije za poprečni impuls i poprečnu silu

1. U glavama 12 i 13 bile su izvedene transformacije za koordinate i vreme - Lorencove transformacije (vidi 12.7), a takodje i izrazi za impuls i silu (vidi §§13.1 i 13.2). Odredimo transformaciju za projekcije impulsa i sile duž aplikatne ose, tj. za poprečni impuls i poprečnu silu.

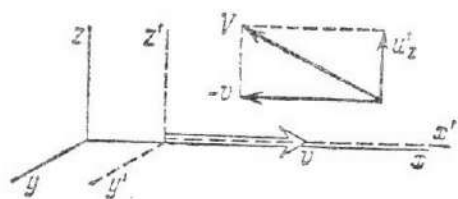
Neka se neko telo (tačnije - materijalna tačka) sa sopstvenom masom m_0 kreće brzinom $u_z = \frac{\Delta z}{\Delta t}$ duž aplikatne ose. Tada je projekcija njenog impulsa na tu osu,

$$P_z = mu_z = \frac{m_0 u_z}{\sqrt{1 - u_z^2/c^2}} \quad (40.1)$$

Projekcija sile na tu istu osu je

$$F_z = \frac{\Delta P_z}{\Delta t} \quad (40.2)$$

Posmatrajmo, kakve će biti komponente impulsa p'_z i sile F'_z u drugom sistemu referencije, koji se kreće ravnomerno duž apscisne ose sa brzinom v (sl. 40.1)



Sl. 40.1

2. Ukoliko se posmatra kretanje tela samo duž aplikatne ose, onda se apscisa tela ne menja ($x = \text{const}$). Saglasno Lorencovim transformacijama ovde je

$$z' = z, \quad \Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (40.3)$$

i projekcija brzine tela na aplikatnu osu u novom sistemu referencije je

$$u'_z = \frac{\Delta z'}{\Delta t'} = \frac{\Delta z}{\Delta t} \sqrt{1 - v^2/c^2} = u_z \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (40.4)$$

Masa u novom sistemu referencije je:

$$m' = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (40.5)$$

Napomenimo, da u formulama (40.3) i (40.5) figurišu različite brzine. Suština je u tome, što vreme mi smatramo uvek nepromenljivim u odnosu na sistem referencije, zato u zakon transformacije vremena ulazi brzina kretanja jednog sistema referencije u odnosu na drugi v . Telo se kreće u odnosu na oba sistema referencije: u odnosu na neindeksirani - sa brzinom u_z , u odnosu na indeksirani crticom - sa brzinom

$$v = \sqrt{v^2 + (u'_z)^2} \quad (\text{Sl.40.1})$$

Naime ta brzina i ulazi u zakon menjanja mase.

Dalje imamo:

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2} - \frac{(u_z')^2}{c^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2} - \frac{u_z^2}{c^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \left(1 - \frac{u_z^2}{c^2}\right)$$

zamenivši u (40.5), dobijamo, uzimajući u obzir (40.1):

$$m' = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2} \cdot \sqrt{1 - u_z^2/c^2}} = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (40.6)$$

Odredimo poprečni impuls u novom sistemu referencije. Koristeći se (40.4) i (40.6), imamo

$$p_z' = m' u_z' = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot u_z \sqrt{1 - v^2/c^2} = m u_z = p_z \quad (40.7)$$

Prema tome, pri prelazu od jednog inercijalnog sistema referencije ka drugom poprečni impuls se ne menja.

3. Poprečna komponenta sile u novom sistemu referencije ima oblik

$$F_z' = \frac{\Delta p_z'}{\Delta t'} = \frac{\Delta p_z}{\Delta t} \sqrt{1 - v^2/c^2} = F_z \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (40.8)$$

Prema tome, za razliku od njutnove mehanike, u teoriju relativnosti, poprečna sila zavisi od brzine, što i omogućava da se objasni poreklo magnetskih sila.

§ 40.3. Sila međusobnog dejstva naelektrisanja u kretanju

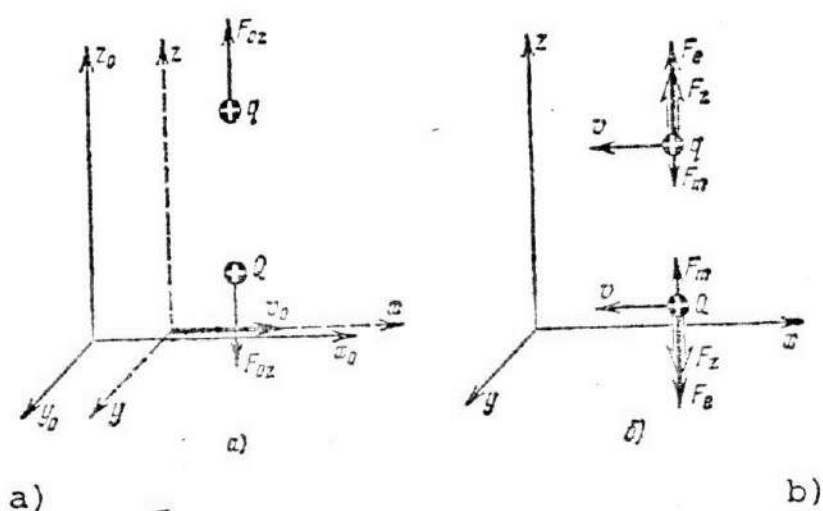
1. Neka su dva tačkasta naelektrisanja Q i q postavljena na rastojanju r jedno od drugog i nepokretna u odnosu na

sistem referencije $x_0 y_0 z_0$ (sl. 40.2a). Između naelektrisanja u tom slučaju dejstvuje kulonova sila:

$$F_{0z} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (40.9)$$

Posmatrajmo, kakve sile dejstvuju između tih naelektrisanja u sistemu referencije xyz , koji se kreće duž apscisne ose desno sa brzinom v_0 (sl. 40.2b). Saglasno (40.8) dobija se

$$F_z = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sqrt{1 - v_0^2/c^2} \quad (40.10)$$



Sl. 40.2

2. U odnosu na sistem xyz naelektrisanja Q i q kreću se sa brzinom $v = -v_0$ paralelno jedno drugom. Primećuje se, da je sila međusobnog dejstva između naelektrisanja u tom sistemu referencije manja, nego u sistemu referencije $x_0 y_0 z_0$, u odnosu na koji ona miruju.

Pomnoživši brojilac i imenioc izraza (40.10) sa $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ i razloživši brojilac na dva člana, dobija se

$$F_z = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2 \sqrt{1-v^2/c^2}} - \frac{qQv^2}{4\pi\epsilon_0 r^2 c^2 \sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (40.11)$$

3. Prvi član u ovom izrazu možemo posmatrati kao električnu komponentu poprečne sile:

$$F_e = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}} = qE \quad (40.12)$$

gde je E - jačina poprečnog električnog polja u sistemu referencije xyz:

$$E = \frac{F_e}{q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (40.13)$$

Drugi član u (40.11) može se posmatrati kao magnetska komponenta poprečne sile:

$$F_m = \frac{qQv^2}{4\pi\epsilon_0 r^2 c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (40.14)$$

4. Podelivši (40.14) sa (40.12), dobijamo odnos magnetske sile i električne:

$$\frac{F_m}{F_e} = \frac{v^2}{c^2} \quad (40.15)$$

Prema tome, magnetska komponenta poprečne sile znatno je manja od električne. Zato pri određivanju sile međusobnog dejstva između slobodnih naelektrisanja mogu se u prvoj aproksilaciji zanemariti magnetske sile i izvršiti račun po poznatim formulama elektrostatičke.

Medjutim u slučaju, kada se naelektrisanja kreću u provodniku, električne sile se predstavljaju kompenzovanim (§40.1) i ostaje samo magnetska sila. Naime time se i objašnjava magnetsko uzajamno dejstvo provodnika sa strujom, a takodje i drugi slučajevi magnetskih dejstava u elektromagnetima, elektromotorima i t.sl.

§ 40.4. Vektor indukcije magnetskog polja.
Linije sile

1. Izraz (40.14) napišimo ovako:

$$F_m = qv \frac{Qv}{4\pi\epsilon_0 r^2 c^2 \sqrt{1-v^2/c^2}} = qvB \quad (40.16)$$

gde je
$$B = \frac{Qv}{4\pi\epsilon_0 r^2 c^2 \sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{\mu_0 Qv}{4\pi r^2 \sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (40.17)$$

i naziva se indukcijom magnetskog polja, a $\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$ magnetskom konstantom. Na taj način, onalogno tome, kao što je za opisivanje električnog međusobnog dejstva bio uveden pojam električnog polja, uvedimo za opisivanje magnetskog međusobnog dejstva pojam magnetskog polja. Naime, uzmimo, da se oko pokretnog naelektrisanja Q pojavljuje magnetsko polje, to polje, sa svoje strane dejstvuje na pokretno naelektrisanje q .

Vektor indukcije predstavlja karakteristiku sile (snage) magnetnog polja analogno, kao što vektor jačine el. polja predstavlja karakteristiku snage (sile) električnog polja.

2. Indukcija magnetskog polja jednaka je količniku magnetske sile i proizvodu naelektrisanja i njegove brzine, pri uslovu, da se naelektrisanje kreće normalno na vektor indukcije:

$$B = \frac{F_m}{qv_1} \quad (40.18)$$

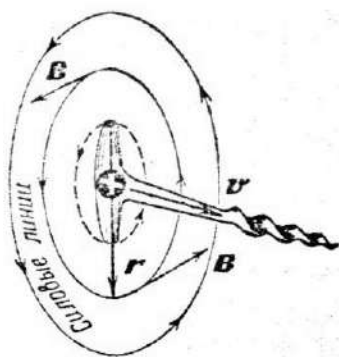
Jedinica za merenje indukcije magnetskog polja u sistemu SI naziva se Tesla (T) - to je indukcija, koja dejstvuje na naelektrisanje od 1C, koje se kreće sa brzinom od 1m/s normalno na vektor indukcije sa poprečnom silom od 1N:

$$1T = \frac{N \cdot s}{C \cdot m} = \frac{N}{A \cdot m} = \frac{J \cdot s}{C \cdot m^2} = \frac{V \cdot s}{m^2}$$

U sistemu CGS jedinica za merenje indukcije magnetskog polja jeste

$$\text{gaus (Ga)}; 1\text{Ga} = 10^{-4}\text{T}.$$

3. Smer vektora indukcije magnetskog polja određuje se na sledeći način. Neka se pozitivno naelektrisanje Q kreće sa brzinom $\vec{v}$; radius - vektor $\vec{r}$ normalan je na vektor $\vec{v}$ i usmeren je od naelektrisanja ka tački polja; tada je vektor $\vec{B}$ usmeren normalno na površinu, u kojoj leže vektori $\vec{v}$ i $\vec{r}$, i obrazuje sa njima desni obrtni sistem; ako se zavrtnaj sa desnim zavojem (rezom) zavrće po smeru vektora $\vec{v}$, a ručica usmeri duž radijusa - vektora $\vec{r}$, onda se smer njenog obrtanja poklapa sa smerom vektora $\vec{B}$ (sl.40.3). To pravilo se naziva "pravilom svrdla".



Sl.40.3.

4. Radi jasnijeg predstavljanja električnih polja uveli smo pojam linija sila (§37.1). Iz istih razloga uvedimo pojam o liniji sile magnetskog polja kao o krivoj, čija se tangenta u svakoj tački poklapa sa smerom vektora indukcije magnetskog polja.

Iz shvatanja simetrije je jasno, da linije sile magnetskog polja, koje se javlja oko naelektrisanja koje se kreće pravolinijski, same predstavljaju koncentrične krugove.

§ 40.5. Magnetsko polje provodnika sa strujom

1. Ako kroz provodnik protiče struja, onda se oko njega javlja magnetsko polje, tako reći, u "čistom obliku" bez električne komponente. Uzrok pojave takvog polja može se razumeti, polazeći od mehanizma provodljivosti. Radi objašnjenja posmatrajmo pojavu u metalnom provodniku.

Struja u metalnim provodnicima - predstavlja uređjeno kretanje slobodnih elektrona. Ranije je bilo istaknuto (40.13), da je jačina poprečnog električnog polja naelektrisanja koje se kreće

nešto veća od polja nepokretnog naelektrisanja. Ali brzina kretanja provodnih elektrona je neznatno mala u poređenju sa brzinom svetlosti (§39.2), pošto praktično jačinu električnog polja provodnih elektrona i pri prisustvu struje kompenzuje jačina polja jonske rešetke kao što je to imalo smisla (mesta) i pri odsustvu struje. Nekompenzirana ostaje samo indukcija magnetskog polja struja provodljivosti. Dakle, u tom slučaju mi i opažamo magnetsko polje u «čistom obliku», bez električne komponente (sl.40.4).

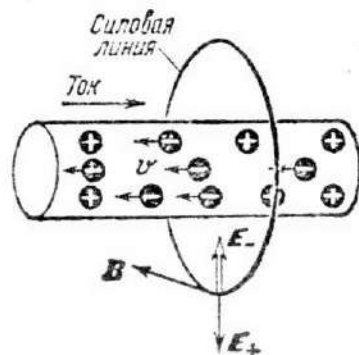
Preporučuje se čitaocu da se sam uveri u to, da u elektrolitima, gde je struja - uređeno kretanje pozitivnih i negativnih jona u suprotnim smerovima, mehanizam pojave magnetskog polja takav isti: električne komponente polja se kompenzuju, a magnetske se slažu.

Neka struja $-i$ teče preko provodnika u obliku prstena poluprečnika a (sl.40.5). Centar prstena poklapa se s koordinatnim početkom, provodnik leži u ravni yz , tada će apscisna osa biti osa simetrije. Izračunajmo indukciju polja u proizvoljnoj tački na toj osi.

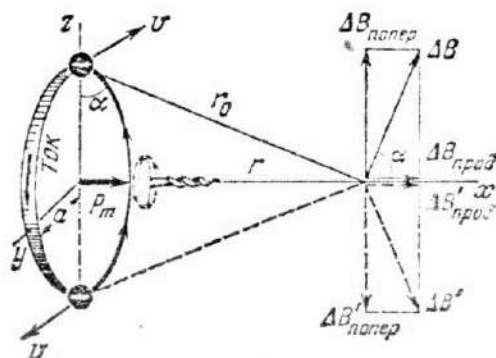
Indukcija polja nekog proizvoljnog elektrona može se odrediti pomoću formule (40.17). Zamenjujući $Q = e$ (naelektrisanju elektrona) i uzimajući, da je brzina provodnih elektrona mnogo manja od brzine svetlosti u vakuumu, imamo

$$\Delta B = \frac{\mu_0 e v}{4\pi r_0^2} \quad (40.19)$$

Vektor indukcije $\Delta \vec{B}$ usmeren je normalno na poluprečnik $\vec{r}_0$. Razložimo taj vektor na dva: duži ose simetrije $\Delta B_{\parallel} = \Delta B \cos \alpha$ i normalno na osu simetrije $\Delta B_{\perp} = \Delta B \sin \alpha$ (sl.40.5).



Sl.40.4.



Sl.40.5.

Za svaki elektron nadje se simetrični elektron, raspoređen na suprotnom kraju prečnika a koji se kreće u suprotnom smeru. Iz razloga simetrije jasno je, da je

$$\Delta B_{||}' = \Delta B_{||}, \quad \Delta B_{\perp}' = -\Delta B_{\perp}$$

Složimo sve vektore indukcije polja, dobijene od svih provodnih elektrona. Jasno je, da je zbir svih poprečnih projekcija vektora indukcije jednak nuli.

Ostaje samo longitudinalna komponenta vektora indukcije, usmerena duž ose simetrije:

$$B_{||} = N \Delta B_{||} = N \Delta B \cos \alpha \quad (40.20)$$

gde je N - broj provodnih elektrona u provodniku.

4. Neka je poprečni presek provodnika jednak S , tada je njegova zapremina $V = 2\pi a s$, a broj elektrona u njoj $N = nV = 2\pi n a s$. Uzimajući da je $\cos \alpha = \frac{a}{r_0}$, transformišemo izraz (40.20); dobijamo

$$B_{||} = \frac{\mu_0 \text{ envs} \cdot 2\pi a^2}{4\pi r_0^3}$$

No envs = i je jačina struje u provodniku (39.17).

Tako je,

$$B_{||} = \frac{2\mu_0 i \pi a^2}{4\pi r_0^3} \quad (40.21)$$

U slučaju, ako se tačka polja, gde se određuje vektor indukcije, nalazi daleko od centra kružnog strujnog provodnika na rastojanju

$$r = \sqrt{r_0^2 - a^2} \gg a,$$

može se približno uzeti $r \approx r_0$ i zameniti u izraz (40.21) rastojanje od tačke polja do provodnika rastojanjem od tačke polja do centra kružnog strujnog provodnika:

$$B_{||} = \frac{2\mu_0 i \pi a^2}{4\pi r^3} \quad (40.22)$$

Dobijena formula sasvim podseća na izraz za jačinu električnog polja na osi električnog dipola: $E = \frac{2Pe}{4\pi\epsilon_0 r^3}$ (vidi formulu 10.10). Poslednja formula, uzgred rečeno, opravdana je samo za tačke polja, koje se nalaze daleko od centra dipola.

§ 40.6. Magnetski moment

1. Magnetski moment ravnog okvira kroz koji protiče struja jeste proizvod struje i površine okvira:

$$P_m = iS \quad (40.23)$$

Za kružni strujni provodnik $P_m = \pi a^2 i$, gde je a - poluprečnik kruga. Jedinica za merenje magnetskog momenta u SI sistemu je $A \cdot m^2$.

Magnetski moment se može posmatrati kao vektor, pripisujući mu smer pozitivne normale na površinu okvira. Smer pozitivne normale a , time samim, i vektora magnetskog momenta nalazi se po pravilu svrdla (Maksvelova - pravila): ako se obrće ručica svrdla sa desnim rezom u smeru struje, onda postepeno kretanje svrdla pokazuje smer vektora magnetskog momenta (vidi sl. 40.5).

2. Koristeći se pojmom magnetskog polja, može se izraz (40.22) napisati u vektorskom obliku:

$$\vec{B}_{||} = \frac{2\mu_0 \vec{P}_m}{4\pi r^3} \quad (40.24)$$

Prema tome, na relativno većim rastojanjima od okvira kroz koji protiče struja magnetsko polje ima istu strukturu, kao i električno polje dipola (vidi § 10.6); ono je proporcionalno magnetskom momentu a obrnuto proporcionalno trećem stepenu rastojanja od izvora polja do tačke polja.

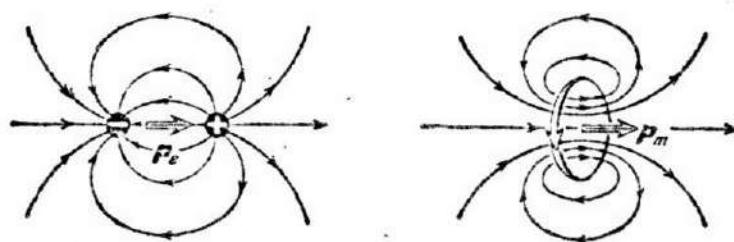
Koristeći se tom analogijom, napisaćemo izraz za indukciju magnetskog polja u tački, koja leži u ravni kružnog strujnog provodnika, tj. na pravoj normalnoj na vektor magnetskog momenta.

Analogno formuli (10.11) imamo

$$\vec{B}_M = -\frac{\mu_0 \vec{P}_M}{4\pi r^3} \quad (40.25)$$

Precizna određivanja potvrđuju ispravnost ovog rezultata. Znak minus pokazuje, da je smer vektora B suprotan smeru vektora magnetskog momenta.

3. Treba obratiti pažnju na tu činjenicu, da se u blizini okvira sa strujom struktura magnetskog polja principijelno razlikuje od strukture električnog polja dipola. Električni dipol se sastoji od dva jednaka po veličini a suprotna po znaku naelektrisanja. Linije sile električnog polja počinju na pozitivnom naelektrisanju a završavaju na negativnom. Linije sile magnetskog polja su zatvorene i obuhvataju okvir sa strujom. To se dobro vidi na sl. 40.6, gde su predstavljene linije sile polja električnog dipola i magnetskog polja okvira sa strujom. Međutim, na većim rastojanjima, kao što se vidi sa slike, oblik liniji sile oba polja je isti.



Sl. 40.6.

Napominjemo takodje, da na velikim rastojanjima od okvira sa strujom struktura polja prestaje da zavisi od veličine i oblika okvira.

Povećavajući površinu okvira i umanjujući saglasno, isto toliko puta jačinu struje, dobija se jedno te isto polje, jer se pri tome magnetski moment ne menja. Šta više, pokazuje se da oblik okvira prestaje da igra ulogu. Može se zameniti okrugli okvir sa kvadratnim, trouglastim itd, polje na većim rastojanjima od okvira se ne menja, ako se održava magnetski moment.

4. Na kraju, uvedimo pojam o magnetskom momentu naelektrisanja koje cirkuliše. Ako se naelektrisanje q kreće ravnomerno po krugu sa brzinom v , to polje koje se pojavljuje oko njega se neprekidno menja po smeru. Medjutim, srednja vrednost vektora indukcije na osi biće tako ista, kao da bi po krugu proticala struja

$$i = \frac{q}{T}, \text{ gde je } T = \frac{2\pi r}{v}$$

vreme jednog obrta (period). Odavde izlazi, da ima smisla uvođenje pojma o magnetskom momentu naelektrisanja koje cirkuliše (kruži).

$$P_m = i \cdot \pi r^2 = \frac{q \cdot \pi r^2}{T} = \frac{\pi r^2 q v}{2\pi r} = \frac{q v r}{2}$$

Prema tome, magnetski moment naelektrisanja koje cirkuliše je:

$$P_m = \frac{q v r}{2} \quad (40.26)$$

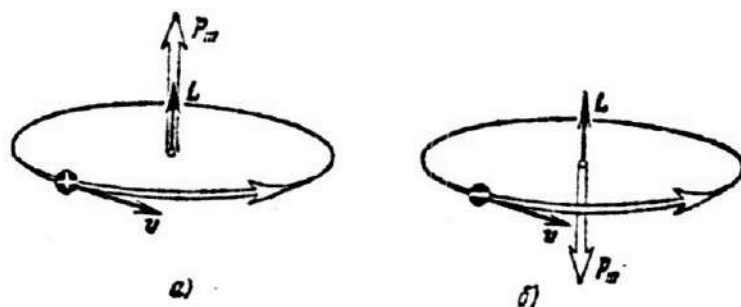
$$\text{ili pak: } P_m = \frac{q}{2m} \cdot m v r \quad (40.27)$$

gde je $L = m v r$ - moment impulsa.

Vidimo, da je magnetski moment naelektrisanja koje cirkuliše proporcionalnom momentu impulsa tela, koje nosi to naelektrisanje:

$$P_m = \frac{q}{2m} \cdot L \quad (40.28)$$

Moment impulsa $\vec{L}$, kao i magnetski moment $\vec{p}_m$ su vektori, normalni na ravan orbite. Ako na orbiti kruži pozitivno naelektrisanje, onda vektor $\vec{L}$ i $\vec{p}_m$ imaju isti smer i obrazuju desni zavrtanj sa smerom obrtanja naelektrisanja.



Sl. 40.7.

Ako na orbiti kruži negativno naelektrisanje (npr. elektron), onda saglasno (40.28) vektor magnetskog momenta ima smer, suprotan smeru orbitnog momenta (sl. 40.7).

§ 40.7. Jačina magnetskog polja

Uporedo sa vektorom indukcije $\vec{B}$, koja karakteriše snagu (silu) dejstva magnetskog polja na naelektrisanje u kretanju, često se uvodi pomoćni vektor $\vec{H}$, koji se naziva jačinom magnetskog polja. Jačina polja se određuje kao odnos indukcije polja i magnetske konstante μ_0 :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} \quad (40.29)$$

Napomenimo, da analogno učenju o električnom polju, gde je vektor snage (sile) $\vec{E}$ nazvan jačinom, a pomoćni vektor $\vec{D}$ - pomerajem, trebalo bi kod učenja magnetizma nazvati vektor sile (snage) $\vec{B}$ jačinom magnetskog polja, a pomoćni vektor $\vec{H}$ - magnetskom indukcijom ili magnetskim pomeranjem. Zbrka u terminologiji javila se još tada, kada fizički smisao vektora polja $\vec{B}$ i $\vec{H}$ nije bio dovoljno jasan.

2. Saglasno formulama (40.29) i (40.21) jačina magnetskog polja na osi kružnog strujnog provodnika je

$$H_1 = \frac{2\pi i a^2}{4\pi r_0^3} \quad (40.30)$$

U centru kružnog strujnog provodnika, gde je $r_0 = a$, imamo:

$$H_c = \frac{i}{2a} \quad (40.31)$$

Na osnovu ove zavisnosti može se odrediti jedinica merenja magnetskog polja u sistemu SI: 1 amper po metru dužine (A/m) - to je jačina magnetskog polja u centru kružnog okvira poluprečnika od 1m, po kojem teče struja od 2A.

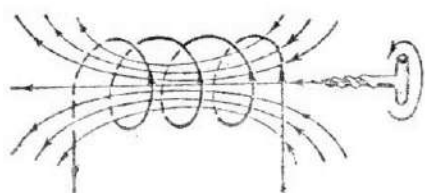
U sistemu CGC koristi se ersted (Oe):

$$1 \text{ Oe} = \frac{1000}{4\pi} \text{ A/m} \approx 80 \text{ A/m}.$$

§40.8. Magnetsko polje solenoida

1. Solenoidom se naziva cilindrična kutija koja ima veliki broj navojaka žice, namotanih na kalem čvrsto jedni uz drugi. Može se pretpostaviti, da solenoid sam predstavlja sistem kružnih strujnih provodnika istog poluprečnika, a koji imaju zajedničku osu.

Jačina magnetskog polja na osi solenoida jednaka je zbiru jačina polja od svakog kružnog strujnog provodnika. Smer vektora jačine (i vektora indukcije) određuje se po pravilu svrdla, kao što je prikazano na sl. 40.8.



Sl.40.8.

2. Neka je ukupan broj navojaka žice na solenoidu jednak w , a dužina solenoida l . Onda je gustina navojaka jednaka $n = w/l$ - to je ustvari broj navojaka na jedinici dužine. Neka je dužina solenoida mnogo veća od njegovog dijametra: $l \gg a$. Proizlazi, da u tom

slučaju polje unutar solenoida se može smatrati homogenim, tj. njegova jačina (i indukcija) u svim tačkama praktično je jedna te ista:

$$H = in \quad (40.32)$$

Samo u blizini krajeva solenoida polje počinje da slabiti, i na samom kraju polje je približno dva puta slabije, nego unutar solenoida - kutije.

$$H_{\text{kraju}} = \frac{in}{2} \quad (40.33)$$

§ 40.9. Invarijantnost naelektrisanja

1. Ranije, analizirajući prirodu magnetskog međusobnog dejstva, mi smo uzimali, da naelektrisanje u svim sistemima referencije ima jednu te istu vrednost (veličinu) tj. da se naelektrisanje javlja kao invarijanta.

Objasnimo te razloge, koji nas dovode do takvog zaključka.

Ako se uzme, da naelektrisanje nije invarijantno, već da se menja pri promeni brzine čestice, onda se po analogiji, može uzeti, da se ova promena predstavlja istom takvom formulom, kao i promena vremena, mase it.s.l. (vidi § 13.3):

$$\left| \frac{\Delta q}{q} \right| \approx 1 - \sqrt{1 - v^2/c^2} \approx \frac{v^2}{2c^2} \quad (40.34)$$

Ali brzina elektrona u atomu (§ 16.7) iznosi približno 10^6 m/s , odakle sleduje da je:

$$\left| \frac{\Delta q}{q} \right| \approx \frac{10^{12}}{2.9 \cdot 10^{16}} \approx 10^{-5}$$

2. Na prvi pogled ispada, da je ovo mala veličina koju je teško opaziti. Međutim, pažljivija analiza pokazuje, da tako nije.

Stvarno, pri promeni temperature tela, a takodje i pri hemijskim reakcijama energija elektrona menja se nekoliko puta (§§ 20.3. - 20.4.). Analogno se menja i brzina elektrona. A pošto se brzina jezgra pri tome ne menja, onda se ne menja ni njegovo naelektrisanje. Odavde izlazi, da i pri promeni brzine elektrona se narušila neutralnost atoma: ako u nekom stanju pozitivno naelektrisanje jezgra kompenzuje negativno naelektrisanje elektrona, onda u drugom stanju, kada se brzina kretanja elektrona menja, ta bi se kompenzacija narušila i atom bi bio naelektrisan. I mada bi promena naelektrisanja jednog atoma bila mala, makroskopska zapremina gasa ostvarila bi veće naelektrisanje.

Uzmimo radi primera 1 cm^3 gasa. U njemu se nalazi $N = 2,7 \cdot 10^{19}$ atoma (§26.9). Na osnovu (40.34) taj gas pri zagrevanju stekao bi suvišno (višak) naelektrisanje:

$$\Delta Q = N \Delta q \approx \frac{N e v^2}{2 c^2} \approx \frac{2,7 \cdot 10^{19} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{12}}{2 \cdot 9 \cdot 10^{16}} \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

To bi bilo praćeno pojavom električnog polja sa potencijalom

$$\varphi \approx \frac{\Delta Q}{4 \pi \epsilon_0 r} \approx \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 36 \pi \cdot 10^9}{4 \pi \cdot 10^{-2}} \approx 2 \cdot 10^7 \text{ V.}$$

Električno polje sa potencijalom od deset miliona volti lako bi se opazilo! Medjutim, ništa od toga eksperiment ne pokazuje.

3. Prema tome, predpostavljajući da se naelektrisanje ne javlja kao invarijanta, već da se menja sa promenom brzine čestice po formuli (40.34), došli smo do apsurdnih rezultata. Dakle, ta pretpostavka je netačna tj. pogrešna.

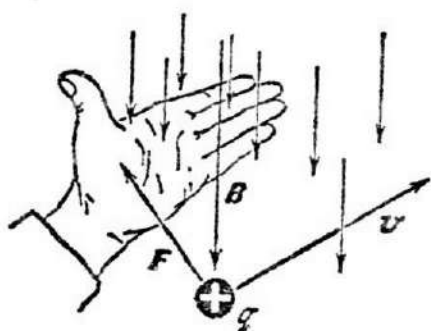
Ta činjenica, da se ni pri toplotnim procesima ni pri hemijskim reakcijama neutralnost atoma ne narušava, jeste ubedljiv dokaz invarijantnosti naelektrisanja.

GLAVA 41

NAELEKTRISANJA I STRUJE U MAGNETSKOM POLJU

§ 41.1. Lorencova sila

1. U prethodnoj glavi bilo je pokazano da na naelektrisanje koje se kreće brzinom $\vec{v}$ normalno na vektor indukcije $\vec{B}$, dejstvuje sila $F = qvB$ (40.18). Ona se naziva Lorencovom silom. Smer Lorencove sile može se odrediti pomoću pravila leve ruke: ako se postavi leva ruka tako, da vektor $\vec{B}$ ulazi u dlan, a da je vektor $\vec{v}$ upravljen duž četiri ispružena prsta, onda položaj palca pokazuje smer sile, sa kojom magnetsko polje dejstvuje na pozitivno naelektrisanje (sl. 41.1)



Sl.41.1.

Na negativno naelektrisanje, koje se kreće u istom smeru i u istom magnetskom polju, dejstvuje sila u suprotnom smeru.

Eksperiment takodje pokazuje, da ako se naelektrisanje kreće duž linija sile polja, tj. ako su vektori brzine i indukcije polja paralelni ili antiparalelni, onda magnetsko polje na to naelektrisanje ne dejstvuje.

Oдавде izlazi, da ako vektor brzine (kretanja) naelektrisanja $\vec{v}$ gradi sa vektorom indukcije $\vec{B}$ neki ugao $\alpha \neq \pi/2$, onda se može vektor brzine razložiti na dve komponente: uzdužnu $v_{\parallel} = v \cos \alpha$ i poprečnu (normalnu) $v_{\perp} = v \sin \alpha$.

Lorencova sila određuje se samo sa poprečnom komponentom brzine:

$$F = qv_{\perp}B = qvB \sin \alpha \quad (41.1)$$

2. Izraz za Lorencovu silu može biti napisan u vektorskom obliku, ako se uvede pojam jediničnog vektora $\vec{n}_0$. Moduo jedinič-

nog vektora jednak je jedinici $|\vec{n}_0| = 1$, zato množenje jediničnog vektora i skalara ne menja apsolutnu veličinu poslednjeg. Smer jediničnog vektora izaberemo takav, da bi bio normalan na vektor $\vec{v}$ i $\vec{B}$ saglasno pravilu leve ruke.

Lorencova sila kao vektor piše se u sledećem obliku

$$\vec{F} = \vec{n}_0 q v B \sin \alpha \quad (41.2)$$

Kao što je poznato, na naelektrisanje dejstvuje ne samo magnetno, već i električno polje. Dakle, ako se naelektrisanje kreće u elektromagnetskom polju, onda sila koja dejstvuje na njega može biti predstavljena kao vektorski zbir električne i magnetske komponente:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q (\vec{E} + \vec{n}_0 v B \sin \alpha) \quad (41.3)$$

Dati izraz naziva se uopšteni (generalni) oblik Lorencove sile.

3. Treba odgovoriti na jednu vrlo važnu razliku električne i magnetske komponente u uopštenoj Lorencovoj sili. Kao što je već bilo pokazano u § 18.7, pri premeštanju naelektrisanja u električnom polju vrši se rad, jednak proizvodu naelektrisanja i razlike potencijala: $A = q (\varphi_1 - \varphi_2)$. Magnetska sila - tj. u užem smislu Lorencova sila - rad ne vrši. Stvarno, elementarni rad $\Delta A = F \Delta l \cos \beta$, gde je β - ugao između smera sile i smera pomeranja. No kada je Lorencova sila normalna na pomeranje naelektrisanja ($\vec{F}_m \perp \vec{v}$), dakle ugao je $\beta = \pi/2$ a rad $\Delta A = 0$.

§ 41.2. Kretanje naelektrisanih čestica u homogenom magnetskom polju

1. Neka čestica, čije je naelektrisanje q i sopstvena masa m_0 , uleće u homogeno magnetsko polje ($\vec{B} = \text{const}$) sa nekom brzinom $\vec{v}$ normalno na linije sile polja (sl. 41.2). Za objašnjenje uzimamo, da čestica ima pozitivno naelektrisanje. Na česticu

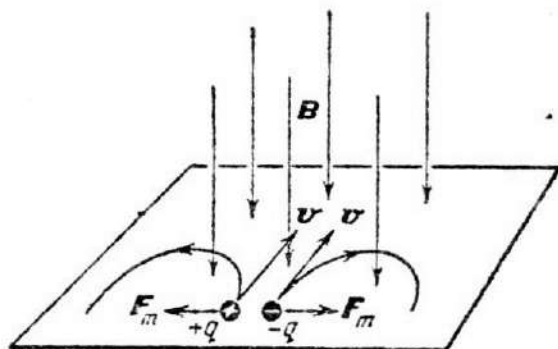
dejstvuje Lorencova sila, normalna na vektor brzine. Duž vektora brzine ne deluju nikakve sile na česticu. Dakle, jednačina kretanja čestice može se napisati kao:

$$F_t = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = 0,$$

$$F_n = \frac{mv^2}{r} = qvB. \quad (41.4)$$

Iz prve relacije sledi, da se moduo impulsa ne menja:
 $p = mv = \text{const.}$

Pošto je $p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, zaključujemo da se moduo brzine čestice u homogenom polju ne menja.



Sl.41.2.

Do ovog zaključka može se doći i na drugi način, i preko zakona održanja energije. Stvarno, u prošlom paragrafu bilo je pokazano, da magnetske sile ne vrše rad, dakle, kinetička energija čestice u homogenom magnet-skom polju se ne menja. A to i potvrđuje (svedoči) održanje modula brzine.

2. Iz druge jednakosti (41.4) sleduje da na česticu dejstvuje normalna (centripetalna) sila. Dakle, pravac brzine će se stalno menjati i čestica će se kretati po krivolinijskoj putanji (trajektoriji).

Pokažimo, da ta trajektorija predstavlja krug. U tom cilju odredimo poluprečnik krivine trajektorije:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB} \quad (41.5)$$

Pošto su naelektrisanje i indukcija polja konstantni, a moduo impulsa, kao što je ranije rečeno, takodje konstantna veličina, onda je $r = \text{const.}$ Krug je geometrijsko mesto tačaka, od kojih je rastojanje do centra konstantna veličina, tj. linija sa konstantnom krivinom ($r = \text{const.}$).

Prema tome, naelektrisana čestica koja uleće u homogeno polje normalno na linije sile, kreće se u polju ravnomerno po krivini (krugu) u ravni normalnoj na vektor indukcije.

3. Izračunajmo period obrtanja čestice po toj putanji:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi m_0}{qB \sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (41.6)$$

Vidimo, da pri nerelativističkim brzinama ($v \ll c$) period obrtanja čestice ne zavisi od brzine i poluprečnika. Ako je pak brzina čestice bliska brzini svetlosti (relativističke i ultrarelativističke brzine) onda s porastom brzine raste i period obrtanja čestice.

Napomenimo, da provera opravdanosti izraza (41.6) jeste istovremeno i provera opravdanosti jedne od osnovnih postavki teorije relativnosti - zavisnosti mase od brzine: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

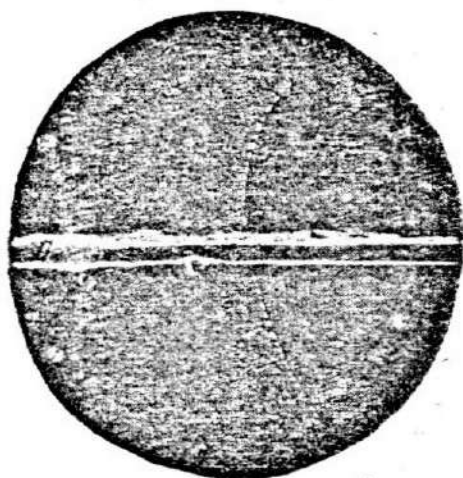
Ovu formulu smo dali u §13.1 bez izvodjenja. Mnogobrojni eksperimenti ispitivanja osobina kretanja naelektrisanih čestica u magnetskim poljima, omogućili su s velikom tačnošću da se proverí opravdanost formule (41.6) a tim samim, zavisnost mase od brzine.

§ 41.3. Odredjivanje znaka naelektrisanja elementarnih čestica

1. Negativno naelektrisana čestica, koja ima istu brzinu masu i apsolutnu veličinu naelektrisanja kao i pozitivna, kretaće se po istoj putanji, ali sa jednom razlikom: ukoliko Lorencova sila promeni smer na suprotnu stranu, onda će se i čestica zaokretati na drugu stranu (sl. 41.2). Dakle, na osnovu obrtanja čestice u magnetskom polju može se odrediti znak njenog naelektrisanja.

2. Tako je bio otkriven pozitron (dručkije - antielektron), čestica koja se ne razlikuje od elektrona po masi, ali koja ima za razliku od elektrona pozitivno naelektrisanje. Pozitron je otkriven od strane K. Andersona 1932. godine, po karakterističnom tragu koji je ostavljao u Vilsonovoj komori (§36.9), koja je postavljena u magnetsko polje.

Na slici 41.3. je data fotografija traga pozitrona, koji probija olovnu pločicu M, postavljenu sredinom komore. Magnetsko polje ima smer ka nama od ravni slike.



Sl. 41.3.

Smer leta (kretanja) čestice određuje se iz krivine putanje - trajektorije. Vidi se da je dole (ispod) poluprečnik krivine trajektorije veći, prema tome, i brzina čestice je tamo veća, nego iznad pločice. Otuda zaključujemo, da se čestica kreće od gore i polazeći kroz olovo, gubi deo energije.

Odredivši na takav način smer vektora indukcije magnetskog polja, mi određujemo i znak naelektrisanja te čestice; on je pozitivan.

Analogno se određuje znak drugih elementarnih čestica na osnovu fotografija tragova u Vilsonovoj komori ili u komori od meha.

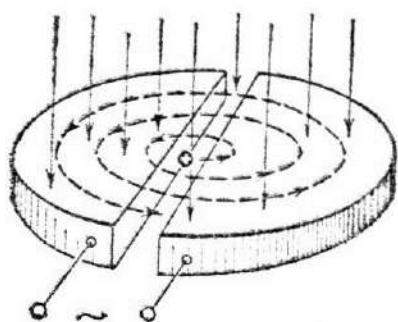
§ 41.4. Ciklotron

1. Za niz ispitivanja u nuklearnoj fizici neophodno je imati snop čestica (elektrona, protona, pozitivnih jona) sa vrlo velikim energijama. Zadatak ubrzavanja čestica rešava se pomoću akceleratora.

Kao neophodan element - deo akceleratora jeste električno polje sa značajnom razlikom potencijala. Naime to polje i ubrzava čestice, dajući im kinetičku energiju $E_k = q\psi$, gde je ψ - razlika potencijala, q - naelektrisanje čestice. Međutim dobijanje električnih polja s razlikom potencijala reda miliona volti vezano je za ogromne teškoće. Dobijanje polja sa još većom razlikom potencijala praktično je nemoguće zbog pojave pražnjenja gasa. Međutim za eksperimentalna ispitivanja u nuklearnoj fizici neophodne su čestice (npr. protoni) energije desetina i stotina milijardi elektron volti (10-100 GeV).

Jedini izlaz sastoji se u tome, da se čestica prinudi da prodje ubrzavajuće električno polje ne jedan put, već nekoliko puta. Tako, ako proton prodje 30 hiljada puta ubrzavajuće polje s potencijalom 22000 V, onda on postiže energiju od 660 MeV. U tom cilju čestica se mora kretati po zatvorenoj putanji - trajektoriji ili po spirali. To je moguće, ako se pokretna čestica postavi u magnetsko polje. Akceleratori koji rade na ovom principu nazivaju se cikličnim akceleratorima.

2. Prvi ciklični akcelerator, koji je nazvan ciklotron, bio je ostvaren od strane C. Laurensa 1930. god. Šema njegove konstrukcije predstavljena je na sl. 41.4.



Sl. 41.4.

U vakumskoj komori postavljena su dva polucilindra - segmenta koji se nazivaju duantima. U blizini centra komore postavlja se izvor pozitivnih jona, koji se ubacuju u prostor između duanata. Radi toga da se nebi joni pri svojem kretanju sudarali sa molekulima vazduha, u komori pomoću jakih pumpi održava se visoki vakuum - pritisak, približno milijardu puta manja od atmosferskog (oko 10^{-5} - 10^{-6} Hg).

Na duante se dovodi visoko frekventni promenljivi napon (razlika potencijala) frekvencije reda 1 - 10 MHz (1 MHz = 10^6 oscilacija u sekundi). Srednja vrednost razlike potencijala je od nekoliko stotina do nekoliko desetina hiljada volti.

Vakuumska komora se postavlja između polova jakog elektromagneta, gde se stvara magnetsko polje indukcije 1,3-1,6 T. Težina čeličnog jezgra elektromagneta iznosi nekoliko hiljada tona; obloge elektromagneta napajaju se iz generatora snage nekoliko megavata.

3. Princip rada ciklotrona sastoji se u sledećem. Pozitivni jon, upavši u prostor između duanata, postiže kinetičku energiju $E_{k_1} = \frac{P_1^2}{2m} = q\varphi$, gde je φ - razlika potencijala između duanata, a q - naelektrisanje jona. Impuls jona kada polje deluje jedanput iznosi

$$P_1 = \sqrt{2mq\varphi}$$

Pod dejstvom magnetskog polja jon se kreće po polukrug, čij je poluprečnik (vidi 41.5)

$$r_1 = \frac{P_1}{qB} = \frac{\sqrt{2mq\varphi}}{qB} = \sqrt{\frac{m}{q}} \cdot \frac{\sqrt{2\varphi}}{B}$$

Ako u momentu, kada jon ponovo izlazi izmedju duanata, električno polje menja svoju polarnost, onda čestica dobija još jednu porciju (deo) energije. Njegova kinetička energija postaje jednaka $E_k = 2q\varphi$, a impuls $P_2 = \sqrt{4mq\varphi}$ i poluprečnik krivine $r_2 = \sqrt{\frac{m}{q}} \cdot \frac{\sqrt{4\varphi}}{B}$. učinivši N obrta, jon prolazi ubrzavajuće polje $2N$ puta, dakle, njegova kinetička energija je $E_k = 2Nq\varphi$, a poluprečnik konačne orbiti jone (poluprečnik duanta)

$$R = \frac{mv_{\max}}{qB} = \frac{\sqrt{2mE_k}}{qB} = \sqrt{\frac{m}{q}} \cdot \sqrt{\frac{2N\varphi}{B}} \quad (41.7)$$

4. Neka treba ubrzati dvostruko jonizovani jon berilija do energije $E_k = 100 \text{ MeV}$. Uzmimo da je potencijal za ubrzanje $\varphi = 500 \text{ V}$, onda je

$$N = \frac{E_k}{2q\varphi} = 50.000$$

Masa jona berilija $m_0 = 15,0 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, naelektrisanje jona $q = 2e = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Na indukciji polja $B = 1,53 \text{ T}$ poluprečnik duanta je

$$R = \frac{\sqrt{2 \cdot 15 \cdot 10^{-27} \cdot 100 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}}}{1,53 \cdot 3,2 \cdot 10^{-19}} = 1,4 \text{ m}$$

Napomenimo, da je konačna brzina

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}}{15 \cdot 10^{-27}}} = 4,6 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

tj. približno 15% od brzine svetlosti u vakuumu.

5. Da bi se jon neprekidno ubrzavao, neophodno je da uleće u prostor između duanata, tj. prostor za ubrzavanje u trenutku, kada električno polje menja svoju polarnost. Prema tome, period promene polarnosti ubrzavajućeg električnog polja mora se poklapati sa periodom obrtanja jona. Taj uslov se naziva uslovom sinhronizacije.

Na osnovu (41.6) uslov sinhronizacije piše se ovako:

$$T_{\text{polja}} = T_{\text{jona}} = \frac{2\pi m}{qB} \quad (41.8)$$

Za rešavanje zadatka sa jonom berilijuma biće:

$$T = \frac{2\pi \cdot 15 \cdot 10^{-27}}{3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 1,53} = 1,93 \cdot 10^{-7} \text{ s} \approx 0,2 \mu\text{s}$$

frekvenciji promene polarnosti je

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{10^7}{1,93} = 5,2 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 5,2 \text{ MHz}$$

§ 41.5. Energija čestice i uslovi sinhronizacije

1. U prethodnom paragrafu nismo uzimili u obzir zavisnost mase jona od brzine, tj. smatrali smo, da se jon kreće sa brzinom mnogo manjom od brzine svetlosti u vakuumu. Pri tome period obrtanja čestice u magnetskom polju predstavlja konstantnu veličinu, dakle, i njemu jednak period promene polarnosti ubrzavajućeg električnog polja je takođe konstantna veličina. Označimo li ga sa T_0 , dobija se

$$T_0 = \frac{2\pi m_0}{qB} \quad (41.9)$$

2. Ako se pri ubrzanju čestice njena brzina približava brzini svetlosti u vakuumu, onda se povećava njena masa. Prema tome, povećava se i period njenog obrtanja.

Podelimo (41.6) sa (41.9) i uzmimo da je $m/m_0 =$
 $= mc^2/m_0 c^2 = \mathcal{E}/\mathcal{E}_0 = (\mathcal{E}_0 + E_k)/\mathcal{E}_0$, gde je $\mathcal{E}$ - ukupna energija čes-
 tice, $\mathcal{E}_0$ - energija mirovanja i E_k - kinetička energija.
 Tada je

$$\frac{T}{T_0} = \frac{m}{m_0} = \frac{\mathcal{E}_0 + E_k}{\mathcal{E}_0} = 1 + \frac{E_k}{\mathcal{E}_0}$$

Odakle se dobija

$$T = T_0 \left(1 + \frac{E_k}{\mathcal{E}_0}\right) = \frac{2\pi m_0}{qB} \left(1 + \frac{E_k}{\mathcal{E}_0}\right) \quad (41.10)$$

Prema tome, period obrtanja čestice primetno se menja samo u tom slučaju, ako kinetička energija čestice može da se uporedi sa energijom mirovanja. Za ranije posmatrani zadatak sa jonom berilijuma, njegova energija mirovanja je

$$\mathcal{E}_0 = m_0 c^2 = 15 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ J} = \frac{15 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{1,6 \cdot 10^{-13}} = 8400 \text{ MeV}$$

a kinetička energija na kraju ciklusa ubrzanja $E_k = 100 \text{ MeV}$. Dakle, period obrtanja čestice povećava se približno 12% što skoro ne narušava uslov sinhronizacije. Ako se do tolike energije pak ubrza proton, čija je masa mirovanja (i energija mirovanja) 8,94 puta manja od mase jona berilijuma, onda se period obrtanja povećava skoro za 11% što naglo narušava uslove sinhronizacije, a samim tim i režim ubrzavanja čestice.

Ako se pokuša ubrzavanje protona u ciklotronu do kinetičke energije $E_k = 1 \text{ GeV}$, onda nam neće poći za rukom. U suštini, energija

mirovanja protona je

$$\xi_0 = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2 = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{1,6 \cdot 10^{-10}} = 0,938 \text{ GeV}$$

To znači, u tom slučaju $E_k \approx \xi_0$ i $T \approx 2T_0$, tj. period obrtanja protona pri takvim vrednostima energija povećava se dva puta u poredjenju s periodom obrtanja nerelativističnog protona. Ako se pri tome period promene polarnosti ubrzavajućeg električnog polja ne menja, onda protoni neće u pravom trenutku pasti u ubrzavajuće polje tj. oni ispadaju iz sinhronizacije i njihovo ubrzavanje prestaje.

4. Prema tome, ciklotrom je pogodan za ubrzavanje samo nerelativističkih čestica, čije su kinetičke energije mnogo manje od njihovih energija mirovanja, ili što je isto, brzina mnogo manja od brzine svetlosti. Za dobijanje relativističkih, a tim više ultrarelativističkih čestica ciklotron je nepodesan.

Ciklotron je potpuno nepogodan za ubrzavanje elektrona, čija je energija mirovanja

$$\xi_0 = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2 = 0,51 \text{ MeV}.$$

Prirodno, da već pri manjim energijama, manjih skoro od 1 MeV, elektron postaje relativistička čestica i iskače iz sinhronizacije. Zato se ciklotroni koriste samo za ubrzavanje relativno težih jona. Dobra strana ciklotrona je u tome, što on radi neprekidno i može pri tome da ubrzava istovremeno mnogo čestica.

§ 41.6. Sinhrofazatron

1. Za dobijanje relativističkih čestica sa energijama od desetine gigaelektron - volti, u sadašnje vreme koriste se uređaji, koji se nazivaju sinhrotronima ili sinhrofazotronima.

Prvi sinhrofazotron, koji ubrzava proton do kinetičke energije 10 GeV, bio je izgrađen 1957. u Sovjetskom Savezu u

Udruženom institutu nuklearnih istraživanja (grada Dubna). Od tog vremena u Sovjetskom Savezu, SAD i drugim zemljama izradjeni su sinhrofazotroni, u kojima se protoni ubrzavaju do vrlo velikih i sve više uvežavanih vrednosti kinetičke energije. Sada je u SSSR najveći sinhrofazotron izradjen u blizini grada Serpuhova.

2. Odredimo maksimalni impuls i , svakako, makismalni poluprečnik orbite protona u .serpuhovskom sinhrofazotronu. Iz odnosa izmedju energije i impulsa čestice (16.8) imamo

$$p = mv = \frac{1}{c} \sqrt{\epsilon^2 - \epsilon_0^2} = \frac{1}{c} \sqrt{E_k (E_k + 2\epsilon_0)}$$

Energija mirovanja protona $\epsilon_0 = 0,938$ GeV, a njegova kinetička energija u serpuhovskom sinhrofazotronu dostiže $E_k = 76$ GeV. Sa greškom manjom od 1,5% može se uzeti, da se kinetička energija poklapa sa ukupnom, tj. $\epsilon = E_k$, a impuls $p = \frac{E_k}{c}$. Tada je maksimalni poluprečnik na osnovu (41.5) jednak

$$R = \frac{mv_{\max}}{qB} = \frac{\sqrt{E_k (E_k + 2\epsilon_0)}}{qBc} \approx \frac{E_k}{qBc} \quad (41.11)$$

Pri indukciji polja u udubljenju $B = 1,07$ dobija se

$$R = \frac{7,6 \cdot 10^{10} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,07 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^8} \approx 237 \text{ m}$$

Pravljenje neprekidnog elektromagneta (kao u ciklotronu) sa prečnikom oko pola kilometra samo predstavlja prakično neizvodljiv zadatak. Zato se kod sinhrofazotрона magnetno polje pravi u relativno uskoj kružnoj komori i ubrzani protoni kreću se po krugu konstantnog poluprečnika. Vakumska komora sinhrofazotрона u Dubnu ima širinu oko pola metra. U Serpuhovu, blagodareći primeni novog metoda fokusiranja snopa protona, širina komore je manja od 10 cm.

Iz ove osobine procesa ubrzavanja protona sinhrofazotronu proizlazi niz posledica.

3. Pre svega, za razliku od ciklotrona, sinhrofazotron ne može početi proces ubrzavanja čestica «kod nule» - u njegovu komoru neophodno je uvesti skoro relativističke protone.

U komoru sinhrofazotrona u Dubnu : uvode se protoni prvobitno ubrzani linearnim akceleratorom do energija od 9 MeV. U serpuhovskom sinhrofazotronu početna energija protona još veća: 100 MeV.

Dalje, radi toga da se ne bi pri porastu energije čestica radijus orbite menjao, neophodno je saglasno (41.5) sa porastom impulsa protona povećavati indukciju magnetskog polja, tako da bi njihov odnos ostao konstantna veličina. Time se sinhrofazotron u principu razlikuje od ciklotrona, gde se indukcija magnetskog polja u procesu ubrzavanja čestica ne menja.

Na kraju, saglasno tome, neophodno je menjati i period promene polarnosti električnog polja koje vrši ubrzavanje. Ustvari, period obrtanja čestice iznosi $T = \frac{2\pi R}{v}$. Pošto se poluprečnik orbite u sinhrofazotronu ne menja, onda se sa porastom brzine čestice period njenog obrtanja smanjuje. Analogno tome mora se smanjivati i period promene polarnosti električnog polja koje vrši ubrzavanje čestice.

4. Navedimo neke karakteristične parametre sinhrofazotrona. Početna kinetička energija protona je $E_{k1} = 9$ MeV, konačna $E_{k2} = 10$ GeV. Maksimalna indukcija magnetskog polja u šupljini, gde se nalazi vakumska komora iznosi $B_{\max} = 1,26$ T.

Poluprečnik orbite određujemo po obrascu (41.11), pa je:

$$R = \frac{E_{k2}}{ceB_{\max}} = \frac{10^{10} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,26 \cdot 3 \cdot 10^8} = 26,6 \text{ m.}$$

Period obrta čestice

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi Rm}{p} = \frac{2\pi R\epsilon}{pc^2} \quad (41.12)$$

Kako je impuls: $p = \frac{1}{c} \sqrt{\epsilon^2 - \epsilon_0^2}$, dakle

$$T = \frac{2\pi R\epsilon}{c\sqrt{\epsilon^2 - \epsilon_0^2}} = \frac{2\pi R}{c\sqrt{1 - \epsilon_0^2/\epsilon^2}} \quad (41.13)$$

Početna energija $\epsilon_1 = \epsilon_0 + E_{k1} = 938 + 9 = 947 \text{ MeV};$

početni period
$$T_1 = \frac{2\pi \cdot 26,6}{3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - (938/947)^2}} = 4,05 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 4,05 \mu\text{s}$$

Saglasno tome za konačnu energiju biće

$$\epsilon_2 = \epsilon_0 + E_{k2} = 0,938 + 10 = 10,938 \text{ GeV a za period}$$

$$T_2 = \frac{2\pi \cdot 26,6}{3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - (0,938/10,938)^2}} = 0,57 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 0,57 \mu\text{s}.$$

Prema tome, frekvencija promene razlike potencijala električnog polja koje vrši ubrzavanje, mora se menjati od 0,247 MHz do 1,75 MHz.

Za jedan obrt, proton prolazi jedanput električno polje za ubrzavanje sa maksimalnim potencijalom od 2,2kV. Da bi njegova kinetička energija dostigla 10 GeV, on mora učiniti $N = 10^{10} / 2,2 \cdot 10^3 = 4,5 \cdot 10^6$ obrta. Ceo ciklus ubrzavanja traje 3,3 sekunde.

Za razliku od ciklotrona, koji radi u neprekidnom režimu ubrzavanja, sinhrofazotron radi u impulsnom režimu. Stvar je u tome, što se u komoru ciklotrona mogu svo vreme uvoditi joni, koji će se neprekidno ubrzavati, pošto se indukcija magnetskog polja i period promene polarnosti električnog polja za ubrzavanje, ne menjaju u procesu ubrzavanja.

U sinhrofazotronu ubacivanje čestica sa određenom energijom u komoru moguće je samo u trenutku, kada je magnetsko polje minimalno, a period promene polarnosti potencijala za ubrzavanje najveći.

Ako se čestica sa datom energijom unese u komoru u drugom momentu, kada se indukcija magnetskog polja povećavala, a period promene polarnosti električnog polja smanjivao, onda te čestice neće zadovoljavati uslov sinhronizacije i zato se neće ubrzavati.

Prema tome, u sinhrofazotronu se ubrzava samo određena porcija - «grudva» čestica, i sve dotle, dok se ciklus ubrzavanja tih čestica ne završi, novu porciju čestica u komoru nije moguće ubacivati.

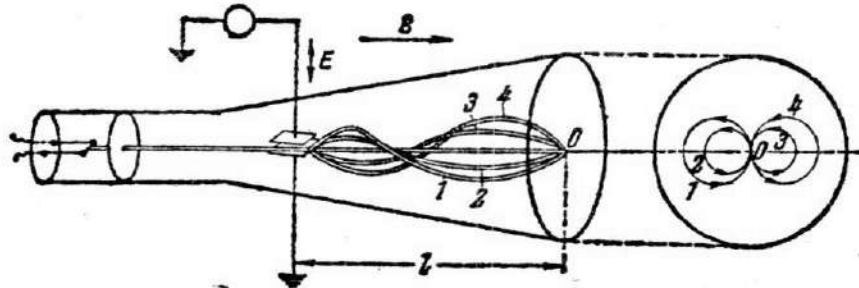
6. Važan problem je objašnjenje mogućnosti dobijanja u sinhrofazotronu - stabilne gomile (gustine) čestica, koje se ne bi rasipale u procesu ubrzavanja. Mogućnost dobijanja takve gustine proizlazi iz principa automatskog regulisanja faze, koji je otkrio 1944. god. u Sovjetskom Savezu V.I. Veksler. a u 1945. god. u SAD E.Mak-Milan. Suština tog principa sastoji se u sledećem.

Ako bi se u sinhrofazotronu ubrzavale samo te čestice, čija se frekvencija tačno poklapa sa frekvencijom promene polja, to onda ne bi imalo smisla praviti uređaj, pošto je broj takvih jednakih ravnotežnih čestica vrlo mali. Veksler je pokazao, da će se ubrzavati gomila čestica, za koje se uslov sinhronizacije ispunjava približno: $T_{\text{polja}} \approx T_{\text{jona}}$. Te čestice se onda ubrzavaju brže od ravnotežnih i pretiču ih - tada polje počinje da ih koči; kada pak njihova brzina postaje nešto manja od brzine obrtanja ravnotežnih čestica, polje ponovo počinje da ih ubrzava. Rezultat tog procesa je ubrzavanje čestica u gomili (snopu), ali njihova energija ne raste monotno, već osciluje oko vrednosti energije ravnotežnih čestica. Broj čestica u gomili (snopu) za nekoliko redova je viši od broja ravnotežnih čestica.

§ 41.7. Specifično naelektrisanje elektrona

1. Specifičnim naelektrisanjem čestice naziva se veličina e/m_0 tj. odnos naelektrisanja čestice i njene mase mirovanja. Naelektrisanje čestice može biti određeno potpuno tačno. Zato iz poznate vrednosti naelektrisanja čestice i njenog specifičnog naelektrisanja može se izračunati njena masa mirovanja.

Naelektrisanje bilo koje elementarne čestice, kako pokazuje eksperiment, uvek je jednak po apsolutnoj veličini naelektrisanju elektrona (ili jednaka nuli). Naelektrisanje bilo kog jona jednaka je umnošku naelektrisanja elektrona.



Sl.41.5.

2. Postoji mnoštvo metoda za određivanje specijalnog naelektrisanja elektrona. Posmatrajmo jednu od njih - metodu fokusiranja u horizontalnom magnetskom polju.

Uredjaj predstavlja cev oscilografa, koja je smeštena unutar dugačkog solenoida, koji ovde stvara dosta homogeno magnetsko polje indukcije B (sl. 41.5). Elektroni, uzletivši iz katode, ubrzavaju se u električnom polju anode, čij je potencijal φ . Brzinu elektrona određujemo iz uslova

$$e\varphi = \frac{mv^2}{2}$$

3. Razložimo vektor brzine elektrona na dve komponente - normalnu $v_{\perp} = v \sin \alpha$ i horizontalnu $v_{\parallel} = v \cos \alpha$. Na horizontalnu (uzdužnu) komponentu magnetsko polje ne dejstvuje; prema tome, put koji prolazi elektron duž polja, iznosi

$$l = v_{\parallel} t = v t \cos \alpha.$$

Na normalnu komponentu $v_{\perp}$ dejstvuje Lorencova sila, koja u odsustvu komponente $v_{\parallel}$ nateruje elektron da se kreće po krugu. Kao rezultat je kretanje elektrona po zavojnoj liniji. Pri malim uglovima ($\cos \alpha \approx 1$) čestice će se fokusirati praktično u jednu tačku. Ustvari, fokusiranje se javlja pri uslovu, da elektron, prošavši rastojanje $l \approx vt$, uspe da se obrne jednom ili nekoliko puta, tj. ako je

$$t = n T_0 = \frac{2\pi m_0 n}{eB} \quad (\text{gde je } n = 1, 2, 3).$$

Pri minimalnoj indukciji polja elektron izvrši jedan obrt, dakle,

$$l = \frac{2\pi v m_0}{eB}. \text{ Zamenjujući } v = \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}}, \text{ dobija se}$$

$$\frac{e}{m_0} = \frac{8\pi^2 \varphi}{B^2 l^2} \quad (41.14)$$

Potencijal anode, indukcija magnetskog polja i rastojanje izmedju upravljačkih elektroda i ekrana cevi lako se odredjuje eksperimentalno ili se izračunavaju.

4. Kao rezultat brižljivog ispitivanja svih metoda merenja specifičnog naelektrisanja elektrona, za njega je sada uzeta vrednost

$$e/m_0 = (1,75888 \pm 0,000022) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

Odakle izlazi, da je sopstvena masa elektrona

$$m_0 = (9,1086 \pm 0,0003) \cdot 10^{-31} \text{ kg.}$$

§ 41.8. Specifično naelektrisanje jona

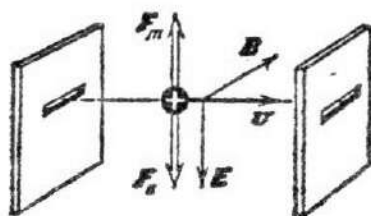
1. Pri odredjivanju specifičnog naelektrisanja jona javljaju se značajne teškoće, koje su prouzrokovane time, što se u snopu jona nalaze čestice sa potpuno različitim brzinama, što jako otežava njihovo fokusiranje. Potrebno je izdvojiti iz snopa jona, koji imaju jednu te istu brzinu. U tom cilju često se koristi filtar brzina. U tom uređaju (sl.41.6) vektor jačine električnog polja normalan je vektoru indukcije magnetskog polja. Na pozitivni jon, koji se kreće u električnom i magnetskom polju koja su međusobno normalna - ukrštena, dejstvuju dve sile: električna sila $F_e = qE$, koja skreće jon nadole, i Lorencova sila $F_m = qvB$, koja ga skreće nagore. Jon proleće kroz pukotinu dijafragme samo u tom slučaju, ako se smer njegove brzine ne menja; to je moguće samo pri uslovu, kada električna sila uravnotežava Lorencovu silu:

$F_e = F_m$, ili $qE = qvB$. Prema tome, kroz pukotinu dijafragme prolaze samo oni joni, čija brzina zadovoljava uslov $v = \frac{E}{B}$. Ostali joni su filtrirani.

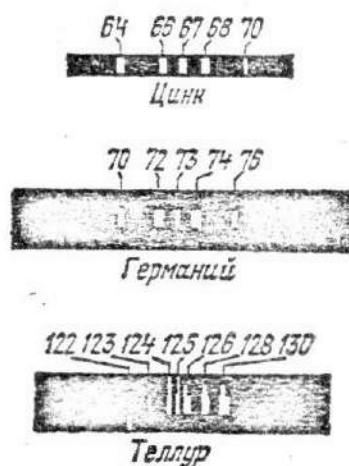
2. Pošto imaju istu brzinu joni se zatim fokusiraju pomoću električnih ili magnetskih polja. U nekim masenim - spektrografima za fokusiranje se koristi magnetsko polje koje je normalno - poprečno.

Joni izletevši iz filtra, kreću se u normalnom (poprečnom) magnetskom polju. Njihove putanje su polukrugovi poluprečnika $r = \frac{mv}{qB_1}$ (41.5), gde je q/m - specifično naelektrisanje jona*, B_1 - indukcija normalnog magnetskog polja u masenom spektrografu. Ukoliko su brzina jona i indukcija poprečnog polja date veličine, onda se poluprečnik polukruga u postupnosti određuje specifičnim naelektrisanjem jona. Snopovi sa različitim vrednostima specifičnog naelektrisanja jona se fokusiraju u različitim tačkama.

3. Postavivši na mestu fokusiranja snopova fotografsku ploču mogu se ucrtati te tačke, dobivši takozvani spektar masa (vidi npr.sl.41.7.).



Sl. 41.6.



Sl. 41.7.

Iz odnosa $q/m = v/rB_1$, izlazi da je skretanje date ravni u epektru mase od tačke ulaza snopa obrnuto proporcionalno specifičnom naelektrisanju jona.

Za određivanje specifičnog naelektrisanja nekog jona potrebno je najpre maseni - spektrogram kalibrisati - označiti pomoću jona sa poznatim specifičnim naelektrisanjem. Obično se za

* U eksperimentima sa jonima je $v \ll c$ i $m \approx m_0$.

to koriste joni ugljenika ili kiseonika.

Pomoću masenog spektrografa bilo je pokazano, da mnoge supstance predstavljaju smešu izotopa (§ 88.1). Na sl. 41.7 je dat spektrofram-masa izotopa cinka, u kojima se mase jezgra odnose kao 64:66:67:68:70, kao i spektroframi-masa germanijuma i telura.

§ 41.9. Provodnik kroz koji protiče struja u magnetskom polju

1. Eksperiment pokazuje, da na provodnik kroz koji protiče struja, a koji se nalazi u magnetskom polju, dejstvuje sila, čij se smer određuje na osnovu pravila leve ruke, istim pravilom, koje služi za određivanje smeru Lorencove sile. Uzrok pojave ove sile je potpuno jasan. Struja u provodniku je uređeno kretanje elektrona. Na svaki elektron koji se kreće, dejstvuje magnetsko polje sa silom $f = evB \sin\alpha$ (41.1). Sila, koja dejstvuje na ceo provodnik, predstavlja vektorski zbir elementarnih Lorencovih sila, koje dejstvuje na svaki elektron.

2. Izračunavanje ove sile, koja se naziva Amperovom silom, u opštem slučaju je dosta teško. Odredimo silu, sa kojom homogeno magnetsko polje sa indukcijom $\vec{B}$ dejstvuje na pravolinijski provodnik sa strujom.

U ovom slučaju svi elektroni se kreću u istom smeru usled čega su sve elementarne Lorencove sile, koje dejstvuje na pojedinačne elektrone, usmerene u jednu stranu i umesto vektorskog sabiranja potrebno je jednostavno složiti module svih elementarnih sila. Ako je srednja brzina elektrona jednaka $\bar{v}$, dužina provodnika l i njegov presek - S onda je Amperova sila

$$F = Nf = nSl.e\bar{v}B \sin\alpha$$

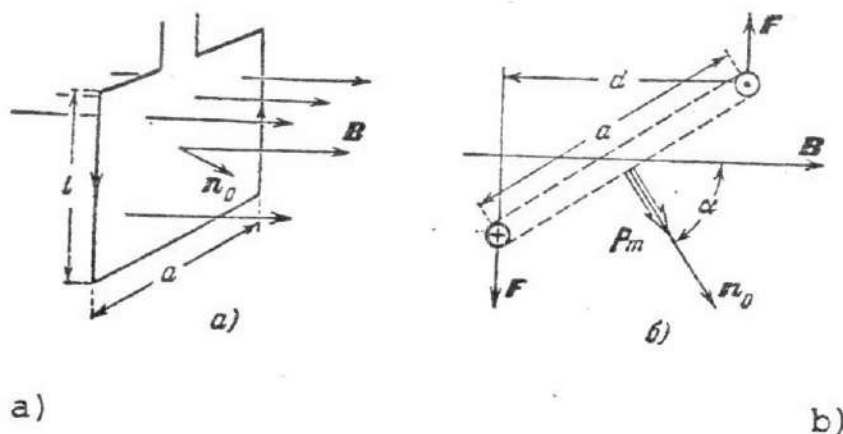
Zamenivši vrednost jačine struje (39.17) dobija se

$$F = i l B \sin\alpha \quad (41.15)$$

gde je α - ugao između provodnika i vektora indukcije. Smer Amperove sile određuje se po pravilu leve ruke (vidi sl.41.1); smer struje poklapa se sa merom kretanja pozitivnih naelektrisanja.

§ 41.10. Strujni okvir (ram) u magnetskom polju

1. Postavimo u homogeno magnetsko polje pravougli okvir, kroz koji protiče struja, tako da bi ugao između smera normale na okviru i vektora magnetske indukcije iznosio α (sl.41.8).



Sl. 41.8

Koristeći se pravilom leve ruke, lako se uveriti, da sile koje deluju na delove okvira, a koje su normalne na vektor indukcije, obrazuju obrtni moment. Za određivanje (izračunavanje) tog momenta koristimo sl. 41.8b, gde je dat normalni presek okvira.

2. Moment para sila saglasno formuli (22.14) jednak je proizvodu Amperove sile i kraka d :

$$M = F \cdot d = Fa \sin \alpha$$

gde je a - širina okvira. Zamenivši vrednost Amperove sile iz (41.15), dobija se

$$M = i l B a \sin \alpha = i S B \sin \alpha, \quad (41.16)$$

gde je $S = al$ - površina okvira. Na osnovu (40.23) proizvod struje i površine po kojoj obilazi struja - jeste magnetski moment okvira p_m . Prema tome,

$$M = p_m B \sin \alpha \quad (41.17)$$

3. Uporedivši izraze (37.10) i (41.17), vidimo, da su oni savršeno analogni - slični. U § 40.6 bilo je objašnjeno, da okvir sa strujom stvara oko sebe magnetsko polje, analogno polju električnog dipola.

Na taj način, primećuje se sasvim velika analogija između osobina električnog dipola $\vec{p}_e = q\vec{l}$ i «magnetskog dipola» $\vec{p}_m = i S \vec{n}_0$, tj okvira sa strujom. Na toj osnovi je moguće bez doka-zivanja, koristeći samo analogiju, po formuli (37.12), napisati izraz za potencijalnu energiju «magnetskog polja» :

$$\epsilon_{\text{pot}} = - p_m B \cos \alpha \quad (41.18)$$

Na osnovu te analogije može se pak utvrditi da će se u nehomogenom magnetskom polju okvir sa strujom uvlačiti u oblast jačeg polja. Eksperiment potvrđuje tu pretpostavku. Sila privla-čenja saglasno (37.14) jednako je:

$$F = p_m \frac{\Delta B}{\Delta l} \quad (41.19)$$

Sila je proporcionalna magnetskom momentu okvira i gradijentu indukcije magnetskog polja.

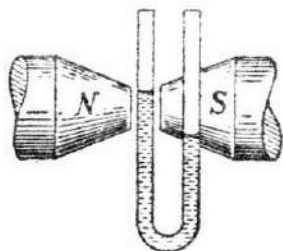
MAGNETSKA TELA (MAGNETICI)

§ 42.1. Tri vrste magnetskih tela

1. Čitaocu je poznato, da na parče gvoždja, koje se postavi blizu solenoida sa strujom, djeluje znatna sila privlačenja. Poznato je također, da sila međusobnog djelovanja između dva solenoida sa strujom bitno poraste, ako se u solenoide unese jezgro od gvoždja. Analogne osobine posjeduju, osim gvoždja, različite vrste čelika, a također nikal, kobalt i neke legure: Sve ove supstance nazivaju se feromagnetskim telima - feromagneticima (od latinske reči ferrum - gvoždje).

Pedestih godina prošloga veka Faradej je pokazao, da sve supstance posjeduju magnetske osobine, ali stepen i karakter njihovog međusobnog djelovanja sa poljem u različitim supstancama je različit. U vezi sa tim razlikuju se supstance s paramagnetskim, dijamagnetskim i feromagnetskim osobinama.

Na osnovu intenziteta međusobnog djelovanja sa magnetskim poljem mogu se sve supstance podeliti na dve grupe. Kao slaba magnetska tela smatraju se sva dijamagnetska i paramagnetska tela. Te supstance pri bilo kojim temperaturama vrlo slabo međusobno djeluju sa magnetskim poljem. Kao jaka magnetska tela uzimaju se feromagnetska i antiferomagnetska tela, koja pri određenim temperaturama jako međusobno reaguju sa poljem.



Sl. 42.1



Sl. 42.2.

Paramagnetskim telima nazivaju se tela (supstance), koje se uvlače u oblast jačeg polja. Ako se u staklenu cev oblika slova U naliže paramagnetska tečnost i postavi jedan krak između polova jakog elektromagneta, onda se tečnost u tom kraku podiže (sl.42.1) Štap od paramagnetske supstance, obešen o tanku nit, se orijentiše u magnetskom polju duž linija sile.

Po svojim osobinama paramagnetska tela donekle podsećaju na feromagnetska tela, ali sila njihovog međusobnog dejstva sa poljem stotinu i hiljadu puta je slabija. Zato za opažanje paramagnetskih efekata su potrebna jaka magnetska polja. Paramagnetske osobine poseduju platina, aluminijum, volfram, svi alkalni i zemno alkalni metali; od gasova - kiseonik i u slabom stepenu oksid azota.

3. Dijamagnetskim telima nazivaju se tela, koja se izbacuju iz magnetskog polja. Tako, ako se između polova elektromagneta upali sveća, onda se plamen izbacuje iz polja (sl. 42.2). Štap od dijamantskog tela, obešen o konac u jakom magnetskom polju, se postavlja normalno na linije sile.

Napominjemo, da sile, koje dejstvuju na dijamagnetsko telo u magnetskom polju, za jedan - do dva reda su slabije od sila, koje dejstvuju na paramagnetska tela u istom tom polju. Zato za opažanje dijamagnetskih efekata trebaju vrlo jaka polja. Dijamagneticima pripadaju skoro svi gasovi (sem kiseonika), voda, srebro, zlato, bakar, almaz, grafit, bizmut, i mnoga organska jedinjenja.

§ 42.2. Magnetski moment atoma

1. Početkom XIX veka Amper je došao do zaključka, da se magnetske osobine supstance mogu objasniti, ako se uzme, da atomi sami predstavljaju mikroskopske elementarne magnete. Međutim, Amper nije mogao da objasni poreklo elementarnih magnetskih momenata. Model izgradnje atoma, tj. "model sa jezgrom", koji smo već koristili za objašnjenje mehanizma deformacione polarizacije (§38.5), omogućava nam da objasnimo poreklo magnetskih momenata atoma. Ustvari, elektron obrćući se u atomu, sam predstavlja elementarnu struju, posedujući magnetski moment p_m^{orb} . Osim toga, krećući se po orbiti

elektron ima moment impulsa, koji se zove orbitnim momentom impulsa L^{orb} . Na osnovu (40.28) izmedju tih veličina mora postojati sledeća veza

$$p_m^{\text{orb}} = \frac{e}{2m_e} L^{\text{orb}} \quad (42.1)$$

Ovde je m_e - masa mirovanja elektrona, e - njegovo naelektrisanje.

Magnetski moment atoma nastaje sabiranjem magnetskih momenata elektrona, koji se kreću oko jezgra, i magnetskog momenta samog jezgra. Međutim eksperiment pokazuje, da je magnetski moment jezgra približno 2000 puta manji od magnetskog momenta elektrona (§80.2). Zato pri izučavanju magnetskih osobina materijala zanemaruje se magnetski moment jezgra i uzima da je magnetski moment atoma jednak vektorskom zbiru magnetskih momenata elektrona, koji se kreću oko jezgra. Pokušajmo da odredimo veličinu ovog magnetskog momenta.

2. Neka je u prostoru izdvojen neki smer (pravac) naprimera oca Z . To može da znači, da je duž te ose usmereno kakvo bilo magnetsko polje. U kvantnoj mehanici se dokazuje, da projekcija orbitnog momenta impulsa na zadani smer može imati samo neke, potpuno određene vrednosti:

$$L_z^{\text{orb}} = m\hbar \quad (42.2)$$

gde je $\hbar = 1,05450 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ - konstanta Plankova, a m - ceo broj (vidi §72.4). Koristeći se relacijom (42.1) dobija se za projekciju orbitnog magnetskog momenta, koju označavamo sa p_{mz}^{orb} , sledeću vrednost:

$$p_{mz}^{\text{orb}} = \frac{e}{2m_e} L_z^{\text{orb}} = m \frac{e\hbar}{2m_e} = m\mu_B \quad (42.3)$$

3. Veličina

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = (9,27334 \pm 0,00029) \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2 \quad (42.4)$$

zove se Borov, magneton.

Ona se sastoji iz konstanti sredine - naelektrisanja i mase elektrona i Plankove konstante, i zato i sama predstavlja konstantu sredine.

Borov magneton - predstavlja minimalno odstupanje od nule vrednosti projekcije magnetskog momenta elektrona za proizvoljni pravac (smer). A pošto je magnetski moment atoma vektorski zbir magnetskih momenata elektrona, to možemo utvrditi, da je projekcija magnetskog atoma na neku osu ili jednaka nuli, ili umnošku Borovog magnetona. Kasnije ćemo videti, da eksperimenti potvrđuju tu pretpostavku.

§ 42.3. Veličine koje karakterišu magnetsko polje u supstanci

1. Za odredjivanje stepena polarizacije dielektrike u električnom polju bila je uvedena posebna fizička veličina - vektor polarizacije, koji je jednak dipolnom momentu jedinice zapremine polarizovanog dielektrika (§38.2). Analogno uvodimo veličinu, koja karakteriše stepen namagnetisanosti, ili vektor namagnetisanja.

Vektorom namagnetisanja $\vec{M}$ naziva se magnetski moment jedinice zapremine namagnetisane supstance. Da bi njega odredili, potrebno je naći vektorski zbir magnetskih momenata svih atoma, koji se nalaze u jedinici zapremine namagnetisane supstance. Radi jednostavnijeg posmatranja uzmimo da je supstanca homogena i da svi njeni atomi imaju jedan te isti magnetski moment $\vec{p}_m$. Onda je vektor namagnetisanja

$$\vec{M} = \frac{N\vec{p}_m}{V} = n\vec{p}_m \quad (42.5)$$

gde je n - koncentracija atoma. Jedinica za merenje namagnetisanja se poklapa sa jedinicom jačine magnetskog polja:

$$[M] = [Np_m/V] = A \cdot m^2/m^3 = A/m = [H]$$

2. Ograničimo se na posmatranje prostijeg slučaja, kada homogena i izotropna supstanca potpuno zauzme magnetsko polje. To je moguće ostvariti, ako se na jezgro (toroidealno) od ispitivane supstance ravnomerno namota žica, kroz koju prolazi struja.

Prirodno, da će se supstanca jezgra namagnetisati na račun dejstva magnetskog polja struje.

Pokazuje se, da ako supstanca sama predstavlja paramagnetik ili diamagnetik, onda je njegov vektor namagnetisanja proporcionalan jačini polja koje izaziva namagnetisanje:

$$\vec{M} = \mathcal{H}_m \vec{H} \quad (42.6)$$

Dokaz će biti dat u paragrafima 42.4. i 42.5, gde će se razmotriti mehanizam namagnetisanja materijala.

Koeficijent proporcionalnosti $\mathcal{H}_m$ u izrazu (42.6) naziva se magnetskom supsceptibilnošću materijala. Čitaoc se lako može uveriti, da se magnetska supsceptibilnost javlja kao bezdimenzionalna veličina.

3. Vektor namagnetisanja određuje indukciju magnetskog polja $\vec{B}_{\text{sup}}$, koga stvara namagnetisana supstanca.

Na osnovu analogije, kakva je veza izmedju indukcije polja (koje potiče od struja) i intenziteta tog polja ($\vec{B}_{\text{struje}} = \mu_0 \vec{H}$), može se napisati relacija izmedju indukcije polja supstance i njihovog namagnetisanja: $\vec{B}_{\text{sup}} = \mu_0 \vec{M}$.

Indukcija magnetskog polja u supstanci, koja potpuno zauzima magnetsko polje, sama predstavlja vektorski zbir indukcija polja struja koje vrše namagnetisanje i polja namagnetisanih supstanci:

$$\vec{B} = \vec{B}_{\text{struje}} + \vec{B}_{\text{sup}} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (42.7)$$

Na osnovu (42.6) imamo:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \mathcal{H}_m \vec{H}) = \mu_0 (1 + \mathcal{H}_m) \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H} \quad (42.8)$$

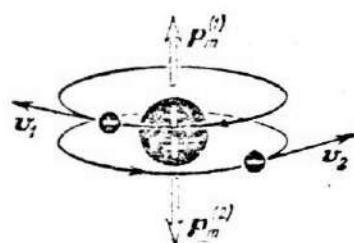
Veličina

$$\mu = 1 + \mathcal{H}_m \quad (42.9)$$

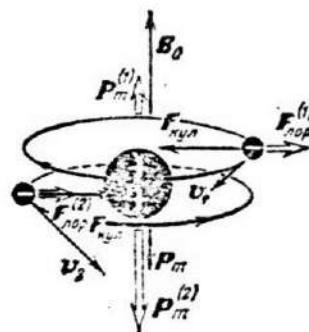
naziva se magnetskom propustljivošću - permeabilnošću supstance.

§ 42.4. Dijamagnetizam

1- Pokušajmo objasniti mehanizam dijamagnetskog efekta. Za analizu koristimo model atoma helijuma. Jezgro tog atoma ima naelektrisanje $q = +2e$, a oko jezgra se obrću dva elektrona. Eksperiment pokazuje, da atom helijuma nema magnetskog momenta. To se može objasniti, ako predstavimo, da se oba elektrona obrću oko jezgra sa jednakom brzinom po istim orbitama, ali u suprotnim smerovima. Onda će orbitni magnetski momenti biti jednaki po veličini, ali suprotni po znaku, i ukupni magnetski moment atoma postaje jednak nuli (sl. 42.3).



Sl. 42.3



Sl. 42.4

2. Postavimo atom helijuma u magnetsko polje sa indukcijom $B_0 = \mu_0 H$. Radi jednostavnijeg posmatranja uzmimo, da je vektor indukcije normalan na ravan orbite elektrona (sl. 42.4). U tom slučaju na elektron deluju dve sile - kulonova sila privlačenja jezgru i Lorensova sila. Njihova rezultanta saopštava elektronu centripetalno ubrzanje. Jednačine kretanja za oba elektrona dobijaju oblik:

$$F_{\text{cul}} - F_{\text{lor}}^{(1)} = \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} - ev_1 B_0 = \frac{mv_1^2}{r}, \quad (42.10)$$

$$F_{\text{cul}} - F_{\text{lor}}^{(2)} = \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} + ev_2 B_0 = \frac{mv_2^2}{r}$$

Treba obratiti pažnju na tu činjenicu, da u ovoj jednačini mi uzimamo, da se pod dejstvom magnetskog polja menja samo brzina kretanja elektrona, ali ne radius-poluprečnik orbite.

3. Iz jednačine (42.10) sledi, da se pod dejstvom magnetskog polja brzina kretanja prvog elektrona smanjila, a drugog porasla. Saglasno tome menjaju se i njihovi magnetski momenti. Na taj način, pod dejstvom spoljašnjeg magnetskog polja u atomu se stvara (indukuje) magnetski momenat.

$$p_m = p_m^{(2)} - p_m^{(1)} = \frac{ev_2 r}{2} - \frac{ev_1 r}{2} = \frac{er}{2} (v_2 - v_1) \quad (42.11)$$

Napominjemo, da je indukovani magnetski moment p_m usmeren suprotno od vektora indukcije spoljašnjeg polja (sl. 42.4).

Razliku brzina odredimo iz (42.10), ako oduzmemo od druge prvu jednačinu:

$$eB_0 (v_2 + v_1) = \frac{m}{r} (v_2^2 - v_1^2)$$

ili posle skraćivanja

$$v_2 - v_1 = \frac{eB_0 r}{m} = \frac{er\mu_0 H}{m} \quad (42.12)$$

zamenivši u (42.11), dobija se za indukovani magnetski moment

$$p_m = \frac{e^2 r^2 \mu_0 H}{2m} \quad (42.13)$$

Uzimajući, da su vektori $\vec{p}_m$ i $\vec{H}$ usmereni suprotno jedan drugom, napisaćemo (42.13) u vektorskom obliku:

$$\vec{p}_m = - \frac{e^2 r^2 \mu_0}{2m} \vec{H} \quad (42.14)$$

4. Vektor namagnetisanja na osnovu (42.5) iznosi

$$\vec{M} = n \vec{p}_m = - \frac{e^2 r^2 n \mu_0}{2m} \vec{H} \quad (42.15)$$

Tako je ovde vektor namagnetisanja stvarno proporcionalan jačini magnetskog polja koje vrši namagnetisanje (vidi 42.6). Magnetska supsceptibilnost predstavlja negativnu veličinu:

$$\chi_m = - \frac{e^2 r^2 n \mu_0}{2m}$$

Odredimo vrednost magnetske supsceptibilnosti za helijum. Poluprečnik orbite je $r = 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, koncentracija atoma pri običnim pritiscima je $n = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$.

Dobija se

$$\chi_m = - \frac{1,6^2 \cdot 10^{-38} \cdot 0,5^2 \cdot 10^{-20} \cdot 2,69 \cdot 10^{25} \cdot 4}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^7} = - 1,2 \cdot 10^{-9}.$$

Eksperiment daje za helijum vrednost magnetske supsceptibilnosti $\chi_m = - 2,25 \cdot 10^{-9}$. Uzimajući da je potpuno aproksimativna osobina našeg modela, treba smatrati sasvim dobrim ovakvo slaganje eksperimenta i proračuna.

5. Na modelu atoma helijuma uspeli smo da objasnimo mehanizam dijamagnetskih pojava. Uopštavajući, može se utvrditi, da dijamagnetike predstavljaju sve supstance, kod kojih atomi pri odsustvu spoljašnjeg magnetskog polja nemaju magnetskog momenta.

Pošto se poluprečnici elektronskih orbita u atomima različitih supstanci ne razlikuju sasvim jako, onda su i magnetske supsceptibilnosti različitih supstanci u istom agregatnom stanju približno jednake. Ustvari, magnetska supsceptibilnost azota jednaka

je $-6,76 \cdot 10^{-9}$, argona $-10,9 \cdot 10^{-9}$, vodonika $-2,25 \cdot 10^{-9}$ itd. U tečnostima i čvrstim telima koncentracija atoma je približno 1000 puta veća, zato i raste njihova magnetska supsceptibilnost. Tako je kod vode supsceptibilnost jednaka $-9 \cdot 10^{-6}$, a u srebra $-25 \cdot 10^{-6}$ itd.

§42.5. Paramagnetizam

1. U prethodnom paragrafu razmatrani mehanizam namagnetisanja dijamagnetika svodi se na proizvodjenju dopunskog magnetskog momenta u atomu pod dejstvom spoljašnjeg magnetskog polja. Ta pojava je karakteristična za atome bilo koje supstance, dakle, sve supstance moraju posedovati dijamagnetske osobine. Odakle pak proizlaze paramagnetici?

Pokazuje se, da za razliku od dijamagnetskih tela (dijamagnetika), kod kojih su magnetski momenti elektrona unutar atoma kompenzovani, atomi paramagnetskih tela imaju nekompenzovane magnetske momente. Pod dejstvom spoljašnjeg magnetskog polja ti magnetski momenti se obrću, nastojeći da se postave duž linija sile polja. Toplotno kretanje, prirodno, remeti taj red.

Vidimo, da je mehanizam namagnetisanja paramagnetika potpuno sličan mehanizmu polarizacije dielektrika sa polarnim molekulama (§38.6). Ako se izvrše ista posmatranja kao i pri izvodjenju formule (38.25), dobija se izraz za namagnetisanje paramagnetskih tela:

$$\bar{M} = \frac{n p_m^2 \bar{B}_0}{3kT} = \frac{n p_m^2 \mu_0}{3kT} \vec{H} \quad (42.16)$$

2. Magnetska supscentibilnost paramagnetika jeste pozitivna veličina:

$$\chi_m = \frac{n p_m^2 \mu_0}{3kT} .$$

Kao što se vidi, pri nepromenjenoj koncentraciji atoma (tj. pri nepromenjenoj gustini supstance) magnetska supsceptibilnost paramagnetskih tela se menja obrnuto proporcionalno sa apsolutnom temperaturom

(Kiri-jev zakon):

$$\chi_m = \frac{\text{const}}{T}$$

Ta pojava se eksperimentalno potvrđuje.

Napomenimo, da je izraz (42.16) opravdan pri uslovu, ako je $p_m B_0 / kT \ll 1$, tj. ako je energija dipola u magnetskom polju $\xi_m = p_m B_0$ mnogo manja od energije toplotnog kretanja čestica $\bar{\xi} = kT$. Ukoliko je $p_m \approx \mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ A.m}^2$, a maksimalno dostignuta indukcija magnetskog polja $B_{\text{max}} \approx 1,3 \text{ T}$, onda se pri sobnim temperaturama taj uslov uvek ispunjava. Samo pri vrlo niskim temperaturama može se dobiti $p_m B_0 / kT \approx 1$; radi toga paramagnetsko telo treba ohladiti do temperature:

$$T \approx \frac{p_m B_0}{k} = \frac{\mu_B B_{\text{max}}}{k} = \frac{9,27 \cdot 10^{-24} \cdot 1,3}{1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 1 \text{ K}$$

tj. blizu apsolutne nule. U tom slučaju namagnetisanost paramagnetskih tela biće blizu zasićenja, pošto se svi magnetski momenti atoma postavljaju duž polja, a slabo toplotno kretanje taj red ne može da naruši.

3. Odredimo vrednost magnetske supsceptibilnosti i pri sobnim temperaturama. Za gasove je $n = 2,69 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$, uzimajući $T \approx 300 \text{ K}$, dobija se

$$\chi_m \approx \frac{2,69 \cdot 10^{25} \cdot 9,27^2 \cdot 10^{-48} \cdot 4\pi}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 10^7} \approx 2,3 \cdot 10^{-7}$$

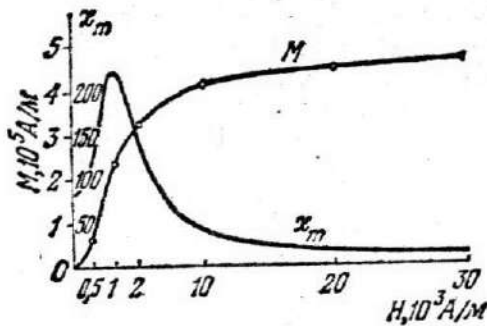
Eksperiment daje za kiseonik pri 20°C vrednost magnetske supsceptibilnosti $18,6 \cdot 10^{-7}$, za oksid azota (NO) $0,8 \cdot 10^{-7}$. Kod čvrstih paramagnetika supsceptibilnost mora biti približno 1000 puta veća. Eksperiment za platnu daje $2,58 \cdot 10^{-4}$, za natrijum $8,3 \cdot 10^{-4}$,

za litijum $2,3 \cdot 10^{-5}$, a za druge materijale znatno manje vrednosti.

Tako je, magnetska supsceptibilnost paramagnetskih tela približno 100 puta veća od supsceptibilnosti dijamagnetskih tela. To omogućava da se objasni, zašto se kod paramagnetika ne ispoljavaju dijamagnetske osobine. Pokazuje se, da jači paramagnetski efekat prekriva slabi dijamagnetski efekat.

§42.6. Feromagnetizam. Krijeva tačka (Curie - tačka)

1. Za razliku od paramagnetskih i dijamagnetskih tela, kod kojih je vektor namagnetisanja proporcionalan jačini polja koje izaziva namagnetisavanje, kod feromagnetskih tela namagnetisanje predstavlja veoma složenu nelinearnu funkciju od jačine polja. Za nikal ta zavisnost je predstavljena na sl. 42.5.



Sl. 42.5.

Radi pogodnosti predstavljanja, skala je neravnomerna: oblast jačine polja od $0,1 \cdot 10^3$ do $2 \cdot 10^3$ A/m je rastegnuta. Kao što se vidi sa slike, namagnetisanje nikla u početku brzo raste sa porastom jačine magnetskog polja. Zatim dolazi do magnetskog zasićenja, kada magnetisanje već praktično prestaje da zavisi od veličine magnetskog polja.

2. Ukoliko namagnetisanost feromagnetisanih tela (feromagnetika) nije proporcionalna jačini polja koje izaziva namagnetisanje, izrazi (42.6) i (42.8) gube smisao. Formalno, međjutim, njima se može koristiti, uzimajući, da su za feromagnetska tela magnetska supsceptibilnost $\mathcal{H}_m = M/H$ i magnetska permeabilnost $\mu = \frac{B}{\mu_0 H}$ promenljive veličine, i dosta složene funkcije jačine polja koje izaziva magnetisanje.

3. Sledeća bitna razlika feromagnetskih tela sastoji se u tome, što se paramagnetske i dijamagnetske osobine supstanci ispolja-

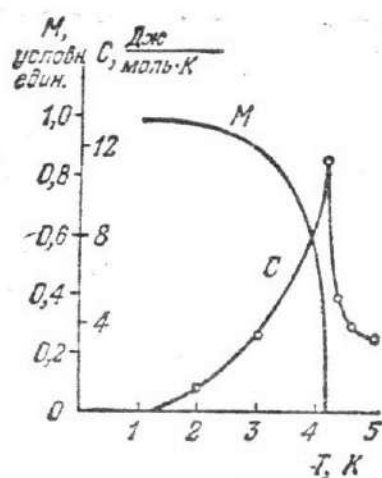
vaju u bilo kom agregatnom stanju, dok se feromagnetske osobine opažaju samo u kristalima. U tečnom ili gasovitom stanju feromagnetske supstance predstavljaju se kao obični paramagnetici. Otuda izlazi, da se feromagnetske osobine nekih supstanci odredjuju ne posebnim osobinama njihovih atoma (poslednje se ničim ne razlikuju od atoma paramagnetika), već posebnom strukturom njihove kristalne rešetke. Pri promeni strukture rešetke moraju se menjati i magnetske osobine feromagnetika. Eksperiment potvrđuje tu pretpostavku.

Izlazi, da za svako feromagnetsko telo postoji odredjena temperatura - Kirijeva tačka (Curie tačka), iznad koje feromagnetske osobine isčezavaju u supstance postoje obično paramagnetsko telo. Za gvoždje Curie - tačka iznosi 770°C , za nikal 360°C , a za leguru 70% Fe i 30% Ni svega 70°C .

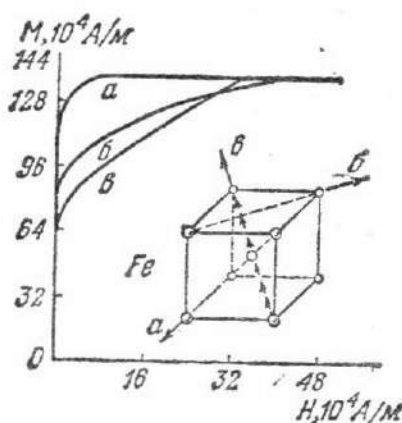
4. Akademik L.D.Landau je pokazao, da je Kirijeva (Curie) tačka kod feromagnetskih tela, temperatura faznog prelaza drugog reda.

Pri faznim prelazima prvog reda menja se struktura supstance; naprimer, pri topljenju kristala (dalji red prelazi u bliži red). Kao rezultat je, promena unutrašnje energije i entropije tela, što zahteva neki utrošak energije - toplote faznog prelaza (vidi gl. 36). Fazni prelaz druge vrste, naprimer, nestajanje feromagnetskih osobina supstance pri prolazu kroz Kirijevu tačku, nije praćeno promenom agregatnog stanja. Često, pri tome se ne ruši kristalna rešetka, mada se tip simetrije rešetke menja. Fazne prelaze druge vrste ne prate promene entropije i unutrašnje energije tela, dakle, ovde nema toplote faznog prelaza.

Landau je pokazao, da se pri faznim prelazima druge vrste, u skokovima menjaju date karakteristike supstance, kao što su specifična toplota, koeficijent toplotnog širenja, stišljivost itd. što se potvrđuje eksperimentom. Na sl. 42.6. dati su grafici promene namagnetisanja i specifične toplote neke supstance. Kao što se vidi, pri temperaturi 4,2 K namagnetisanje naglo pada, dakle, ta temperatura je (Curie) tačka Kirijeva za datu supstancu. Pri toj temperaturi specifična toplota na početku naglo raste, a zatim opada.



Sl. 42.6.



Sl. 42.7.

5. Feromagnetizam je prisutan samo kod kristala, a oni su anizotropni (vidi § 32.1), zato monokristal feromagnetske supstance mora posedovati anizotropnost namagnetisanja - tj. njegove magnetske osobine moraju biti različite i različitim pravcima. Eksperiment potvrđuje ovu pretpostavku.

Na sl. 42.7 su dati grafici namagnetisanja gvoždja, koji ima rešetku tipa zapreminski centrirane kocke (vidi § 33.4).

Primećuje se, da je u smeru ivica kocke namagnetisanje supstance pri datoj vrednosti polja najveće (a), manje je u smeru - pravcu dijagonale strane (c) a najmanje namagnetisanje u smeru (duž) dijagonale kocke (b). Zato se ivica kocke naziva smerom lakog namagnetisanja, a dijagonala kocke - smerom teškog namagnetisanja.

Prirodno, da se kod polikristala anizotropija namagnetisanja ne opaža, pošto su odvojeni mikro kristalići orijentisani neuredjeno (vidi § 32.2).

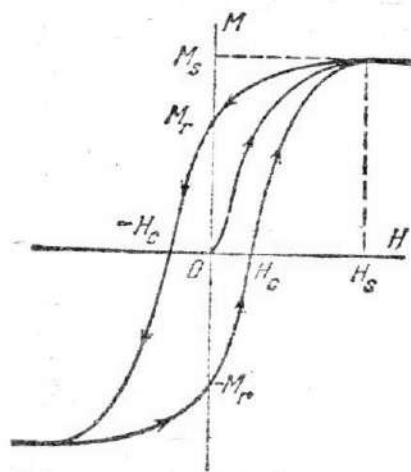
§ 42.7. Histerezis

1. Karakterističnu osobinu feromagnetskih tela predstavlja histerezis. Pojava se sastoji u tome, što namagnetisanje feromagnetskih tela zavisi ne samo od jačine magnetskog polja koje prouzrokuje magnetisanje u datom momentu, već i od prethodnog

namagnetisanja uzorka. Zato je sasvim nemoguće govoriti, kakvo namagnetisanje feromagnetskog tela odgovara datoj vrednosti jačine magnetskog polja, ako nije poznato, u kakvom se stanju ono do tada nalazilo. Prirodno, to isto se odnosi i na vrednosti magnetske supseptibilnosti i permeabilnosti.

Grafik na sl. 42.5 karakteriše put prvobitnog namagnetisanja, kada je feromagnetik u početku bio zagrejan iznad Kirijeve tačke i samim tim upotpunosti razmagnetisan, a zatim ohladjen i podvrgnut namagnetisanju. Potpuno drugačiji oblik imaće kriva namagnetisanja, ako je feromagnetsko telo bilo već ranije namagnetisano.

2. Napravimo jezgro u obliku toroida od razmagnetisanog feromagnetskog tela i obmotamo ga ravnomerno sa provodnikom. Menjajući struju u omotaču, samim tim menjamo jačinu magnetskog polja koje prouzrokuje magnetisanje. Neka jačina polja poraste do vrednosti H_s (sl. 42.8). Toj vrednosti polja odgovara zasićenje namagnetisanja jednako M_s .



Sl. 42.8.

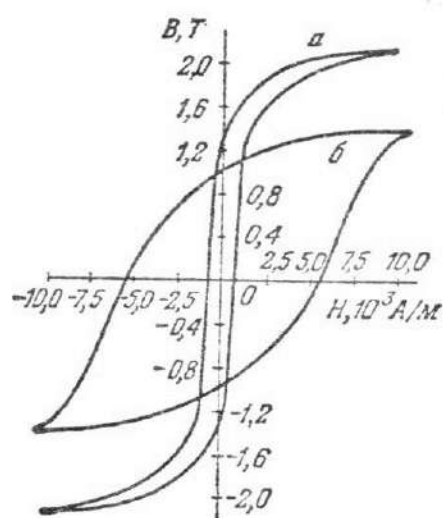
Smanjujemo li struju u omotaču, samim tim smanjujemo i jačinu magnetskog polja koje vrši magnetisanje. Uverićemo se, da namagnetisanost jezgra u procesu razmagnetisanja ostaje svo vreme veća, nego u procesu namagnetisanja.

Kada struja u omotaču postane jednaka nuli, isčezava i polje koje prouzrokuje magnetisanje. Ali namagnetisanost feromagnetskih tela ne postaje jednaka nuli - jer jezgro čuva neko zaostalo namagnetisanje M_r . I samo u tom slučaju, kada kroz omotač bude propuštena struja suprotnog smera i pojavi se polje jačine

$-H_c$, namagnetisanje jezgra postaje jednako nuli. Jačina polja razmagnetisanja H_c naziva se koercitivnom silom.

Kriva, predstavljena na sl. 42.8 naziva se histerezisnom petljom.

3. U zavisnosti od hemijskog sastava, a takodje od osobina toplotne i mehaničke obrade materijala (kaljenja, valjanja i dr) sreću se feromagnetici sa različitim osobinama. Supstance sa malim vrednostima koercitivne sile nazivaju se «mekim» magnetskim materijalima, visokokoercitivni materijali se nazivaju «čvrstim». Na sl. 42.9 je data petlja histerezisa za dva materijala: magnetski - mekog gvoždja (a) i visoko koercitivnog kaljenog čelika (b)



Sl. 42.9.

Oblik petlje histerezisa određuje oblast primene ovog ili onog feromagnetskog tela. «Meki» magnetski materijali koriste se za pravljenje jezgara elektromagneta, gde je važno imati veliku vrednost maksimalne indukcije polja a malu koercitivnu silu. Ti isti materijali koriste se za jezgra transformatora i mašina naizmenične struje (generatora, motora): zahvaljujući maloj koercitivnoj sili oni se lako premagnetišu. Takvi isti zahtevi su potrebni za jezgra magneta kod akceleratora.

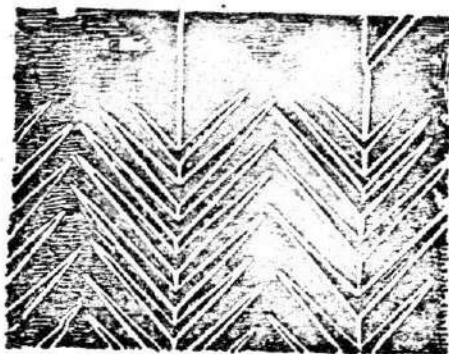
Magnetsko-čvrsti materijali koriste se za pravljenje stalnih magneta. Zahvaljujući velikoj vrednosti koercitivne sile i relativno velikoj zaostaloj indukciji ti magneti mogu jaka magnetska polja da stvaraju dosta dugo.

Konstantni (postojani) magneti od visoko koercitivnih legura koriste se u magnetsko-električnim mernim uređajima, u elektro dinamičkim reproduktorima i mikrofonima, u malim generatorima, u mikroelektromotorima itd.

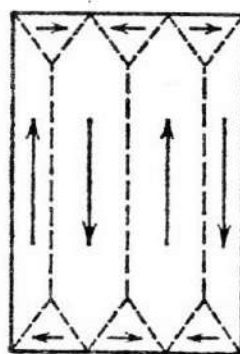
§42.8. Domenska struktura feromagnetskih materijala

1. Karakteristike feromagnetika mogu se objasniti, sledeći klasičnu teoriju feromagnetizma, datu od strane P. Vejsova. Saglasno toj teoriji, pri temperaturama nižim od Kirijeve tačke feromagnetici se sastoje iz mikroskopskih oblasti, koje se nazivaju domenima, a u svakom od njih magnetski momenti atoma su raspoređeni strogo u jednom smeru, koji odgovara smeru lakog namagnetisanja (vidi §42.6). Samim tim svaki domen se pokazuje namagnetisan do zasićenja nezavisno od prisustva spoljašnjeg magnetskog polja i od njegove vrednosti.

Veličine domena dostižu do 10^{-2} - 10^{-3} cm, usled čega se mogu opaziti i u mikroskopu. Da bi se uočili domeni, na poliranu površinu feromagnetika nanese se kap ulja, u kojoj su povezane male čestice feromagnetskog praha (metod Akulova - Bitera). Čestice feromagnetskog praha se koncentrišu na granicama domena gde je magnetsko polje najviše nehomogeno (sl. 42.10).

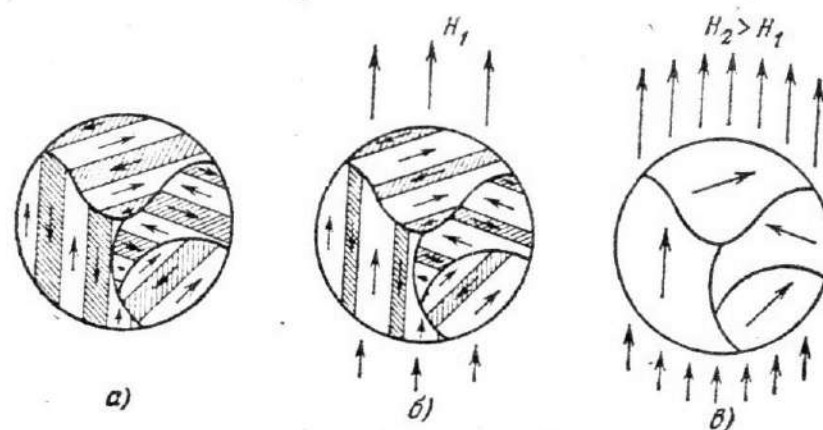


Sl. 42.10.



Sl.42.11.

Ukoliko nema spoljašnjeg magnetskog polja domeni u monokristalu se postavljaju tako, da njihova magnetska polja poništavaju jedno drugo i ukupno spoljašnje magnetsko polje postaje jednako nuli. Na sl. 42.11 šematski su predstavljene ti domeni. Strelicama su pokazani smerovi vektora namagnetisanja unutar domena. Kako je predstavio L.D. Landau i E.M. Lifšic, takav sistem domena u monokristalu karakteriše stanje sa minimalnom energijom magnetskog polja, što sa stanovišta zakona termodinamike obezbeđuje stabilnu ravnotežu ovog sistema.



Sl. 42.12.

2. Objasnimo na osnovu ovih pokazivanja mehanizam namagnetisanja polikristalnog uzorka - preparata. Polikristal se sastoji od zasebnih zrnaka, kod kojih su smerovi lakšeg namagnetisanja neuredjeno orijentisani. Svako zrno se razbija na nekoliko domena, usmerenih duž linije lakšeg namagnetisanja (sl. 42.12a).

Pri uključivanju slabog spoljašnjeg polja uvek se nađe veći broj domena, kod kojih se smer vektora namagnetisanja poklapa sa smerom spoljašnjeg kola. Ti domeni poseduju minimum energije i zato se predstavljaju u stanju stabilne ravnoteže. Susedni domeni poseduju maksimum energije. Zato je energetski povoljno, ako magnetski momenti nekih atoma menjaju svoj smer i pripoje onim domenima, čija je energija minimalna. Taj proces se zove pomeranjem granice domena (sl. 42.12b).

Srazmerno rastu jačine spoljašnjeg magnetskog polja granica domena se pomera sve jače. Pri tome zidovi domena počinju da sreću na svom putu defekte kristala - dislokacije i sl. (vidi § 32.4). Ti defekti ometaju promenu smera magnetskog momenta kod atoma, koji se nalaze u blizini defekta (ometaju premeštanje zidova domena). Srazmerno porastu polja potencijalna energija atoma (magnetskih dipola) u blizini defekta poraste toliko, da prelazi energiju aktivacije (vidi § 34.3).

U tom slučaju magnetski momenti atoma u blizini defekta skokom menjaju svoj smer na suprotan, drugim rečima, zid domena skokom se odaljava od mesta i kreću se do sledećeg defekta. Na taj način, proces namagnetisavanja polikristalne supstancije se vrši ne ravnomerno, već u skokovima. Ta pojava je poznata pod imenom Barkhausenov efekat.

Ovo se može opaziti i eksperimentalno. Snopu (svežnju) žice od nikla prinosi se magnet; dolazi do namagnetisanja nikla u skokovima, i to prouzrokuje i promenu magnetskog polja u skokovima. zahvaljujući pojavi elektromagnetske indukcije (gl.43) u žici, koja je navijena na snop od nikla, javljaju se impulsi struje, koji se dobro čuju u telefonu.

Skokoviti karakter procesa namagnetisanja polikristalnog feromagnetika dovodi do nepovratnih gubitaka energije (premeštanja dislokacija i drugih defekata; pojave elastičnih talasa, čija energija prelazi u unutrašnju itd.). Dakle, i proces namagnetisanja u jakim poljima se vrši nepovratno. Pri smanjivanju magnetskog polja struktura supstance neće se uspostavljati: domeni pri razmagnetisavanju će imati drugačiji oblik i orijentaciju u poredjenju sa procesom namagnetisanja. To i jeste uzrok efekta histerezisa.

3. U dovoljno jakim poljima svi zidovi (strane) domena pomeraju se ka granicama kristalnih zrna, i svako zrno je namagnetisano duž smera lakšeg namagnetisanja koje gradi najmanji ugao sa smerom spoljašnjeg polja (sl. 42.12b). Ako se još više pojača jačina polja za namagnetisanje, onda magnetski momenti zrna počinju da se obrću, postavljajući se duž polja. Ovaj proces zahteva jaka polja, a rezultat toga je da se u ovoj oblasti namagnetisanost menja malo a rast krive namagnetisanja usporava se.

Na kraju, kada se magnetski momenti svih zrna postavljaju duž polja, dolazi do magnetskog zasićenja - sa povećanjem spoljašnjeg polja namagnetisanje supstance prestaje da raste.

4. Kao što se vidi, koristeći predstave o strukturi domena kod feromagnetika, mogu se objasniti sve osobenosti procesa njihovog namagnetisanja. Kirijeva tačka predstavlja temperaturu iznad koje se vrši rušenje strukture domena.

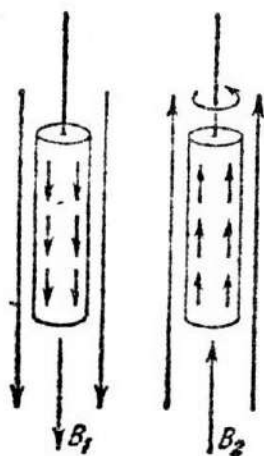
Ostaje da se odgovori na dva pitanja. Pre svega treba objasniti, kakve sile dovode do toga, da se unutar domena magnetni momenti svih atoma proizvoljno postavljaju duž smera lakog namagnetisanja? A zatim treba naći uzroke toga, zašto jedne supstance poseduju feromagnetske osobine, a druge ne? Odgovor na ta pitanja može dati samo kvantna teorija magnetskih pojava?

§42.9. Ajnštajnov i de-Gazov eksperiment

1. U prethodnim paragrafima koristila se predstava o tome, da atomi paramagnetskih i feromagnetskih supstanci imaju magnetski moment i u spoljašnjem magnetskom polju ti momenti se orijentišu duž polja. U §42.2 smo objasnili, da je odnos orbitnog magnetskog momenta i orbitnog momenta impulsa jednak polovini specifičnog naelektrisanja elektrona.

Nameće se veoma važnim eksperimentalno proveriti ova predviđanja. Ideja takvog eksperimenta bila je predložena 1915. godine od Ajnštajna, eksperiment je u toj godini on učinio zajedno sa de-Gazom.

Suština eksperimenta je ova. Obesimo štap od feromagnetskog materijala o tanku nit i stavimo ga u kutiju tako, da bi se osa štapa i nit vešanja poklapali sa smerom vektora indukcije polja koje vrši magnetisanje. Propuštajući struju kroz omotač kutije, namagnetišemo štap do zasićenja u suprotnom smeru (sl. 42.13).



Sl. 42.13.

Proces premagnetisavanja se sastoji u tome, što se smerovi magnetskih momenata menjaju na suprotne. Ali zajedno sa promenom smera magnetskog momenta menja se i smer momenta impulsa elektrona.

Sistem elektrona i pozitivnih jona, koji obrazuje kristalnu rešetku štapa, jeste zatvoren, pošto nikakvi mehanički momenti na njega ne dejstvuju. No onda na osnovu poznatog zakona održanja (vidi §22.7)

ukupni moment impulsa elektrona i jona rešetke ne mora se menjati. A pošto se pri premagnetisavanju štapa moment impulsa elektrona menja, onda se saglasno tome mora pojaviti moment impulsa u samom štapu, tako da bi njihova algebarska suma očuvala prvobitnu vrednost; zahvaljujući tome štap (jezgro) se obrne oko ose koja je paralelna polju.

Tako je eksperimentalno dokazano kod atoma prisustvo magnetskog momenta, koji je izazvan kretanjem elektrona unutar atoma.

Prisustvo magnetskog momenta dovodi do pojave mehaničkog momenta impulsa (saglasno 42.1).

2. Iste te godine S.Dž. Barnett je pokazao, da postoji efekat, koji je u nekom smislu obrnut efektu Ajnštajna-de Gaza. A zapravo, on je primetio, da ako se gvozdeni štap dovede u brzo obrtanje, onda se on namagnetise. Iz tog eksperimenta takodje je bilo moguće da se odredi odnos magnetskog momenta i momenta impulsa.

3. Detaljna analiza rezultata eksperimenta pokazala je, da kako u eksperimentu Ajnštajna-de-Gaza, tako i u eksperimentu Barneta odnos magnetskog momenta i momenta impulsa ima očekivani znak, koji odgovara negativnom naelektrisanju elektrona, ali brojna vrednost veličine pokazuje se dva puta većom, nego što je po formuli (42.1), tj:

$$\frac{p_m}{L} = \frac{e}{m_e} \quad (42.17)$$

Može se pretpostaviti sledeće objašnjenje dobijenog rezultata. Predpostavimo, da elektron ima ne samo orbitni magnetski moment, za koga je data relacija (42.1), već i još jedan magnetski moment, poznat kao spinski, za koga odgovara relacija (42.17). Ako se još uzme da orbitni magnetski moment mogu biti kompenzovani, onda se rezultati eksperimenta Ajnštajna-de-Gaza i Barneta objašnjavaju presto.

Pokazalo se, da prisustvo spinskog magnetskog momenta elektrona neposredno proizlazi iz eksperimenta Šterna i Gerlaha.

§42.10. Štern-Gerlahov eksperiment

1. O.Štern i V.Gerlah su 1921.godine postavili eksperiment za direktno određivanje magnetskih momenata atoma različitih hemijskih elemenata. U tom cilju se snop atoma propušta kroz magnetsko polje sa velikom (jakom) nehomogenošću, tj. sa velikom vrednošću gradijenta $\Delta B/\Delta Z$. Za dobijanje takvog velikog gradijenta koristio se elektromagnet sa specijalnim oblikom završetka polova (sl.42.14).

Atomi metala, isparavajući se u peći 1, prolaze kroz dijafragmu 2, obrazujući uzak snop. U odsustvu magnetskog polja taj snop ostavlja trag u centru fotoploče 3. Ako se uključi magnetsko polje, onda duž ose Z na atome dejstvuje sila

$$F_z = p_{mz} \frac{\Delta B}{\Delta Z} \quad (41.19), \text{ gde je } p_{mz} -$$

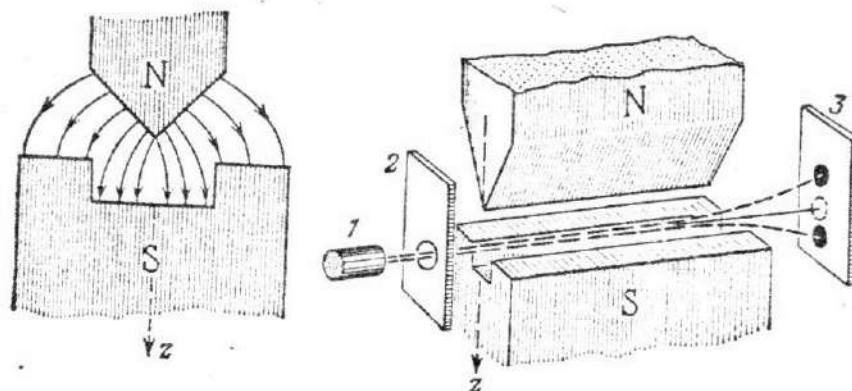
projekcije magnetskog momenta na osu Z. Pod dejstvom te sile atomi skreću gore ili dole, u zavisnosti od toga, da li je usmerena projekcija magnetskog momenta duž ili nasuprot ose. Izmerivši vrednost skretanja snopa i znajući gradijent indukcije polja, može se izračunati projekcija magnetskog momenta atoma.

2. Na osnovu klasičnih predstava druge orijentacije magnetskog momenta u odnosu na Z - osu su podjednako verovatne, pošto projekcija magnetskog momenta može uzimati bilo koje vrednosti od $-p_m$ do $+p_m$, uključujući i nulu.

Saglasno tome će se menjati i sila, koja dejstvuje na atome. A pošto je u snopu vrlo mnogo atoma, onda saglasno klasičnim posmatranjima snop se mora razdvojiti u široku traku - crticu. Pokazalo se, da se takva razdvojena - odvojena traka nikada ne pojavljuje! I tako, ~~predpostavka~~ o jednakoj verovatnoći orijentacije magnetskih momenata u proizvoljnim smerovima, koja leži u osnovi klasične fizike, ne odgovara stvarnosti.

3. Eksperiment je pokazivao, da atomi nekih supstanci uopšte ne skreću u magnetskom polju, npr. atomi žive. To znači, da kod tih atoma nepostoje magnetski momenti; dakle, sve te supstance moraju biti dijamagnetici, što odgovara stvarnosti.

Posebno značajan rezultat se dobio u eksperimentima sa alkalnim metalima litijumom, natrijumom, kalijumom (a takodje i sa aluminijumom i nekim drugim). Ovde se snop atoma razdelio na dva, i oba su skratila za istu vrednost ali na suprotne strane (sl. 42.14). Odavde izlazi, da projekcija magnetskog momenta datog



Sl. 42. 14.

atoma na osu može imati samo dve vrednosti jednake po veličini a suprotne po znaku. Izmerivši vrednost tog skretanja, moglo se pokazati, da je u datom slučaju projekcija magnetskog momenta atoma jednaka magnetonu Bora:

$$P_{mZ} = \pm \mu_B \quad (42.18)$$

§ 42.11. Spin elektrona

1. Proanalizirajmo detaljnije rezultat, dobijen sa alkalnim metalima, na primeru litijuma. Litijum - treći element u Mendeljevim periodnom sistemu, zbog čega se oko njegovog jezgra okreću tri elektrona (§ 73.2). Ali, istovremeno je litijum, kao i

svi alkalni metali jednovalentni element. To nas navodi na zaključak, da se jedan od elektrona litijuma nečim razlikuje od druga dva. Kao što će biti pokazano u §73.1, dva elektrona litijuma nalaze se na istoj orbiti, kao i dva elektrona helijuma, a treći elektron nalazi se na drugoj orbiti.

Elektroni, koji se nalaze na helijumovoj orbiti, ne daju udela u magnetski momenat atoma, pošto su njihovi magnetski momenti kompenzovani (§42.4). Dakle, magnetski momenat atoma se javlja na račun nekompenzovanog magnetskog momenta valentnog elektrona. No kako kod atoma svih alkalnih metala postoji jedan valentni elektron, onda svi oni moraju imati nekompenzovan magnetski moment. Kao rezultat toga svi alkalni metali moraju biti paramagnetici, što se i očekuje.

2. Međutim, pažljiva analiza pokazuje, da taj nekompenzovani magnetski moment ne može biti orbitni moment.

S.Gaudsmit i G.Ulenbah 1925. godine kao rezultat ispitivanja niza teškoća, koje postoje u atomskoj fizici (u tom smislu i s objašnjenjem rezultata eksperimenta Štern-Gerlaha), došli su do zaključka, da elektron mora posedovati sopstveni moment impulsa, koji je nazvan spinom (od engleske reči spin - obrtanje oko sopstvene ose) (§72.5).

3. Osvrnimo se na objašnjenje uloge spina na poreklo feromagnetizma. Pomoću računa, koji ne mogu biti dati u ovoj knjizi, Frenkl i Hajzenberg su pokazali, da pri elektrostatičkom međusobnom dejstvu elektrona u supstanciji energija međusobnog dejstva sastoji se iz dva dela: energije kulonovog polja i još jedne komponente, koja karakteriše takozvano zapreminsko međusobno dejstvo - koja je čisto kvantno mehanički efekat, koji nema klasičnog sličnog primera (§74.3).

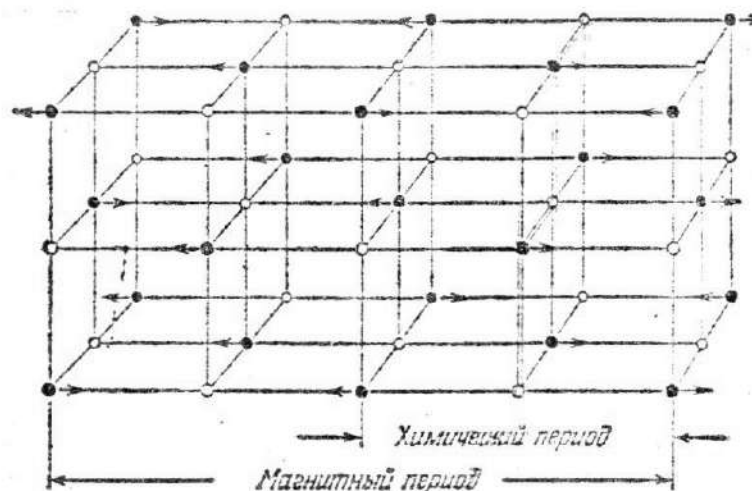
Primećuje se, da je pri paralelnoj orijentaciji spinova energija zapreminskog međusobnog dejstva negativna, što odgovara silama privlačenja. Ali pak minimum energije - jeste uslov stabilne ravnoteže sistema (vidi §19.6). Dakle, u rezultatu dejstva zap-

reminskih sila spinski momenti atoma morali bi se postaviti u jednom smeru, ako tome ne bi smetalo toplotno kretanje.

Kod paramagnetskih tela energija zapreminskog medjusobnog dejstva je manja od energije toplotnog kretanja, usled čega se te supstance spontano ne mogu namagnetisati. Što se tiče feromagnetika, kod njih pri temperaturama nižim od Kirijeve tačke energija zapreminskog medjusobnog dejstva je znatno veća od energije toplotnog kretanja, a kao rezultat toga spinovi velike grupe atoma se orijentišu svi u smeru lakšeg namagnetisanja, a samim tim obrazuju se oblasti spontanog namagnetisanja tj. domeni.

§ 42.12. Antiferomagnetizam

1. Pri izučavanju osobina feromagnetika Landau je 1933. god. došao do zaključka, da moraju postojati supstance, kod kojih pri niskim temperaturama, magnetski momenti se ne orijentišu paralelno, kao što treba kod feromagnetika, već antiparalelno, tj. magnetski momenti u dva susedna atoma su postavljeni suprotno jedan drugom. Eksperimentalno je bilo opaženo 1938. godine, da jedinjenja MnO , MnS , CrO_2 , $NiCr$ i niz drugih stvarno poseduju antiferomagnet-ske osobine.



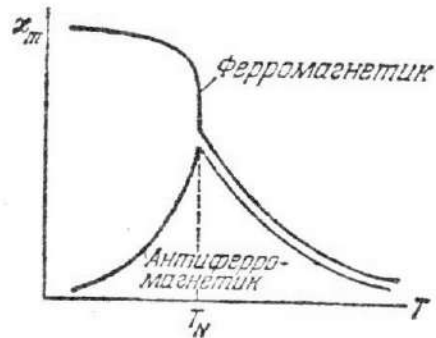
Sl. 42. 15.

Na sl. 42.15 je data šema kristalne rešetke mangan oksida MnO . Svetlim kružićima bez strelica su označeni atomi kiseonika, koji nemaju magnetski moment; crnim kružićima - paramagnetski atomi mangana; strelicama su označeni smerovi njihovih magnetskih momenata. Uočljivo je, da u kristalu postoje dva perioda (intervala - konstante): period rešetke (hemijski period), koji je jednak dužini ivice kocke, čijim se paralelnim premštanjem može izgraditi cela kristalna rešetka, i magnetski period jednak dužini ivice te kocke, čijim paralelnim prenošenjem se može izgraditi magnetska rešetka. Koristeći pojavu difrakcije neutrona (§69.2), uspelo se eksperimentalno pokazati, da je period magnetske rešetke dvaput veći od perioda kristalne rešetke.

2. Kod antiferomagnetika postoji temperatura, analogna Kirijevoj temperaturi kod feromagnetika, iznad koje se ruši magnetska uredjenost, predstavljena na sl. 42.15, i supstanca prelazi u običan paramagnetik. Ta temperatura T_N se naziva Nelijevom tačkom; ona kao i Kirijeva tačka predstavljaju temperature faznog prelaza druge vrste.

No ako iznad tačke faznog prelaza feromagnetici i antiferomagnetici dovode sebe u isto - tj. oba se pretvaraju u paramagnetičke, onda niže od te temperature oni se savršeno razlikuju. Kod feromagnetskih tela ispod Kirijeve tačke zahvaljujući spontanone namagnetisanju i obrazovanju domena magnetska supsceptibilnost u skokovima raste stotine i skoro hiljade puta, a zatim, sve do temperatura, bliskih apsolutnoj nuli, magnetska supsceptibilnost malo zavisi od temperature. Kod antiferomagnetika pri temperaturama nižim od Nelijeve tačke javlja se magnetska uredjenost, povećava se broj antiparalelnih momenata, i njihovo namagnetisanje se naglo smanjuje; saglasno tome smanjuje se i magnetska supsceptibilnost.

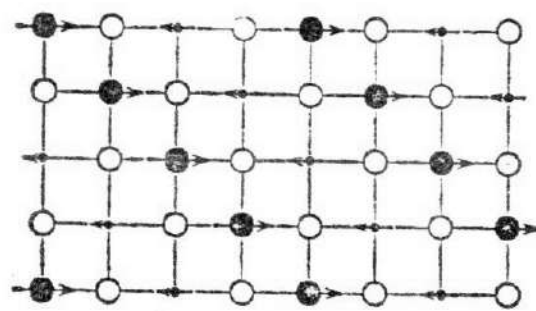
Srazmerno opadanju (snižavanju) temperature magnetski red (uredjenost) postaje sve savršeniji, pošto se smanjuje energija toplotnih oscilacija, koje remete - mešaju uredjenost orijentacije magnetskih momenata. Dakle, srazmerno približavanjem temperature antiferomangetika opsolutnoj nuli njegova magnetska supsceptibilnost takodje teži nuli (sl.42.16).



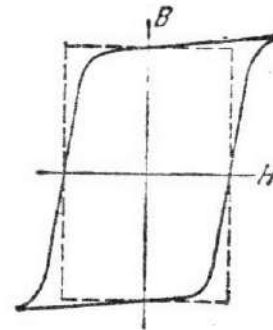
Sl. 42.16.

pošto razlika magnetskih momenata dva susedna paramagnetska atoma neće biti jednaka nuli.

3. Predstavićemo supstancu sa anti-feromagnetskim redom, kod koje je polovina atoma mangana zamenjena drugim paramagnetskim atomima, koji imaju veći magnetski moment, npr. atomima gvoždja. Na sl. 42.17 ti su atomi predstavljeni crnim kružićima većeg poluprečnika sa dužom strelicom. Pri temperaturi nižoj od Nelijeve tačke te supstance postaju spontano namagnetisanje,



Sl. 42.17.



Sl. 42.18

Materijali sa ovakvim osobinama stvarno postoje, i nazivaju se feriti, a magnetske osobine ferita - ferimagnetizmom. Feriti se dobijaju putem slepljivanja praškova, koji se sastoje od savršeno pomešanih oksida gvoždja (Fe_2O_3) sa oksidima drugih metala - litijuma, nikla, mangana itd. U zavisnosti od sastava i karaktera obrade mogu se dobiti feriti sa različitim osobinama (svojstima). Tako, koercitivna sila nikl - cinkovih ferita iznosi približno 1A/m , a kobaltovih ferita oko $2 \cdot 10^5\text{A/m}$. Kod magnezijum - manganovih ferita histerezis petlja je bliska pravougao-
nom obliku (sl. 42.18), što omogućava da se koriste u svojstvu elemenata koji zauzimaju osnovu u elektronskim računskim mašinama.

Magnetska indukcija kod ferita je znatno manja, nego kod metalnih feromagnetika. Ali feriti poseduju jedno važno preimućstvo: ako se metalni feromagnetici pokazuju kao dobri provodnici elektrićne struje, onda feriti poseduju dosta nisku elektroprovodnost.

To omoguććava korišćenje ferita u svojstvu jezgara uredja-ja, koji rade pomoću struja visokih frekvencija, gde je primena ćelićnih jezgara nemoguća.

GLAVA 43

ELEKTROMAGNETSKA INDUKCIJA

§43.1. Faradejevo otkriće

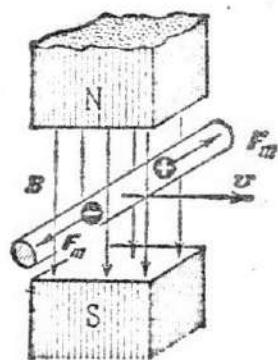
1. Oslanjajući se na to, da se oko provodnika sa strujom javlja magnetsko polje, Faradej je još 1821. godine došao do zaključka, da se pomoću magnetskog polja može stvoriti struja u provodniku. O tome svedoči zapis u njegovom dnevniku za tu godinu: «Pretvoriti magnetizam u elektricitet». Međutim samo kroz deset godina, posle napornih istraživanja, njemu je na kraju uspelo da reši taj zadatak. Faradej je primetio, da ako se namotaju na kakvo bilo jezgro dva provodnika, i ako u jednom od njih menjamo jačinu struje (npr uključujući ili isključujući kolo), onda se u drugom provodniku javlja struja.

Zatim je ustanovio, da se struja u drugom provodniku jako pojačava, ako je jezgro od gvoždja. Dalje je primećeno, da se provodnik sa strujom može zameniti magnetom i struja u solenoidu nastaje bilo pri premeštanju solenoida u odnosu na magnet, bilo obrnuto, pri premeštanju - uvlačenju magneta u solenoid.

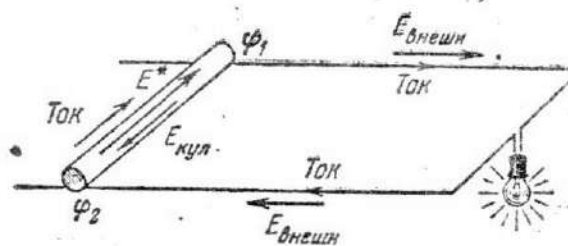
2. Sa faradejevim otkrićem počela je nova era kako u teoriji elektromagnetizma, tako i u njenim praktičnim postavkama. Bilo je konačno obrazloženo jedinstvo električnih i magnetskih pojava, što je poslužilo kao podstrek za razradu teorije elektromagnetskog polja. To je uspelo Maksvelu da ostvari sedamdesetih godina prošlog veka. S druge strane, otkriće Faradeja je poslužilo kao baza za razvoj savremene elektrotehnike, pošto u suštini rada svih savremenih elektrotehničkih mašina leži pojava elektromagnetske indukcije.

§43.2. Pojava elektromagnetske indukcije i Lorencova sila

1. Mehanizam pojave indukcione struje u pokretnom provodniku može se objasniti pomoću Lorencove sile. Nekase provodnik, u kome postoje slobodna pozitivna i negativna naelektrisanja, kreće se brzinom $\vec{v}$ normalno na smer vektora indukcije $\vec{B}$ (sl. 43.1). U tom slučaju na naelektrisanja deluje Lorencova sila $F_m = qvB$, smera (određenog po pravilu leve ruke - §41.1) duž provodnika.



Sl. 43.1.



Sl. 43.2.

Pod dejstvom Lorencove sile vrši se razdvajanje naelektrisanja: pozitivna naelektrisanja nagomilavaju se na jednom kraju provodnika, negativna na drugom kraju. Ta naelektrisanja stvaraju unutar provodnika elektrostatičko kulonovo polje. Ako je provodnik razdvojen (naelektrisanjima) onda kretanje naelektrisanja pod dejstvom Lorencove sile vršiće se sve dotle, dok električna sila, koja dejstvuje na naelektrisanje od strane kulonovog polja, ne uravnoteži Lorencovu silu.

Vidimo da je dejstvo Lorencovih sila analogno dejstvu nekog električnog polja, koje bi bilo usmereno nasuprot kulonovog polja. Ukoliko je to polje izazvano ne razdvajanjem naelektrisanja, već neelektrostatičkim (u našem slučaju - lorencovim) silama, onda

to polje se javlja kao (strano) spoljašnje polje. Jačina spoljašnjeg polja

$$E^* = \frac{F_m}{q} = vB \quad (43.1)$$

2. Postavimo - vežimo provodnik, koji se kreće u magnetskom polju, za spoljašnji potrošač, kao što je prikazano na sl. 43.2. Eksperiment pokazuje, da je u tom slučaju razlika potencijala manja nego pri otvorenom kolu; shodno tome smanjuje se jačina kulonovog polja unutar provodnika.

Jačina spoljašnjeg polja određuje se samo brzinom provodnika i indukcijom magnetskog polja. Dakle, ona se ne menja pri uključivanju kola. Na taj način, ako je u razdvojenom provodniku jačina kulonovog polja i spoljašnjeg polja jednaka, onda je u zatvorenom kolu jačina kulonovog polja manja od jačine spoljašnjeg polja.

3. Uzmimo sada za smer kretanja nosioce struje. Smer struje određuje se smerom kretanja pozitivnih naelektrisanja duž polja, tj. iz oblasti sa višim potencijalom u oblast sa niskim potencijalom. U spoljašnjem delu kola pozitivna naelektrisanja kreću se iz oblasti sa potencijalom φ_1 u oblast sa potencijalom φ_2 pod dejstvom električnog polja jačine $E_{\text{spoljš.}}$. Rad koji vrši to polje, pri premeštanju naelektrisanja, iznosi

$$A_{\text{spoljš}} = q (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (43.2)$$

U unutrašnjem delu pozitivna naelektrisanja kreću se iz oblasti sa niskim potencijalom φ_2 u oblast sa višim potencijalom φ_1 . To je moguće zato, što su u datom slučaju spoljašnje sile (Lorenove sile) veće od kulonovih sila, koje dejstvuju nasuprot kretanju naelektrisanja. Rad koji se vrši pri premeštanju naelektrisanja u unutrašnjem delu kola, jednak je razlici radova, koje vrši spoljašnje i kulonovo polje, kulonove sile su konzervativne, i njihov rad ne zavisi od oblika trajektorije (vidi §18.7). Prema

tome, rad na premeštanju naelektrisanja po unutrašnjem delu kola je

$$A_{\text{unutr}} = q\ell(E^* - E_{\text{kul}}) = q\ell vB - q(\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_2) \quad (43.3)$$

§ 43.3. Elektromotorna (elektrodinamička) sila indukcije

1. Koristeći se jednačinama (39.11) i (43.1) dobija se izraz za E.M.C. indukcije

$$\xi = E^* \ell = vB\ell \quad (43.4)$$

Napomenimo, da smo posmatrali slučaj, kada je vektor brzine normalan na vektor indukcije magnetskog polja. Ostavljamo čitaocu mogućnost dokaza, da je u opštem slučaju

$$\xi = B\ell v \sin\alpha \quad (43.5)$$

gde je α - ugao između smera (pravca) vektora brzine i vektora indukcije magnetskog polja.

2. Izračunaćemo rad, koji se vrši pri premeštanju naelektrisanja po zatvorenom kolu. Zamenjujući izraze (43.3), (43.4) i (43.2) dobija se

$$\begin{aligned} A_{\text{z.kola}} &= A_{\text{spoljš}} + A_{\text{unutr}} = q(\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_2) + q\ell vB - q(\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_2) = \\ &= q\ell vB = q\xi = A_{\text{spoljš}} \end{aligned}$$

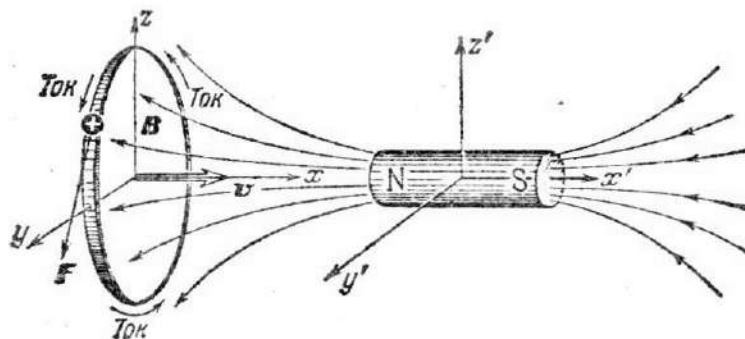
Odakle se dobija

$$\xi = \frac{A_{\text{zkola}}}{q} \quad (43.6)$$

Preme tome, , vidimo, da je rad na premeštanju naelektrisanja po zatvorenom kolu jednak radu spoljašnjih sila. To omogućava da se da druga definicija pojmu EMS: elektromotorna sila jednaka je odnosu rada, koji se vrši pri premeštanju naelektrisanja po zatvorenom kolu jedan put, i veličine naelektrisanja koje se premešta.

§ 43.4. Pojava indukcije u nepokretnom provodniku

1. Da bi objasnili mehanizam pojave elektromagnetske indukcije u nepokretnom provodniku, koristimo se šemom predstavljenom na sl. 43.3. Ovde je sistem referencije xyz vezan za zatvoreni provodnik a sistem referencije $x'y'z'$ za izvor magnetskog polja, npr. za stalni magnet. Neka se provodnik i magnet približavaju jedan drugom sa brzinom v .



Sl. 43.3.

U sistemu referencije xyz , vezanom za provodnik, naelektrisanja su nepokretna u odnosu na sistem referencije, dakle, Lorensova sila na njih ne može dejstvovati. Pa ipak pri približavanju magneta ka provodniku u provodniku se javlja struja. Taj rezultat u potpunosti odgovara principu relativnosti, saglasno kojem su svi inercijalni sistemi referencije ravnopravni i pojave (u ovom slučaju struja) se određuju samo relativnom brzinom približavanja provodnika i magneta. Ali nas ipak interesuje, koje sile u tom slučaju izazivaju cirkulaciju naelektrisanja na provodniku.

2. Poznato je, da se kretanje naelektrisanja može javiti bilo pod dejstvom električnih sila, bilo pod dejstvom Lorencovih sila. Pošto u sistemu referencije xyz , vezanom za provodnik, ne dejstvuju Lorencove sile, zaključujemo, da se struja u provodniku izaziva indukovanim električnim poljem, koga nema u sistemu $x'y'z'$.

Induktivno električno polje karakterišu neke osobenosti:

a) To polje nije kulonovo - ono je izazvano ne nekim razdvajanjem naelektrisanja, već približavanjem provodniku magneta (tj. izvora magnetskog polja).

b) Za razliku od linija sile kulonovog polja, koje počinju na pozitivnim a završavaju se na negativnim naelektrisanjima, linije sile indukovano polja su zatvorene same sa sobom. Zato se dato polje naziva vihornim.

v) Indukovano polje nije konzervativno, pošto rad, koji se vrši od strane tog polja pri premeštanju naelektrisanja po zatvorenom kolu, nije jednak nuli. Dakle, energetska karakteristika indukovano polja nije potencijal, već elektromotorna sila indukcije (E.M.S. indukcije).

§43.5. Jačina induktivnog polja

1. Odredimo jačinu induktivnog električnog polja. U sistemu referencije $x'y'z'$ (sl.43.3) na naelektrisanje dejstvuje Lorencova sila $F'_m = qvB'$, u sistemu xyz - električna sila $F_e = qE$. Odnos izmedju tih sila dobili smo u §40.2, a zapravo

$$F' = F \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$\text{Tako je, } qvB' = qE \sqrt{1 - v^2/c^2} \text{ ili } E = \frac{vB'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (43.7)$$

2. Elektromotorna sila u sistemu $x'y'z'$ brojno je jednaka radu, koji vrše spoljašnje (u ovom slučaju - Lorencove) sile

pri premeštanju jedinačnog naelektrisanja: $\xi' = \frac{F'\ell}{q} = vB'\ell$. U sistemu referencije xyz EMS brojno je jednaka radu, koji vrši indukovano električno polje pri premeštanju jedinačnog naelektrisanja po zatvorenom kolu jedanput, tj. $\xi = \frac{F\ell}{q} = E\ell$. Ali dužina provodnika u oba sistema je jednaka, pošto je on postavljen normalno na smer kretanja; jačina indukovnog polja izražava se formulom (43.7). Tako je

$$\xi = \frac{vB'\ell}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{\xi'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (43.8)$$

Obično pri pojavi elektromagnetske indukcije brzina kretanja provodnika znatno je manja od brzine svetlosti, i praktično EMS u oba sistema referencije se poklapa.

§ 43.6. Elektromagnetsko polje i princip relativnosti

1. Analiza pojave elektromagnetske indukcije posmatrana sa dva različita inercijalna sistema referencije dovodi nas ponovo do istog zaključka koji je bio dobijen u § 40.3, naime, da podela jednog elektromagnetskog polja na električnu i magnetsku komponentu zavisi od toga, u kom sistemu referencije se opisuje polje. U stvari, u sistemu referencije, u odnosu na koji naelektrisanja miruju (vidi sl. 40.2), međusobno dejstvo između njih ostvaruje se pomoću polja koje mi nazivamo elektrostatičkim. Magnetskog polja u tom sistemu referencije nema. U drugom sistemu referencije, u odnosu na koji se naelektrisanja kreću, međusobno dejstvo između njih ostvaruje se pomoću polja, koje se može razložiti na dve komponente - električnu i magnetsku. Može se reći, da u tom sistemu postoje dva polja, električno i magnetsko, i međusobno dejstvo između naelektrisanja u tom sistemu referencije ostvaruje se pomoću oba polja.

Sa sličnim slučajem se srećemo u uređaju, predstavljenom na sl. 43.3. U sistemu referencije, vezanom za magnet postoji

samo magnetsko polje, i kretanje naelektrisanja u provodniku se javlja na račun Lorencovih sila. U sistemu referencije, vezanom za provodnik, osim magnetskog polja, postoji vihorno električno polje, koje i stvara struju.

2. Mi ponovo dolazimo do zaključka, da «električna i magnetska polja ne postoje nezavisno od stanja kretanja koordinatnog sistema»

Ta formulacija pripada Ajnštajnu i uzeta je iz njegovog prvog rada iz teorije relativnosti, koja se pojavila 1905. godine pod nazivom «O elektrodinamici pokretnih tela»

Saglasno Ajnštajnu, za izračunavanje sile, koja dejstvuje na naelektrisano telo, treba pomnožiti veličinu naelektrisanja sa jačinom električnog polja u toj tački, gde se nalazi naelektrisano telo. Pri tome izraz za jačinu električnog polja mora biti transformisan na sistem referencije, u odnosu na koje ispitivano telo miruje.

§43.7. Faradejev zakon indukcije

1. Ostalo nam je da razmotrimo pojavu elektromagnetske indukcije u tom slučaju, kada i provodnik, u kojem se javlja indukovana struja, i izvor magnetskog polja miruju u datom sistemu referencije. U faradejevom eksperimentu s dva solenoida, postavljena na bilo kakvo jezgro, struja u drugom solenoidu (namotaju) se javlja samo u tom slučaju, ako se menja magnetsko polje, koje se stvara strujom u prvom solenoidu. Napomenimo, da način promene magnetskog polja ne igra nikakvu ulogu. Može se jedan solenoid premeštati u odnosu na drugi, može se pomoću prekidača uključiti ili isključiti struja u prvom solenoidu, može se menjati jačina struje u prvom solenoidu pomoću reostata - rezultat će biti jedan te isti: pri bilo kakvim promenama magnetskog polja u drugom solenoidu se javlja indukovana struja. Već nam je poznato, da u zatvorenom provodniku cirkulacija naelektrisanja izazvana je indukovanim električnim poljem. Na taj način, dolazimo do zaključka, da svaka promena

magnetskog polja praćena je pojavom vjornog električnog polja. Takvo tumaćenje pojave indukcije dao je Maksvel, i ono se pokazalo potpuno plodotvornim.

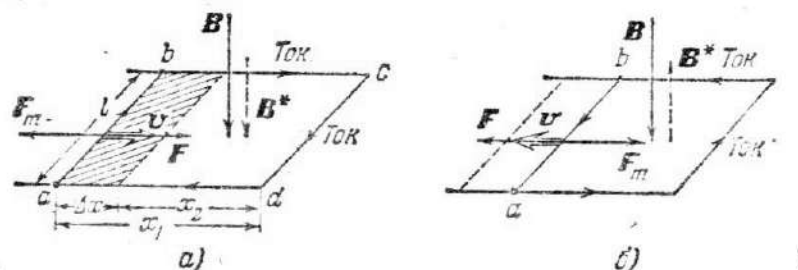
2. Transformišimo formulu (43.5) tako, da bi bila pogodna za odredjivanje EMS indukcije i u slučajevima, kada je provodnik nepokretan, a menja se magnetsko polje. U tom cilju je neophodno uvesti novu skalarnu karakteristiku magnetskog polja: fluks vektora magnetske indukcije, ili kraće, magnetski fluks Φ .

Neka je ravna površina abcd površine S postavljena u homogeno magnetsko polje normalno na linije sile (sl.43.4a). Fluksom vektora indukcije $\vec{B}$ kroz datu površinu S naziva se proizvod tih veličina:

$$\Phi = BS \quad (43.9)$$

Jedinica za merenje magnetskog fluksa u SI - sistemu jeste veber Wb; to je magnetski fluks koji prodire kroz površinu od 1 m^2 postavljenu normalno na linije sile homogenog magnetskog polja indukcije od 1T (Tesla)

$$1\text{Wb} = 1\text{T} \cdot 1\text{m}^2$$



Sl. 43.4.

Koristi se još jedinica maksvel; $1\text{Max} = 10^{-8}\text{Wb}$.

3. Pri pomeranju provodnika ab sa brzinom $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ u kolu se indukuje EMS indukcije $\xi = Blv = Bl\Delta x/\Delta t$. Izraz u brojiocu transformišemo tako da je:

$$Bl\Delta x = Bl(x_2 - x_1) = BS_2 - BS_1 = \Phi_2 - \Phi_1 = -\Delta\Phi$$

(pošto je $S_2 < S_1$). Znak minus pojavljuje se zato, što se magnetski fluks smanjuje. EMS indukcije je

$$\xi = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} . \quad (43.10)$$

4. Dati izraz je izveden za slučaj, kada se provodnik kreće u odnosu na izvor magnetiskog polja. U tom posebnom slučaju izrazi (43.10) i (43.5) su ravnopravni, određivanje veličine EMS je moguće pomoću kojeg bilo od njih. Istovremeno izraz (43.10) je pogodan za opisivanje pojava elektromagnetske indukcije u slučaju, kada je provodnik nepokretan, a indukovano električno polje se javlja na račun promene magnetiskog fluksa.

Prema tome, u svim slučajevima elektromagnetske indukcije EMS jednaka je brzini promene magnetiskog fluksa sa obrnutim znakom. To je faradejev zakon za pojavu indukcije.

§ 43.8. Lencovo pravilo

1. Objasnimo smisao znaka u izrazu (43.10). Smatraćemo EMS pozitivnom, ako smer indukovanog električnog polja obrazuje sa smerom vektora $\vec{B}$ desni obrtni sistem (sl.43.4a). Ovde se pri kretanju provodnika magnetski fluks smanjuje, brzina promene magnetiskog fluksa $\Delta\Phi/\Delta t < 0$ i EMS je $\xi = -\Delta\Phi/\Delta t > 0$.

Čitaoc se lako uverava u to, da se pri promeni smera kretanja provodnika na suprotnu stranu magnetski fluks povećava, brzina promene fluksa $\Delta\Phi/\Delta t > 0$ i EMS shodno tome menja znak (sl. 43.4b).

2. Znak EMS i odgovarajući tome smer indukovane struje može se naći pomoću sasvim opštog pravila, koje je formulisao E.X. Lenc 1833. godine. Za izvođenje tog pravila vratimo se ponovo sl. 43.4, gde je tačkaštom strelicom označen smer vektora indukcije $\vec{B}^*$ magnetskog polja, stvorenog indukovanom strujom. U slučaju kada se magnetski fluks smanjuje, smerovi vektora $\vec{B}$ i $\vec{B}^*$ se poklapaju, što sprečava smanjivanje magnetskog fluksa (sl. 43.4a) u drugom slučaju, kada fluks raste, vektor $\vec{B}^*$ je usmeren suprotno vektoru $\vec{B}$, što sprečava rast magnetskog fluksa (sl. 43.4b). Na taj način indukovana struja ima takav smer, da svojim magnetskim poljem sprečava promenu magnetskog fluksa, koji izaziva pojavu indukcije. To čini sadržinu Lencovog pravila.

§ 43.9. Elektromagnetska indukcija i zakon održanja energije

1. Lencovo pravilo je tesno povezano sa zakonom održanja energije i faktički se javlja kao posledica tog opšteg zakona prirode. U suštini, indukovano električno polje, premeštajući naelektrisanja po kolu, vrši rad. A rad je mera promene energije (vidi §§ 16.4 i 21.1). Kakvim je pak preobražajima energije praćena pojava elektromagnetske indukcije?

Vratimo se ponovo sl. 43.4. Kao što se vidi kretanje provodnika sa brzinom v obezbeđuje se spoljašnjom silom F , usmerenom duž brzine. Pri tome u provodniku se javlja indukovana struja, na koju, kao na svaku struju, dejstvuje Amperova sila $F_m = iB\ell$ (41.15). Ukoliko se provodnik kreće ravnomerno, to znači, da su spoljašnja sila i Amperova sila jednake po modulu ($F = F_m$), ali su usmerene na suprotne strane.

2. Uporedivši rad spoljašnje sile sa radom, koji vrši indukovano polje pri premeštanju naelektrisanja po kolu. Rad spoljašnje sile

$$A_{\text{meh}} = Fvt = iB\ell vt = qB\ell v \quad (43.11)$$

Rad indukovanog polja (vidi (39.5) i (43.5))

$$A_{el} = q \cancel{\mathcal{E}} = qBlv \quad (43.12)$$

Prema tome, pri odsustvu gubitaka rad spoljašnje sile je jednak radu, koji vrši indukovano polje pri premeštanju naelektrisanja po kolu. Na taj način, pojava elektromagnetske indukcije sa energetske tačke gledišta jesta proces pretvaranja mehaničke energije u energiju indukovanog električnog polja. Na tom principu je i zasnovano dejstvo indukovanih generatora električne struje.

§ 43.10. Samoindukcija

1. Odredimo magnetski fluks, koji prodire kroz namotaje solenoida. Fluks koji prodire kroz jedan navojak jednak je, na osnovu odredjivanja, proizvodu površine koju obuhvata navojak i indukcije magnetskog polja, tj. $\Phi = BS$. Pošto solenoid sadrži ω navojaka, onda je ukupni fluks

$$\Phi = \omega BS \quad (43.13)$$

$$\Phi = \omega BS$$

kako je $\omega = nl$, gde je l - dužina solenoida, a n - gustina navojaka. S druge strane, na osnovu (40.32) i (42.8) $B = \mu\mu_0 H = \mu\mu_0 ni$. Zamenivši u (43.13), dobijamo

$$\Phi = \mu\mu_0 n^2 Sl i = Li \quad (43.14)$$

2. Veličina L , koja je za dugački solenoid jednaka

$$L = \mu\mu_0 n^2 S \quad (43.15)$$

naziva se induktivnost solenoida. Jedinica induktivnosti je henri (H), to je induktivnost solenoida, u kojem pri struji od 1A se

stvara magnetski fluks od 1 Wb:

$$l_H = \frac{1 \text{ Wb}}{1 \text{ A}}$$

Pri nedostatku polja feromagnetskih materijala, a tako-
dje i u slučaju, kada se feromagnetik nalazi u stanju magnetskog
zasićenja, induktivnost solenoida određuje se samo njegovim raz-
merama (dimenzijama) i gustinom navoja.

3. Iz izraza (43.14) izlazi da u slučaju, ako se struja
u solenoida ne menja, onda se i magnetski fluks koji kroz njih pro-
dire ne menja, i nikakve indukcione pojave se ovde ne vrše. Ako se
promeni struja, onda se saglasno tome menja i magnetski fluks, i u
solenoidu se pojavljuje EMS indukcije. U datom slučaju struja usme-
rava EMS u istom kolu, gde ona protiče, zato se data pojava nazi-
va samoindukcijom. EMS koja se pri tome javlja određujemo, upore-
djujući izraze (43.10) i (43.14):

$$\xi = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1} = - L \frac{i_2 - i_1}{t_2 - t_1} = - L \frac{\Delta i}{\Delta t}.$$

Prema tome, EMS samoindukcije je proporcionalna brzini
promene struje u namotajina:

$$\xi_L = - L \frac{\Delta i}{\Delta t} \quad (43.16)$$

4. Znak EMS samoindukcije određuje se na osnovu Lencovog
pravila. Ako struja u kolu raste, onda se indukovano polje mora
suprotstavljati tome rastu, dakle, znak EMS samoindukcije suprotan
je znaku razlike potencijala na krajevima omotača (namotaja) sole-
noida. Ako struja u kolu slabi-opada, onda se indukciono polje mora
suprotstaviti tome slabljenju, dakle, znak EMS je isti kao i znak
razlike potencijala na krajevima omotača solenoida.

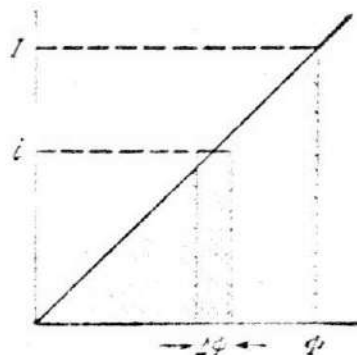
§43.11. Energija elektromagnetskog polja

1. U paragrafima 37.7 i 38.4 bilo je pokazano, da je električno polje nosioc energije, koja je raspoređena u polju sa zapreminskom gustinom

$$w_e = \frac{\Delta W_e}{\Delta V} = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} = \frac{D^2}{2\epsilon \epsilon_0}$$

Analogan izraz određujemo za energiju magnetskog polja.

Neka u nekom solenoidu struja raste od nule do neke vrednosti I ; saglasno tome i magnetski fluks raste od nule do vrednosti $\Phi = LI$ (sl. 43.5). Kao što je bilo pokazano u prethodnom paragrafu, u tom slučaju se javlja EMS samoindukcije, koja se suprotstavlja povećanju struje.



sl. 43.5.

Dakle, spoljašnji izvor struje, mora vršiti rad protiv indukovano polja, a kao rezultat toga energija izvora struje pretvara se u energiju magnetskog polja. Promena energije magnetskog polja jednaka je po modulu elementarnom radu, koji se vrši pri pomeranju naelektrisanja q po zatvorenom kolu:

$$\Delta W_m = -\Delta A = -\Delta q \xi \quad (43.17)$$

Uzimajući, da je $\xi = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ (43.10), a struja $i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ (39.13), dobijamo

$$\Delta W_m = \Delta q \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = i \Delta \Phi \quad (43.18)$$

Na grafiku (sl.43.5) ta veličina je predstavljena površinom šrafiranog pravougaonika. Ukupna energija polja brojno je jednaka površini šrafiranog trougla:

$$W_m = \frac{I \Phi}{2} = \frac{LI^2}{2} \quad (43.19)$$

2. Kao što je pokazao Maksvel, energija magnetskog polja je razmeštena po celoj zapremini polja, tako da je gustina energije

$$w_m = \frac{\Delta W_m}{\Delta V} = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu \mu_0} \quad (43.20)$$

Za dobijanje ovog odnosa izrazimo u formuli (43.19) induktivnost po formuli (43.15), a struju preko jačine polja sa (40.32), pa se dobija

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu \mu_0 n^2 V H^2}{2 \cdot n^2} = \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} V.$$

Odakle se neposredno dobija formula (43.20).

3. Slično, kao što je u paragrafu 37.8 bio dobijen izraz za silu međusobnog dejstva između ploča kondenzatora (37.26), može se odrediti sila, sa kojom se čelična pločica privlači polovima elektromagneta:

$$F = - \frac{B^2}{2\mu \mu_0} S \quad (43.21)$$

Dati izraz opravdan je samo u tom slučaju, ako se indukcija magnetskog polja u zazoru (razmaku) između jezgra elektromagneta i pločice ne razlikuje od indukcije polja u jezgru, drugim rečima, ako se magnetski fluks ne rasejava. Zbog toga razmak mora biti vrlo uzak, tako da njegova širina mora biti mnogo manja od prečnika jezgra elektromagneta.

4. Mi smo već ne jedanput ukazivali, da se razlaganje jednog elektromagnetskog polja na električnu i magnetsku komponentu određuje sistemom referencije. Zato i izraz za gustinu energije elektromagnetskog polja treba pisati u obliku

$$\omega = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} \quad (43.22)$$

I samo u nekim specijalnim slučajevima, koji su bili razmatrani ranije, ovaj ili drugi zbir je jednak nuli.

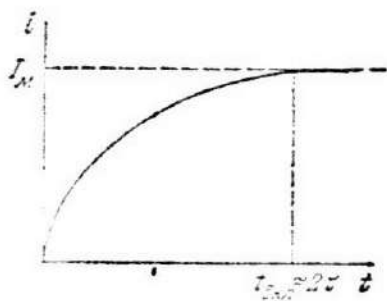
§43.12. Uključivanje kola sa induktivnošću

1. Napravimo kolo jednosmerne struje od dve paralelne grane. U jednu od njih redom uključimo sijalicu za svetljenje i kalem sa velikom induktivnošću L i aktivnim otporom R , a u drugu istu sijalicu i otpornik sa istim otporom. Pri uključivanju prekidača primećujemo, da se u kolu sa otpornikom lampa upali odjednom, dok u isto vreme sijalica u kolu sa kalemom se pali postepeno, i samo posle nekog vremena Δt počinje da gori normalno. Na taj način, u kolu sa induktivnošću struja se povećava postepeno, kao što je pokazano na sl. 43.6.

Uzrok je u tome, što se pri porastu struje u kalemu javlja EMS samoindukcije, koja se po Lencovom pravilu suprotstavlja porastu struje. Omov zakon u kolu predstavljen je kao:

$$i = \frac{\xi + \xi L}{R} = \frac{\xi}{R} - \frac{L}{R} \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

I samo posle vremena Δt struja dostiže maksimalnu vrednost $I_m = \frac{\xi}{R}$, i njen rast prestaje.



Sl. 43.6.

2. Odredimo vreme povećanja struje. Na osnovu zakona o održanju energije, rad koji vrši izvor struje pri premeštanju naelektrisanja po kolu, delimično ide na promenu unutrašnje energije provodnika (Džulova toplota), delimično na povećanje energije magnetskog polja.

$$A = Q + W_m$$

ili pak:

$$\xi I_{sr} \Delta t = I_{sr}^2 R \Delta t + \frac{L I_m^2}{2}$$

gde je $I_m = \xi/R$ - maksimalna jačina struje u kolu, I_{sr} - srednja jačina struje u trajanju vremenskog intervala Δt . Uzimajući približno $I_{sr} \approx I_m/2 = \frac{\xi}{2R}$, dobija se

$$\frac{\xi^2 \Delta t}{2R} \approx \frac{\xi^2 R \Delta t}{4R^2} + \frac{L \xi^2}{2R^2}$$

Oдавде izlazi, da struja u kolu dostiže maksimalnu vrednost za vremenski interval, približno jednak

$$\Delta t \approx 2L/R = 2\tau \quad (43.22)$$

kao i u slučaju punjenja kondenzatora (§39.9), izraz $\tau = \frac{L}{R}$ naziva se vremenskom konstantom za kolo, koje se sastoji od kalema i otpornika, ili drugačije vremenom relaksacije. Ta veličina služi kao karakteristika ovog vremenskog intervala, za koji se u kolu uspostavlja jednosmerna struja.

ELEKTROPROVODLJIVOST ČVRSTIH TELA

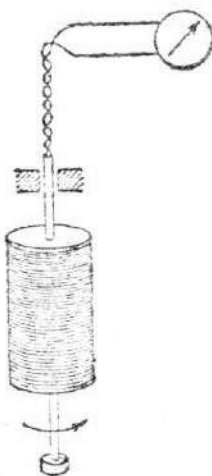
§44.1. Eksperimentalne osnove elektronske teorije
provodljivosti metala

1. Mi smo već više puta koristili objašnjenje daje provodljivost metala uslovljena prisustvom slobodnih elektrona, koji se mogu lako premeštati između jona, koji se nalaze u čvorovima kristalne rešetke. Upoznajmo se sada sa eksperimentima, koji čine osnovu tih pretpostavki.

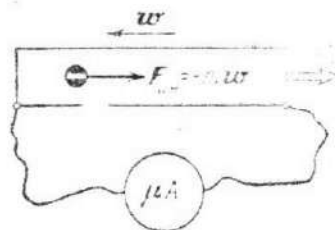
Prvi eksperimenti bili su izvršeni od strane E. Rikea 1901. godine. Tri cilindra - dva bakarna i jedan aluminijumski sa dobro uglačenim poprečnim presecima stavljeni su jedan na drugi i spojeni za izvor struje. U toku godine po provodnicima je proticala struja reda 0,1A, tako da je zajedničko naelektrisanje, koje je prošlo kroz provodnik prešlo $3,5 \cdot 10^6$ kulona. Pri svemu tom nikakvih hemijskih promena u provodnicima nije bilo. Otuda proizlazi, da je struja u metalima uslovljena kretanjem čestica, koje nemaju veze sa hemijskom strukturom metala. Te čestice, prirodno ne mogu biti joni, koji su u različitim supstancama različiti, već mogu biti samo elektroni.

2. Eksperiment koji je rešio problem dao je 1916. godine Č. Stjuart i T. Tolmen, izmerivši specifično naelektrisanje čestica, koje ostvaruju provodljivost u metalima. Suština eksperimenta sastoji se u sledećem. Na kalem se namota dugačak provodnik koji se veže za glavnometar (sl.44.1). Kalem se dovodi u brzo obrtanje a zatim naglo zakoči. U procesu kočenja sistem referencije, koji je vezan za provodnik, jeste neinercijalan. Kao što je bilo pokazano (vidi §§ 24.1-24.3) u neinercijalnim sistemima referencije na tela dejstvuje sila inercije $\vec{F}_{in} = -m\vec{\omega}$, gde je $\vec{\omega}$ - ubrzanje sistema referencije. Pod dejstvom te sile slobodne čestice, koje se nalaze u metalu, premeštaće se u smeru kretanja provodnika

slično tome, kako se premešta napred putnik pri naglom kočenju vagona. Pri tome se u provodniku javlja struja, čiji smer zavisi do znaka tih čestica (sl. 44.2). Sila inercije u datom slučaju jeste spoljašnja sila, dakle EMS je



Sl. 44.1



Sl. 44.2

$$\xi = \frac{A_{\text{spolj}}}{q} = \frac{F_{\text{in}} \cdot l - m\omega l}{q} \quad (44.1)$$

gde je q - naelektrisanje slobodne čestice, m - njena masa, l - dužina provodnika.

Ukoliko su dužina provodnika i veličina ubrzanja pri kočenju poznati, onda bi specifično naelektrisanje čestica bilo moguće odrediti, mereći EMS. Međutim pokazalo se, da merenje EMS je vezano za velike greške, a mnogo tačnije može se izmeriti ukupno naelektrisanje Q , pri proticanju kroz galvanometar pri kočenju provodnika.

3. Na osnovu određivanja jačine struje (39.13) može se napisati: $Q = it$, gde je t - vreme kočenja. Na osnovu Omovog zakona je

$$i = \frac{\xi}{R} = - \frac{\pi\omega l}{qR}$$

gde je R - ukupni otpor provodnika i galvanometra. Ubrzanje

$$\omega = (v - v_0)/t = - \frac{v_0}{t}$$

ukoliko se provodnik posle kočenja zaustavio.

Prema tome, specifično naelektrisanje čestica iznosi

$$\frac{q}{m} = \frac{v_0 l}{QR} \quad (44.2)$$

Znak naelektrisanja čestice određuje se po znaku naelektrisanja Q , koje je prošlo kroz galvanometar.

4. Eksperiment je pokazao, da su slobodne čestice koje ostvaruju provodljivost u metalima naelektrisane negativno. Njihovo specifično naelektrisanje je iznosilo: kod bakra $1,60 \cdot 10^{11}$ C/kg, kod srebra $1,49 \cdot 10^{11}$ C/kg i kod aluminijuma $1,54 \cdot 10^{11}$ C/kg. Kao što se vidi, razlika između dobijenih rezultata i specifičnog naelektrisanja iznosi $1,76 \cdot 10^{11}$ C/kg i čini 9 do 15%, što u ovako složenim eksperimentima ne prelazi granicu greške. Zato se može sa dovoljnom sigurnošću tvrditi, da je struja u metalima rezultat uredjenog kretanja slobodnih elektrona.

§ 44.2. Holov efekat

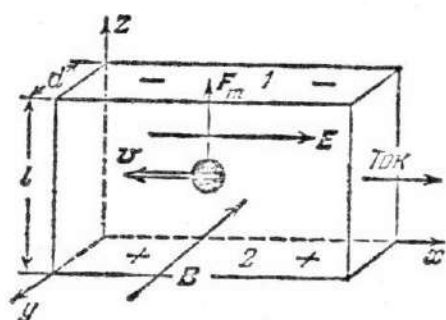
1. U paragrafu 39.2 bila je izvedena zavisnost gustina struje od koncentracije elektrona u provodniku. Pokazalo se, da pomoću pojave, koju je opazio 1880. godine E.Hol, da ta koncentracija može biti izmerena.

Suština Holovog efekta sastoji se u sledećem. Napravi se pločica od homovog materijala (naprimer, metala) u obliku paralelopipeda i na račun kakvog bilo izvora struje stvori se u pločici homogeno električno polje duž apscisne ose; onda po pločici u tom smeru protiče struja. Svaka ravan, normalna na apscisnu osu, predstavlja ekvipotencijalnu površinu, i razlika potencijala između strana 1 i 2 jednaka je nuli (sl.44.3). Ako se ta pločica unese u magnetsko polje, i to tako, da je vektor indukcije $\vec{B}$ paralelan ordinatnoj osi, ondase između strana 1 i 2 pojavljuje

poprečna razlika potencijala, koja se naziva holovskom razlikom potencijala:

$$\Delta\varphi_H = R_H \frac{iB}{d} \quad (44.3)$$

gde je d - debljina pločice, i - jačina struje i B - indukcija magnetskog polja. Veličina R_H naziva se Holovom konstantom.



Sl. 44.3.

2. Uzrok pojave poprečne razlike potencijala sastoji se u sledećem. Uredjeno kretanje elektrona u pločici vrši se u smeru, normalnom na vektor indukcije magnetskog polja, sa srednjom brzinom $\bar{v}$. Na pokretne elektrone dejstvuje Lorencova sila $F_m = eB\bar{v}$ (41.1), koja ih pomera ka gornjoj strani pločice (sl.44.3). Kao rezultat toga je pojava na stranama pločice viška naelek-

trisanja: na gornjoj negativnog, na donjoj pozitivnog. Na taj način, duž aplikatne ose počinje da deluje električno polje sa jačinom E_z , koje se suprotstavlja premeštanju elektrona ka gornjoj strani. Ravnoteža se uspostavlja, kad električna sila uravnoteži Lorencovu silu. Odatle izlazi, da je $F_m = F_e$ ili

$$eB\bar{v} = eE_z \quad (44.4)$$

Holovska razlika potencijala iznosi

$$\Delta\varphi_H = E_z \cdot l = \bar{v}Bl \quad (44.5)$$

Izrazivši iz (39.17) srednju brzinu uredjenog kretanja elektrona preko jačine struje,

$$\bar{v} = \frac{i}{enS} = i/en d \ell, \text{ i zamenivši u (44.5)}$$

dobija se

$$\Delta \varphi_H = \frac{1}{en} \cdot \frac{iB}{d} \quad (44.6)$$

3. Srađnjujući (44.3) i (44.6), vidimo da se Holova konstanta određuje koncentracijom elektrona i naelektrisanjem nosioca struje:

$$R_H = \frac{1}{en} \quad (44.7)$$

Tako, određivši eksperimentalno Holovu konstantu, lako određujemo koncentraciju slobodnih elektrona u supstanci.

4. Pokretljivost čestica b naziva se odnos srednje brzine njenog uredjenog kretanja i jačine električnog polja (39.26):

$$b = \frac{\bar{v}}{E} = \frac{\gamma}{en} = \gamma R_H \quad (44.8)$$

Dakle, znajući elektroprovodnost metala i Holovu konstantu, može se odrediti pokretljivost provodnih elektrona. Rezultati eksperimenta za neke metale dati su u tabeli 44.1. Ovde je γ - gustina metala, A - njegova atomska masa, N_A - Avogodrov broj (vidi § 26.9).

5. Iz tablica se vidi, da jednovalentni metali - litijum i natrijum imaju prosečno oko jedan slobodan elektron na atom; trovalentni aluminijum oko tri slobodna elektrona; bakar koji biva kako jedno tako i dvovalentan, nešto manje od jedan ipo elektron na atom.

Pokretljivost elektrona je mala, dakle, mala je i brzina njihovog uredjenog kretanja. U suštini, jačina električnog polja u metalima retko biva veća od 1V/m, i srednja brzina uredjenog kretanja $\bar{v} = bE$ ne prelazi milimetar u sekundi (mm/s), a vrlo često ona je znatno manja.

Merenja Holove konstante vršena su u vrlo širokom intervalu temperatura. Pokazalo se, da kod metala Holova konstanta ne zavisi od temperature, dakle, i koncentracija slobodnih elektrona ne zavisi od temperature.

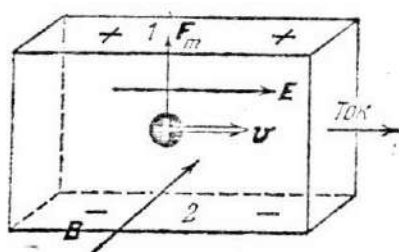
To znači da toplotno kretanje ne igra nikakvu ulogu u obrazovanju slobodnih elektrona u metalima.

Tabela 44.1

	Holova konstanta $R_H [m^3/C]$	Elektroprovodljivost $\gamma \left[\frac{1}{\Omega m} \right]$	Koncentracija provodnih elektrona $n = \frac{1}{eR_H}, [1/m^3]$
Aluminijum	$0,30 \cdot 10^{-10}$	$4,08 \cdot 10^7$	$20,8 \cdot 10^{28}$
Bakar	$0,55 \cdot 10^{-10}$	$6,41 \cdot 10^7$	$11,4 \cdot 10^{28}$
Litijum	$1,70 \cdot 10^{-10}$	$1,17 \cdot 10^7$	$3,67 \cdot 10^{28}$
Natrijum	$2,50 \cdot 10^{-10}$	$2,48 \cdot 10^7$	$2,50 \cdot 10^{28}$
Cinkoksid	$1,6 \cdot 10^{-5}$	$3,0 \cdot 10^2$	$3,9 \cdot 10^{23}$
	Koncentracija atoma $n_A = \frac{\rho N_A}{A}, \left[\frac{1}{m^3} \right]$	Srednja vrednost slobodnih elektrona po atomu $\gamma = \frac{n}{n_A}$	Pokretljivost elektrona $b = \gamma R_H, \left[\frac{m^2}{Vs} \right]$
Aluminijum	$6,03 \cdot 10^{28}$	3,46	$1,2 \cdot 10^{-3}$
Bakar	$8,49 \cdot 10^{28}$	1,34	$3,5 \cdot 10^{-3}$
Litijum	$4,60 \cdot 10^{28}$	0,80	$2,0 \cdot 10^{-3}$
Natrijum	$2,54 \cdot 10^{28}$	0,99	$6,2 \cdot 10^{-3}$
Cinkoksid	$\approx 4 \cdot 10^{28}$	$\approx 10^{-5}$	$4,8 \cdot 10^{-3}$

6. Znatno složenije pojave se opazuju pri vršenju Holovog eksperimenta sa supstancama, koje se zovu poluprovodnici: selen, germanijum, silicijum oksidi niza metala its. U tabeli 44.1 su dati karakteristični podaci za jedan poluprovodnik - oksid cinka.

Vidimo da je ovde Holova konstanta veća, nego kod metala, približno 10^5 puta; elektroprovodljivost 10^5 puta manja, približno je isto toliko puta manja i koncentracija slobodnih elektrona - dakle, ovde je samo neznatan broj atoma jonizovan. No suština nije u tome. Osnovna karakteristika poluprovodnika sastoji se u tome, što Holova konstanta sa porastom temperature naglo opada, prema tome, koncentracija slobodnih elektrona raste pri povećanju temperature poluprovodnika. Druga karakteristična osobina poluprovodnika sastoji se u tome, što kod nekih poluprovodnika Holov efekat ima suprotan znak, pri takvim pak smerovima struje i indukcije, kao na slici 44.3, gornja strana pločice naelektrise se pozitivno (sl.44.4).



Sl. 44.4.

Jedino jasno objašnjenje može se dati, ako se pretpostavi, da se provodljivost u tim supstancijama ostvaruje na račun kretanja ne negativnih, već pozitivnih naelektrisanja (§77.2).

Dolazimo do paradoksa, koji klasična elektronska teorija ne može da objasni. Podrobnije će biti razmotrena kvantna teorija provodljivosti poluprovodnika u glavi 77.

§44.3. Elektronski gas

1. P.Drude je 1900.godine osnovao elektronsku teoriju provodljivosti metala. Dalji razvitak te teorije na osnovu Maksvel-Bolcmanove statistike pripada G.Lorencu. Sa stanovišta teorije Druda - Lorenca celokupnost slobodnih elektrona može se posmatrati kao neki idealni gas, nazvan elektronskim gasom. Drude i Lorenc su pretpostavili, da su osobine elektronskog gasa slične osobinama običnog idealnog gasa.

Dalje vidimo, da sličnost između elektronskog gasa i idealnog gasa jeste sasvim uprošćena, a odjednom za metale ona dovodi do niza teškoća (vidi glavu 75).

Pa ipak u datoj glavi biće razmatrana sveukupnost provodnih elektrona kao provodni gas, što omogućava da se elementarnim metodama objasni mehanizam niza pojava, koje se odigravaju u metalima i poluprovodnicima.

2. Srednju energiju toplotnog kretanja elektrona određujemo po istoj formuli, po kojoj se određuje srednja kinetička energija molekula idealnog jednoatomske gasa (vidi formulu 26.8):

$$\bar{\epsilon} = m\bar{u}^2/2 = \frac{3kT}{2} \quad (44.9)$$

Pri sobnim temperaturama ($T \approx 300$ K) dobija se

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \approx \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 10^5 \text{ m/s.}$$

S stanovišta kvantnih predstava treba za određivanje srednje kinetičke energije provodnih elektrona koristiti formulu (16.26). Za brzinu haotičnog kretanja provodnih elektrona dobija se

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{2\bar{\epsilon}}{m}} = \sqrt{\frac{\hbar^2 n^{2/3} \cdot 2}{2m \cdot m}} = \frac{\hbar n^{1/3}}{m} \approx \frac{10^{-34} \cdot 10^{10}}{10^{-30}} \approx 10^6 \text{ m/s}$$

Dobija se ovde praktično isti rezultat, kao i po klasičnim posmatranjima.

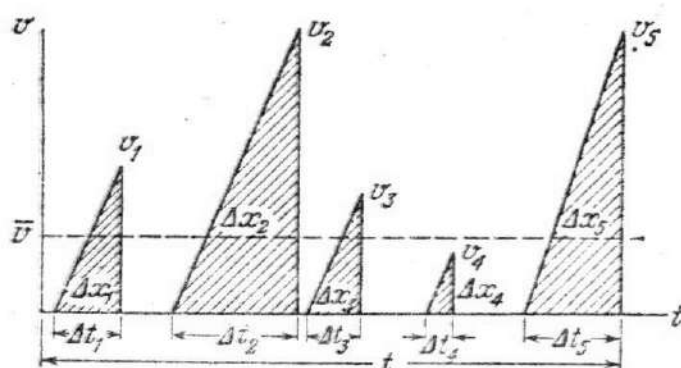
Vidimo, da srednja brzina toplotnog kretanja elektrona prelazi srednju brzinu njihovog uredjenog kretanja (vidi § 39.3 i 44.2) približno 10^8 puta! Na toj osnovi može se pretpostaviti mehanizam pojave struje. Ako u provodniku nepostoji električno polje, elektroni se neuredjeno kreću u svim mogućim pravcima. Pri pojavi polja elektroni počinju lagano da se premeštaju po pravcu suprotnom smeru liniji sila polja. To lagano uredjeno kretanje se često naziva strujom ("driftom"); ono praktično ne utiče na toplotno kretanje čestica.

3. Ne treba mešati brzinu struje elektrona sa brzinom električne struje. Pod brzinom električne struje se podrazumeva brzina predaže električne energije duž provodnika. Eksperiment i teorija pokazuju, da je brzina električne struje veoma velika – ona je jednaka brzini rasprostiranja elektromagnetskih talasa (vidi §59.1). Energiju od izvora do potrošača predaže elektromagnetsko polje, provodnik pak sa elektronima koji struje, služi samo kao "usmerivač" za fluks energije.

§44.4. Izvodjenje Omovog zakona na osnovu elektronske teorije

1. Pomoću modela elektronskog gasa može se objasniti, zašto kod metala i poluprovodnika važi (ispunjava se) Omov zakon. Ideja izvodjenja sastoji se u sledećem.

Neka u metalu postoji električno polje jačine E . Tada na elektron dejstvuje sila $F = eE$, i on će se kretati sa ubrzanjem $a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}$ sve dotle, dok se ne sudari sa jonom. Ukoliko elektron učestvuje i u toplotnom kretanju, onda se sudari s jonima vrše ne-redovno; osim toga, nije nam poznato, koliko vremena se elektron nalazi u vezanom stanju sa jonom.



Sl. 44.5.

Zato se grafik njegovog uredjenog kretanja može predstaviti približno kao što je pokazano na sl. 44.5. Za vreme Δt_1 elektron prođe duž provodnika rastojanje $\Delta x_1 = \frac{a\Delta t_1^2}{2}$; za vreme Δt_2 – rastojanje

$\Delta x_2 = \frac{a \Delta t_2^2}{2}$, itd. Za trajanje značajnijeg intervala vremena t on prelazi rastojanje

$$x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n = \frac{a}{2} (\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2 + \dots + \Delta t_n^2) \quad (44.10)$$

Srednja brzina uredjenog kretanja elektrona duž provodnika je

$$\bar{v} = \frac{x}{t} = \frac{a \bar{\tau}}{2} \quad (44.11)$$

gde se
$$\bar{\tau} = \frac{\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2 + \dots + \Delta t_n^2}{t}$$

naziva srednjim vremenom slobodnog (predjenog) puta elektrona. Uzimajući, da je $a = \frac{eE}{m}$, imamo

$$\bar{v} = \frac{e \bar{\tau} E}{2m} \quad (44.12)$$

Zamenjujući vrednost srednje brzine uredjenog kretanja (44.11) i formulu (39.18), dobija se

$$j = \frac{e^2 n \bar{\tau}}{2m} E = \gamma E \quad (44.13)$$

Kod metala i poluprovodnika specifična elektroprovodljivost $\gamma = \frac{e^2 n}{2m} \bar{\tau}$ ne zavisi ni od gustine struje, ni od jačine polja. Zato iz (44.13) izlazi, da je u tim supstancama gustina struje proporcionalna jačini polja, a to i jeste Omov zakon (39.24).

2. Pokretljivost elektrona iznosi (§39.5)

$$b = \frac{\bar{v}}{E} = \frac{e \bar{\tau}}{2m} \quad (44.14)$$

Upoređujući (44.14) sa eksperimentalno dobijenim podacima za pokretljivost (tabela 44.1), može se izračunati srednje vreme slobodnog puta. Ono iznosi približno 10^{-14} s. To označava, da elektron vrši oko 10^{14} sudara u sekundi s jonima kristalne rešetke.

3. Iz (44.13) dobijamo izraz za specifičnu elektroprovodljivost

$$\sigma = \frac{e^2 n \tau}{2m} = \frac{e^2 n \lambda}{2m\bar{v}} \quad (44.15)$$

i specifičnu otpornost

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{2m}{e^2 n \tau} = \frac{2m\bar{v}}{e^2 n \lambda} \quad (44.16)$$

Analiza izraza (44.15) i (44.16) omogućava da se objasne neke osobine metala i poluprovodnika, najčešće, zavisnost elektroprovodljivosti od temperature i strukture kristalne rešetke.

§44.5. Elektroprovodljivost metala i poluprovodnika

1. Iz eksperimenta je poznato, da elektroprovodljivost metala približno za pet (redova) puta je veća od elektroprovodljivosti poluprovodnika. Uzrok takve ogromne razlike može se objasniti na osnovu elektronske teorije.

Rastojanja izmedju čvorova kristalne rešetke kod svih čvrstih tela su približno jednaka, dakle, i srednje dužine slobodnog prolaza provodnih elektrona kod različitih čvrstih tela ne mogu se jako razlikovati. S druge strane, Holova konstanta je kod metala manja, nego u poluprovodnika, 10^5 puta, dakle, toliko je isto puta veća koncentracija provodnih elektrona. No zapravo (baš) toliko isto puta je veća i njihova elektroprovodljivost (vidi tabelu (44.1)), što se u potpunosti slaže sa formulom (44.15).

2. Specifični otpor čistih metala nekoliko puta je manji od specifičnog otpora legura (tabela 44.2).

Tabela 44.2.

	ρ (pri 0°C), $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	α (od 0°C-100°C) 10^{-3}K^{-1}
Metali	Aluminijum	4,5
	Gvoždje	6,5
	Bakar	4,3
	Platina	3,92
	Iridijum	4,4
	Nikl	6,8
	Hrom	-
Legur	Platina-iridijum (90/10)	1,66
	Nikl-hrom (80/20)	1,0
	Čelik	3,3-1,5
	Koksantan	0,02

U §75.9. na osnovu kvantnog tumačenja biće objašnjem uzrok zavisnosti elektroprovodljivosti tela od stepena savršenosti njegove kristalne rešetke. Pokazuje se, da prisustvo primesa i defekta, a takodje i specifičnosti toplotnih oscilacija čestica čvrstog tela dovode do smanjivanja dužine slobodnog puta elektrona a samim tim do smanjenja elektroprovodljivosti.

3. Eksperiment pokazuje, da pri povišenju temperature i pri prisustvu primesa otpor poluprovodnika se naglo smanjuje, što ih u suštini razlikuje od metala. Uzrok se sastoji u tome, što u poluprovodnicima pri prisustvu primesa ili pri povišenju temperature znatno poraste koncentracija provodnih elektrona, što sleduje iz eksperimenata nakon odredjivanja Holove konstante u tim materijama. Povećanje koncentracije provodnih elektrona pokriva efekat smanjenja dužine slobodnog puta, i otpor opada.

Što se tiče toga, zašto u metalima koncentracija provodnih elektrona ne zavisi od temperature i primesa, a kod poluprovodnika takva zavisnost postoji, to na bazi klasične elektronske

teorije nije moguće objasniti. Kvantno objašnjenje o tom efektu biće izloženo u glavi 75.

§44.6. Izvodjenje Džul-Lencova zakona

1. U § 39.7 dobili smo izraz (39.33) za određivanje promene unutrašnje energije provodnika, kroz koji protiče struja. Međutim, mehanizam zagrevanja provodnika tamo nije bio razjašnjen. Na osnovu elektronske teorije ta pojava se može objasniti na sledeći način.

Elektron, ubrzan električnim poljem, stiće na kraju slobodnog puta suvišnu kinetičku energiju

$$K = \frac{mv_{\max}^2}{2}, \text{ gde je } v_{\max} = a\tau$$

- maksimalna brzina njegovog uredjenog kretanja. Na kraju slobodnog puta elektron se sudara sa jonom, čija je masa nekoliko hiljada puta veća od mase elektrona.

Kao rezultat sudara jeste predavanje viška energije elektrona jonu koji počinje intenzivnije da osciluje. Prema tome, porast unutrašnje energije provodnika sa strujom, jeste rezultat bombardovanja jonske rešetke elektronima, koji se ubrzavaju poljem.

2. Količinu toplote određujemo na sledeći način. Neka je dužina provodnika ℓ , njegov poprečni presek S ; ukupan broj provodnih elektrona u njemu je $N = nS\ell$, gde je n - njihova koncentracija. Promena unutrašnje energije jednaka je proizvodu suvišne kinetičke energije elektrona K , broja elektrona N i broja sudara Z , koje vrši elektron za vreme t :

$$Q = NZK \quad (44.17)$$

Broj sudara $Z = \frac{t}{\tau}$, gde je τ - vreme slobodnog puta elektrona. Zamenivši u (44.17), dobija se nakon sredjivanja:

$$Q = \frac{ma^2\tau^2}{2} nsl \frac{t}{\tau} = \frac{e^2 n \tau}{2m} E^2 s l t \quad (44.18)$$

Ali jačina polja se može izraziti preko napona na dužini, koristeći se izrazom (39.10): $E = \frac{u}{l}$, istovremeno je na osnovu (44.16)

$$\frac{e^2 n \tau}{2m} = \frac{1}{S}$$

gde je S - specifični otpor.

Prema tome je

$$Q = \frac{S}{S \cdot l} u^2 t = \frac{u^2 t}{R} \quad (44.19)$$

Ova formula je identična sa (39.33).

3..Mehanizam predaje energije od elektronskog gasa kristalnoj rešetki nije tako suviše prosto, kako je ranije opisano. Ustvari, zašto se pri udaru elektrona o jon, jonu predaje baš višak energije uredjenog kretanja, a ne manja ili veća energija? Jer, s jedne strane, poznato nam je, da provodni elektroni i u od-sustvu struje u provodniku poseduju ogromnu kinetičku energiju, koja se ocenjuje na osnovu formule za energiju lokalizovane čestice (§16.7). Uzimajući da je koncentracija provodnih elektrona u metalima $n \approx 10^{29} \text{ m}^{-3}$ (§42.2), dobija se

$$\bar{K} = \frac{\frac{1}{2} n^{2/3}}{2m} \approx \frac{10^{-68} \cdot 2 \cdot 10^{19}}{2 \cdot 9 \cdot 10^{-31}} \approx 10^{-19} \text{ J} \approx 1 \text{ eV}$$

Maksimalno suvišna energija uredjenog kretanja elektrona, koja se javlja pod dejstvom električnih polja jačine reda

$$E \approx 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$K_{\text{viška}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{e^2 E^2 \tau^2}{2m} \approx \frac{2,56 \cdot 10^{-38} \cdot 1 \cdot 10^{-28}}{2 \cdot 9 \cdot 10^{-31}} \approx 10^{-36} \text{ J}$$

Prema tome, višak energije uredjenog kretanja elektrona, čini sasvim neznatan deo njegove ukupne energije ($K_{\text{viška}}/\bar{K} \approx 10^{-17}$). Zašto pak baš taj višak energije stvara toplotni efekat?

S druge strane, oslanjajući se na zakone održanja energije i impulsa (vidi § 17.2-17.4), može se pokazati da pri sudaru elektrona sa jonom samo se mali deo energije elektrona K_{el} pretvara u kinetičku energiju jona K_{jon} . Nije se teško uveriti, da pri neelastičnom sudaru

$$\frac{\Delta K_{jon}}{K_{el}} = \frac{m}{M+m},$$

pri elastičnom $\frac{\Delta K_{jon}}{K_{el}} = \frac{4mM}{(m+M)^2}$, gde su m i M mase elektrona i jona.

Uzimajući da je $m/M \approx 10^{-4}$, vidimo da je u oba slučaja praktično

$$\frac{\Delta K_{jon}}{K_{el}} \approx \frac{m}{M} \approx 10^{-4}$$

Zašto se pak predaje ne taj deo kinetičke energije elektrona, već svega samo 10^{-17} njegove energije, tj. mnogo manje?

4. Kvalitativno ta pojava se objašnjava na sledeći način.

Provodni elektroni i kristalna rešetka obrazuju kao da dva "gasa" kvantni i klasični, ispunjavaju jednu te istu zapreminu. Njihove temperature su bitno različite. Temperatura rešetke je reda 300K - 500K, temperatura elektronskog gasa je

$$T = \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{3km} \approx 5000K \text{ (§26.8)}.$$

Bez obzira na toliko veliku razliku u temperaturama, razmena toplote između elektronskog gasa i rešetke pri odsustvu struje se ne vrši. Stvar je u tome, što zahvaljujući odnosu neodređenosti energija provodnih elektrona ne može biti manja od veličine

$$\bar{K} = \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{2m} \text{ (vidi formulu (15.26)),}$$

koji predstavlja minimalnu veličinu energije lokalizovane čestice.

Situacija se bitno menja pri pojavi struje. Na račun dejstva električnog polja elektroni stiču višak kinetičke energije uredjenog kretanja. I mada taj višak energije je veoma mali, a odgovarajući priraštaj temperature elektronskog gasa čini svega samo

$$\Delta T_{el} = \frac{2\Delta K_{el}}{3k} = \frac{e^2 E^2 \tau^2}{3km} \approx \frac{2,56 \cdot 10^{-38} \cdot 1 \cdot 10^{-28}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 9 \cdot 10^{-31}} \approx 10^{-13} \text{ K.}$$

baš taj višak energije i narušava termodinamičku ravnotežu. Javlja se proces razmene toplote (provodjenja) između pregrejanog elektronskog gasa i kristalne rešetke, i višak energije, dobijen elektronskim gasom od električnog polja, predaje se rešetki. To i dovodi do zagrevanja provodnika, tj. do izdvajanja toplote Džul-Lenca.

§ 44.7. Kontaktna razlika potencijala

1. Krajem 18. veka A. Volta je primetio, da se između dva metala koji se dodiruju javlja kontaktna razlika potencijala. Poreklo tog skoka potencijala može se objasniti na osnovu elektronske teorije.

Posmatrajmo dva metala sa različitom koncentracijom elektrona ($n_1 > n_2$). Ukoliko na mestu njihovog kontakta oba metala imaju istu temperaturu, onda je i srednja brzina toplotnog kretanja elektrona na tom mestu jednaka. Radi jednostavijeg posmatranja uzmimo, da je dužina slobodnog puta kod njih približno jednaka. Na račun toplotnog kretanja elektrona dolazi do njihove difuzije (vidi §§ 25.4, 25.5). Broj elektrona, koji prelazi iz jednog metala u drugi, jednako je jednoj šestini broja elektrona, koji se nalaze u sloju debljine λ , tj.

$$N_1 = \frac{1}{6} n_1 S \lambda$$

Iz drugog metala u prvi prelazi $N_2 = \frac{1}{6} n_2 S \lambda$ elektrona. Ali po uslovu je $n_1 > n_2$, dakle, drugi metal dobija više elektrona, nego što on preda prvome.

Prema tome, kao rezultat difuzije elektrona jeste da se jedan metal naelektriše pozitivno a drugi negativno. Polje koje se pri tome javlja suprostavljaja će se difuziji. Difuzija u datom slučaju igra takvu istu ulogu, kao da na mestu kontakta dejstvuje spoljašnje polje. Prelaz elektrona iz jednog metala u drugi prestaje, kada nastala potencijalna razlika uravnoteži EMS spoljašnjeg polja.

2. Kvalitativno definišimo kontaktnu razliku potencijala iz sledećih razloga-shvatanja. Struja u kontaktnom sloju je

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{e(N_1 - N_2)}{\tau} = \frac{e\lambda S}{6\tau} (n_1 - n_2) = \frac{eS\bar{u}}{6} (n_1 - n_2).$$

Razlika potencijala, po Omovom zakonu, jednaka je proizvodu struje i otpora kontaktnih slojeva:

$$R = R_1 + R_2 = \left(\frac{\rho_1 \lambda}{S}\right) + \left(\frac{\rho_2 \lambda}{S}\right),$$

gde su ρ_1 i ρ_2 njihovi specifični otpori. Uzimajući u obzir (44.16), dobija se

$$R = \frac{2m\bar{u}}{e^2 S} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)$$

Prema tome je

$$\Delta\varphi = iR = \frac{m\bar{u}^2 (n_1 - n_2)}{3e} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right). \quad (44.20)$$

Zamenivši $m\bar{u}^2 = 3kT$, i učinivši neke transformacije dobijase

$$\Delta\varphi = \frac{kT}{e} \left(\frac{n_1}{n_2} - \frac{n_2}{n_1}\right).$$

Vidimo, da kontaktna razlika potencijala zavisi samo od temperature i hemijskog sastava metala. Kvantna tumačenja o ovim pojavama su data u § 78.1.

§ 44.8. Termoelektricitet

1. Napravimo od dva metala zatvoreno kolo i održavamo u svim tačkama kola istu temperaturu. Pokazuje se da pri tim uslovima na račun kontaktnih skokova potencijala ne može da se pojavi struja u kolu, jer je EMS u takvom kolu jednaka nuli.

$$\xi = \Delta\varphi_{12} + \Delta\varphi_{21} = \frac{kT}{e} \left(\frac{n_1}{n_2} - \frac{n_2}{n_1} + \frac{n_2}{n_1} - \frac{n_1}{n_2} \right) = 0 \quad (44.21)$$

Ovaj rezultat se mogao predvideti na osnovu prvog i drugog principa termodinamike. Ustvari, struja vrši rad, dakle, za njeno stvaranje neophodan je izvor energije. To ne može biti i energija sredine (okolne), jer na osnovu drugog principa termodinamike razmena toplote izmedju tela sa istom temperaturom se ne vrši (vidi gl. 28).

2. Potpuno drukčiji rezultat se dobija, ako su temperature spojeva različite. Neka je naprimer, T_1 T_2 . Onda izraz za EMS dobija oblik

$$\xi = \Delta\varphi_{12} + \Delta\varphi_{21} = \frac{k}{e} \left(\frac{n_1}{n_2} - \frac{n_2}{n_1} \right) (T_1 - T_2). \quad (44.22)$$

Vidimo, da ovde EMS nije jednaka nuli; zato se u kolu javlja termoelektrična struja. Ta pojava bila je primećena od strane Sebeke 1821. god.

Izraz (44.22) može se napisati kao:

$$\xi = \alpha (T_1 - T_2) = \alpha \Delta T \quad (44.23)$$

Ovde je $\alpha = \frac{k}{e} \left(\frac{n_1}{n_2} - \frac{n_2}{n_1} \right)$ - konstantna veličina, koja karakteriše osobine kontakta data dva metala, EMS- ξ zove se termoelektromotornom silom, a ΔT - je razlika temperatura oba spoja.

3. Termoelektrična EMS, koja se javlja pri kontaktu dva metala, je vrlo mala. Mada je formula (44.22) bila dobijena pomoću dosta grubih aproksimacija, pa ipak se može koristiti za kvalitativnu ocenu veličine te EMS. Uzevši da je $\Delta T = 1K$, koncentracije n_1 i n_2 , za bakar i aluminijum iz tabele 44.1, dobija se

$$\alpha = k \left(\frac{n_1}{n_2} - \frac{n_2}{n_1} \right) \approx \frac{1,38 \cdot 10^{-23}}{1,61 \cdot 10^{-19}} \left(\frac{21}{11} - \frac{11}{21} \right) \approx 1,2 \cdot 10^{-4} \frac{V}{C} = 120 \frac{\mu V}{C}.$$

Eksperiment daje (pokazuje) za taj termoelektrični par metala vrednost 30 puta manju: $\alpha = 3,4 \mu V/C$.

Ako zamenimo jedan od metala poluprovodnikom, onda se elektromotorna sila mora bitno povećati, ukoliko se koncentracija elektrona u metalima i poluprovodnicima razlikuje za 4-5 redova. Koristiti formulu (44.22) i za kvalitativna odredjivanja ovde je skoro nemoguće, no činjenica, da termopar «metal - poluprovodnik» daje znatno veću termoelektromotornu silu (EMS) u poredjenju sa termoparom «metal-metal» potvrđuje se eksperimentalno.

4. Obično se termospregovi koriste za merenje temperature, posebno u onim slučajevima, gde je primena termometra sa tečnostima isključena. Dobra strana termometra sa termospojem jeste u njihovoj velikoj osetljivosti; mogućnošću vezivanja za pisač, koji automatski piše promene temperature u toku vremena; male dimenzije, mali sopstveni toplotni kapacitet, a takodje i širok opseg mernih temperatura od $+ 2000^{\circ}C$ do $- 200^{\circ}C$.

Sem toga termospojevi mogu se koristiti i kao izvori struje. Istina kod njih je mali koeficijent korisnog dejstva (manji od 1%) i mala EMS. Medjutim odabравši određene tipove poluprovodnika i vezujući termoparove redno u termo bateriju, može se dobiti i dosta velika EMS, reda nekoliko desetina volti. Takve termobaterije su bile izgrađene od strane akademika A.F.Jafea. One mogu da rade od bilo kod izvora toplote, naprimer od kerozinove lampe, i napajaju radioprijemnike.

Na tom principu radi nuklearni uređaj "Romaška", koja sama predstavlja malogabaritni nuklearni reaktor sa 49 kg urana. U aktivnoj zoni reaktora temperatura dostiže 1770°C . Njegovi zidovi su prevučeni od nekoliko hiljada silicijum-germanijumskih pločica, koje igraju ulogu poluprovodničkih termospregova, vezanih u bateriju. Na račun razlike temperatura unutar reaktora i spoljnje atmosfere stvara se termo-EMS. Taj uređaj je napravljen 1964. godine u Institutu za atomsku energiju koji nosi ime I.V. Kurčatova, pod rukovodstvom akademika M.D. Milionščikova, i uspešno je prošao sva testiranja i pokazao se sposoban za rad.

5. Sa stanovišta termodinamike termospoj (termopar) je sličan toplotnoj mašini (vidi gl. 29). Ovde su dva tela sa različitom temperaturom, koji igraju ulogu kotla i hladionika, a radno telo je elektronski gas. Za razliku od obične mašine, gde se deo unutrašnje energije grejača - kotla pretvara u mehaničku, kod termospoja ona se pretvara u energiju električne struje.

6. Poznato je, da ako se toplotnoj mašini dovodi mehanička energija od spoljašnjeg izvora, ona će raditi u režimu toplotne pumpe (ili rashladnog uređaja; vidi § 29.8). Po analogiji može se očekivati, da ako se kroz termospoj propusti struja od spoljašnjeg izvora, onda se između spojeva mora pojaviti razlika temperatura. Takav efekat se stvarno i opaža eksperimentom. On se naziva Peltieovim efektom u čast naučnika, koji je 1834. godine otkrio ovu pojavu.

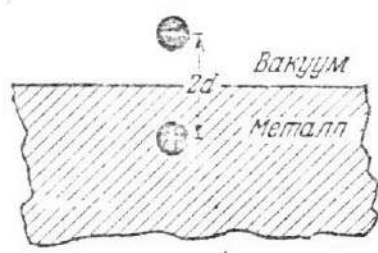
Za dobijanje značajnih razlika temperatura ovde treba koristiti takodje poluprovodničke termospojeve. Termoelektrični hladnjaci, koji koriste Peltieov efekat kod poluprovodnika, izgrađeni su 1954. godine od grupe naučnika lenjingradskog Instituta za poluprovodnike, kojima je rukovodio akademik A.F. Jofe.

§44.9. Izlazni rad

1. Elektroni, koji se kreću unutar metala, mogu nekad izaći i van, obrazujući nad metalom «elektronski oblak». Deo tih

elektrona ponovo se vraća u metal, a drugi se ponovo odkidaju. Pojava je sasvim slična isparavanju tečnosti (vidi §§ 35.1, 35.2). Površina metala i elektronski oblak obrazuju dvojni elektronski sloj, sličan ravnom kondenzatoru. Debljina tog sloja iznosi nekoliko međjuatomskih rastojanja ($d \approx 10^{-10} - 10^{-9} \text{ m}$). Razlika potencijala u tom sloju naziva se površinskim skokom potencijala na granici metal-vakuum ili kontaktnom razlikom potencijala između metala i vakuuma.

Za određivanje te veličine izvršimo sledeći orijentacioni račun. Predstavimo sebi, da je elektron izleteo iz metala; onda se u metalu javlja pozitivno naelektrisanje, jednako po intenzitetu naelektrisanju elektrona. To pozitivno naelektrisanje se zove «električnim likom» elektrona (sl.44.6).



Sl. 44.6.

Pokazuje se da je međusobno dejstvo elektrona sa metalom jednako međusobnom dejstvu elektrona i njegovog «lika», tj. svodi se na međusobno dejstvo tačkastih naelektrisanja, koje znamo rešiti. Na osnovu (37.4) imamo da kontaktni skok potencijala (pri $d \approx 5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$):

$$\varphi_{\text{kont}} \approx \frac{e}{4\pi\epsilon_0 \cdot 2d} \approx \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 36\pi \cdot 10^9}{4\pi \cdot 2,5 \cdot 10^{-10}} \approx 1,4 \text{ V}$$

2. Da bi elektron, koji se nalazi u metalu, mogao izaći van njegovih granica, on mora vršiti rad nasuprot - protiv sile privlačenja od svog «lika» i protiv sile odbijanja od negativno naelektrisanog elektronskog oblaka.

Taj rad se naziva izlaznim radom A_0 . On je jednak, onoj minimalnoj energiji, koju je potrebno dati - dovesti provodnom elektronu, da bi on mogao izaći iz metala u vakuum. Možemo uzeti, da je izlazni rad jednak $A_0 = e\varphi_{\text{kont}}$ (44.24)

Naš orijentacioni račun daje za izlazni rad veličinu $A_0 \approx 1,5 \text{ eV} = 2,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Po redu veličine dobio se ispravan rezultat, što se vidi iz tabele:

	A_0, eV		A_0, eV
Litijum, natrijum, kalijum	2,3	Kalcijum	2,7
Cink	4,2	Celzijum	1,9
Volfram	4,5	Barijum na volframu	1,1
Platina	5,3	Cezijum na volframu	1,4
Barijum	2,5		

3. Potencijalna energija provodnih elektrona u metalu manja je od energije slobodnog elektrona. Uzimajući, da je potencijalna energija elektrona u vakuumu jednaka nuli, dobijamo, da je njegova energija u metalu $U = -A_0 = e\varphi_{ko}$. Tu energiju možemo predstaviti grafički, nanoseći na apscisnu osu položaj elektrona, a na ordinatnu osu potencijalnu energiju (sl.44.7). Ovde je debljina «elektronskog oblaka» d jako uvećana. Grafik ima oblik jame, koja se naziva «potencijalnom jamom». Zato obično, želeći dase ukaže, da elektron u metalu ima negativnu potencijalnu energiju, kaže se, da se elektron nalazi u «potencijalnoj jami».

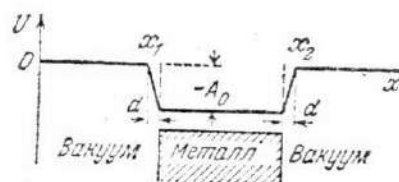
4. Da bi provodni elektron izleteo van granica metala, neophodno je, da njegova energija bude veća od izlaznog rada (ili, u krajnjem slučaju, jednaka mu). Tu energiju elektron može dobiti na razne načine.

Jedan od načina jeste, osvetljavanje metala. Elektron, dobivši energiju od svetlosnog talasa, može da izvrši izlazni rad.

Ta pojava se zove fotoelektronska emisija i biće razmatrana u 68.1-68.3.

Drugi način je bombardovanje površine metala česticama, koje imaju energiju od nekoliko stotina elektron volti.

Treći način je povećanje temperature metala. Pojava ispuštanja elektrona zagrevanjem tela naziva se termoelektronskom emisijom (§47.1).



SPECIFIČNA TOPLOTA I TOPLOTNA-PROVODLJIVOST
ČVRSTIH TELA§45.1. Specifična toplota

1. Kao što je bilo pokazano u §§ 27.4-27.5, kod gasova treba razlikovati izohorsku C_v i izobarsku C_p (specifičnu) toplotu, koje se znatno razlikuju jedna od druge ($\gamma = C_p/C_v \approx 1,7-1,4$). Kod čvrstih tela ove toplote se vrlo malo razlikuju: od 3% za bakar i zlato do 8% za alkalne metale. Zato dalje nećemo razlikovati ove toplote, i govorićemo prosto o specifičnoj toploti čvrstog tela.

Posmatrajući izraz za unutrašnju energiju idealnog gasa, došli smo do zaključka, da se može predstaviti kao zbir kinetičke energije molekula i konstantnog sabirka, pošto je zbir potencijalnih energija molekula i njihovih energija mirovanja konstantna veličina (vidi §27.1). Drugačiju sliku imamo kod čvrstog tela. Ovde čestice vrše oscilovanja u čvorovima kristalne rešetke, a u procesu oscilovanja kinetička energija neprekidno prelazi u potencijalnu i obrnuto. Odatle izlazi, da su srednje vrednosti kinetičke i potencijalne energije čestica čvrstoga tela jednake jedna drugoj (vidi §49.3):

$$\bar{\xi}_{\text{pot}} = \bar{\xi}_{\text{kin}} = \frac{3}{2}kT. \quad (45.1)$$

Srednja energija oscilovanja čestice jeste zbir srednjih vrednosti njene potencijalne i kinetičke energije:

$$\bar{\xi} = \bar{\xi}_{\text{kin}} + \bar{\xi}_{\text{pot}} = 3kT \quad (45.2)$$

2. Unutrašnja energija jednog kilomala proste supstance jednaka je proizvodu srednje energije oscilovanja jednog atoma i Avogadrovog broja. Koristeći se relacijom (45.2), dobija se

$$U_m = N_A \bar{\epsilon} = 3N_A kT = 3RT \quad (45.3)$$

gde je $R = 8,31 \cdot 10^3 \text{ J/(kmolu.K)} \approx 1,98 \text{ kkal/(kmolu.K)}$ - univerzalna gasna konstanta (vidi § 26.9).

Toplota jednog kilomala po odredjivanju iznosi

$$C_m = \frac{U_2 - U_1}{T_2 - T_1} = 3R \approx 5,94 \text{ kkal/(kilomol.K)} \quad (45.4)$$

Dobili smo zakon Dilon-Ptia, koga su ustanovili 1819. godine:

kilomolarna toplota hemijski prostih kristalnih tela približno je jednaka 6 kkal na kilomolkelvina.

3. Specifična toplota je odnos kilomolarne toplote i atomske mase elementa

$$c = \frac{C_m}{A} = \frac{3R}{A} = \frac{3N_A k}{N_A m_o} = \frac{3k}{m_o} \quad (45.5)$$

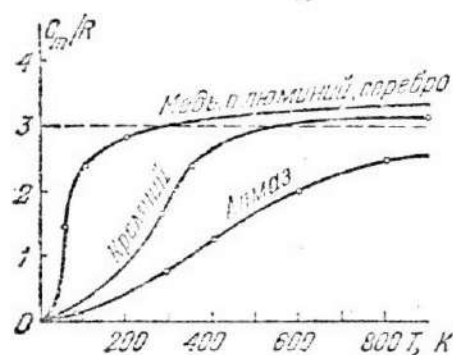
gde je m_o - masa jednog atoma.

Zapreminska toplota je odnos kiloatomske toplote i zapremine kiloatoma:

$$C = \frac{C_m}{V_m} = \frac{3N_A k}{N_A v} = \frac{3k}{v} \quad (45.6)$$

gde je v - zapremina elementarne ćelije kristala.

Na sl. 45.1 su date kiloatomske toplote nekih materijala-izolatora i metala. Analiza eksperimentalnih rezultata dovodi do zaključka, da je zakon Dilon-Ptia sasvim približan; on se ispunjava samo pri vrlo visokim temperaturama.



Sl. 45.1.

Pri niskim temperaturama toplota čvrstih tela brzo opada i blizu apsolutne nule teži nuli.

4. Klasična teorija ne omogućava da se objasni zavisnost toplote (spec) čvrstih tela od temperature. Prvi je tu pojavu objasnio 1905. godine Ajnštajn na osnovu kvantnih tumačenja. Dobijena formula kvalitativno jasno daje zavisnost toplo-

te od temperature, predstavljenu na sl. 45.1. Tačniju teoriju, takodje zasnovanu na kvantnim tumačenjima, razradio je 1912. godine Debaj. Najčešće, on je pokazivao, da za svaki materijal postoji određena karakteristična temperatura Θ (Debajeva temperatura), počinjući sa njom počinje ispunjavanje zakona Dilon-Pigia:

$$\Theta = \frac{2\hbar a}{kd} \quad (45.7)$$

gde je a - brzina zvuka, d - karakteristično rastojanje izmedju čestica u kristalnoj rešetki.

Odredimo Debajevu temperaturu za aluminijum ($a = 6400$ m/s, $d = 4\text{\AA}$);

$$\Theta \approx \frac{2 \cdot 10^{-34} \cdot 6400}{1,38 \cdot 10^{-28} \cdot 4 \cdot 10^{-10}} = 250\text{K},$$

što se dobro slaže sa eksperimentalnim rezultatima (vidi sl.45.1). Male vrednosti (specifične) toplote almaza pri dosta visokim temperaturama označavaju, da je za njega Debajeva temperatura mnogo viša od 1200K (faktički $\Theta = 2000\text{K}$). što se objašnjava veoma velikim vrednostima brzine zvuka u almazu i malim rastojanjima izmedju atoma ($a = 16000$ m/s, $d = 1,54\text{\AA}$).

§ 45.2. Toplota (specifična) metala

Potpuno je neočekivan rezultat, da je zakon Dilon-Ptia primenljiv za metale i poluprovodnike. U stvari, u formuli (45.3) smo predstavili, da se unutrašnja energija kristala određuje samo energijom oscilovanja čestica u čvorovima rešetke. No kod metala i poluprovodnika, postoje provodni elektroni, čiju sveukupnost mi posmatramo kao idealni gas. Dakle, ovde unutrašnja energija mora biti jednaka zbiru energija rešetke i elektronskog gasa.

Uzimajući, da je srednja energija toplotnog kretanja elektrona $\bar{\epsilon}_{el} = \frac{3}{2}kT$ i broj slobodnih elektrona, koji dolaze na jedan atom, jednak γ , dobija se za jedan kiloatom:

$$U_m = N_A \bar{\epsilon} + \gamma N_A \bar{\epsilon}_{el} = N_A (3kT + \frac{3}{2}\gamma kT) = 3RT(1 + \frac{\gamma}{2}).$$

Odakle se dobija izraz za molarnu specifičnu toplotu.

$$C_m = 3R (1 + \frac{\gamma}{2}). \quad (45.8)$$

Koristeći se rezultatima iz tabele 44.1., dobija se da je udeo provodnih elektrona u specifičnoj toploti poluprovodnika zanemarljivo mali, pošto je ovde $\gamma \approx 10^{-5}$.

Što se tiče metala (vidi §75.3), njihova specifična toplota treba da znatno nadmašuje specifičnu toplotu izolatora. Ustvari, za aluminijum na osnovu (45.8) se dobija $C_m = 7,4R$, za bakar $C_m = 4,2R$ itd. Međutim, to ne odgovara eksperimentalnim podacima, na osnovu kojih je Dilon-Pti-ov zakon primenljiv i za metale.

§ 45.3. Toplotna provodljivost izolatora

1. Ako se na krajevima štapa održava neka razlika temperatura, onda dolazi do predaje energije u obliku toplote od strane toplijeg kraja hladnijem kraju. Neka je dužina štapa l , a površina

poprečnog preseka S . Temperaturu zagrejanog dela označimo sa T_1 , hladnijeg sa T_2 , a apscisnu osu usmerimo duž štapa.

Veličina $\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{T_2 - T_1}{x_2 - x_1}$ se zove temperaturski gradijent.

Ona pokazuje, kojom brzinom se menja temperatura duž štapa. Veličina $\frac{\Delta Q}{S \cdot \Delta t}$ pokazuje, kolika količina toplote se prenosi kroz jedinicu površine poprečnog preseka u jedinici vremena; ona se zove toplotni fluks.

Pokazalo se, da je toplotni fluks proporcionalan gradijentu temperature (Furieov zakon):

$$\frac{\Delta Q}{S \cdot \Delta t} = -K \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (45.9)$$

Znak minus pojavio se zato što je toplotni fluks pozitivna veličina, a gradijent temperature negativna.

Veličina K - se naziva koeficijentom toplotne provodljivosti supstance. Jedinica za toplotnu provodljivost u SI sistemu je $W/(m.K)$; van sistemske jedinice su:

$$1 \text{ kcal}/(\text{č.m. } ^\circ\text{C}) = 1,16 \text{ W}/(\text{m.K})$$

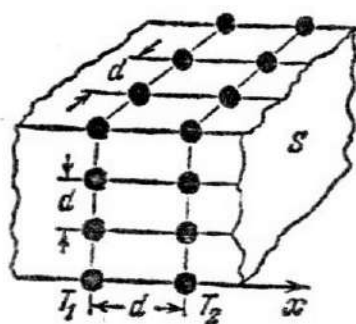
$$1 \text{ cal}/(\text{s.cm. } ^\circ\text{C}) = 419 \text{ W}/(\text{m.K})$$

Karakteristične vrednosti toplotne provodljivosti nekih izolatora date su u tabeli 45.1.

Tabela 45.1

Supstanca	Brzina zvuka - a km/s	Toplotna provo- dnost - K W/(m.K)	d, A°	$\frac{3ka}{d^2}$
Plastične mase	2,0-2,6	0,1-0,4	5	0,3
Cigla-opeka	3,6	0,6-1,1	-	-
Staklo	5,7-4,3	1,0-0,8	5	0,9-0,7
Natrijum hlorid	4,75	7,1	2,82	2,4
Led (-5°C)	3,23	2,2	3,2	1,3
Voda (20°C)	1,47	0,61	3,1	0,64
Aceton (25°C)	1,17	0,16	5	0,19
Ugljenterahlorid	0,93	0,11	5	0,15

2. Za razmatranje mehanizma toplotne provodljivosti posmatrajmo dva susedna sloja atoma (sl.45.2). Neka temperatura levog sloja iznosi $T_1 = T$, desnoga $T_2 = T - \Delta T$. Čestice, koje su raspoređene u tim slojevima, imaju shodno tome srednje energije $\bar{\epsilon}_1 = 3kT$ i $\bar{\epsilon}_2 = 3k(T - \Delta T)$. Pošto se oscilovanje čestica u jednom sloju vrši intenzivnije, nego u drugom, dolazi, do predaje energije iz levog sloja u desni.



Sl. 45.2.

Jedna čestica predaje energiju $\Delta \epsilon = \epsilon_2 - \epsilon_1 = -3k\Delta T$. U sloju površine S nalazi se $N = S/d^2$ čestica, gde je d - rastojanje izmedju čestica.

Prema tome, količina toplote $\Delta Q = N\Delta \epsilon = -3kS\Delta T/d^2$. Toplotni fluks je

$$\frac{\Delta Q}{S\Delta t} = - \frac{3k\Delta T}{d^2\Delta t} = - \frac{3k}{d^2} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} = - \frac{3ka}{d} \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (45.10)$$

Veličina $a = \Delta x/\Delta t$ predstavlja brzinu prenošenja toplotnih oscilacija. U principu ona se ne razlikuje od brzine prenošenja iz sloja u sloj bilo kojih drugih elastičnih oscilovanja, tj. od brzine zvuka.

Upoređujući (45.9) i (45.10), vidimo da je koeficijent toplotne provodljivosti

$$K = \frac{3ka}{d^2} = \frac{3kad}{v} = Cad, \quad (45.11)$$

gde je C - specifična toplota jedinice zapremine supstance (vidi §45.1).

Izraz (45.11) omogućava da se kvalitativno objasni uzrok anizotropije toplotne provodljivosti kod nekih monokristala (vidi §32.1). Suština je u tome, što su kod monokristala rastojanje izmedju atoma i brzina zvuka u raznim pravcima različiti, zbog čega je različita i toplotna provodljivost.

3. Toplotna provodljivost se određuje pomoću formule (45.11), koja je data u poslednjoj koloni tabele 45.1. Vidimo, da se za plastične mase, amorfna tela i tečnosti dobijaju zadovoljavajuća poklapanja teorije i eksperimenta. Za kristale teorija daje vrednosti toplotne provodljivosti, koje su nekoliko puta manje od eksperimentisanih.

Što se može objasniti, koristeći se izrazima, koje je dao Debaj 1914. godine. Zvučni talasi, koje prima čovječe uho, imaju opseg približno od 20 Hz do 20 kHz, ultrazvuka od 20 kHz do 100 MHz. Ti talasi, prostiru se u kristalima, praktično ne rasejavajući se slično svetlosti, koji se ne rasejava prolazeći kroz prozirne sredine tipa stakla ili vode. Toplotne oscilacije imaju znatno veću frekvenciju, reda 10^{10} - 10^{13} Hz (hiperzvuk). Primećuje se, da se takvi visokofrekventni talasi jako rasejavaju u kristalima, slično, kao što se svetlost rasejava u neprovodnim sredinama. Što je intenzivnije rasejavanje zvučnih talasa, koji odgovaraju toplotnim oscilacijama kristala, tim sporije teče proces predaje toplote i time je manja toplotna provodljivost supstance. Oslanjajući se na tim pretpostavkama, Debaj je dobio za toplotnu provodljivost izraz

$$\kappa = \frac{1}{3} C v \lambda \quad (45.12)$$

gde je λ - srednje rastojanje, koje zvučni talas prolazi bez rasejavanja. Ako se uvede predstava o tome, da se zvučni talasi prostiru u obliku nekih elementarnih porcija, nazvanim kvantima zvučnog polja, ili fononima, onda je to srednja dužina slobodnog puta fonona. Upoređujući sa (45.11), vidimo da je $\lambda \approx 3d$.

4. Rasejavanje zvučnih talasa vrši se na nehomogenostima kristalne rešetke, potpuno slično rasejavanju provodnih elektrona (vidi § 44.5). Nehomogenost rešetke je posledica prisustva defekata u njoj, a takodje i posebnih osobina toplotnih oscilacija u čvorovima rešetke (§ 75.9). Kod amorfni tela i tečnosti postoji bliži red pakovanja čestica, prema tome, veći broj defekata; zato će ovde toplotna provodljivost biti mala, što se potvrđuje i eksperimentom

(vidi tabelu 45.1). Kod kristala, gde je red pakovanja čestica znatno viši i defekata je manje, talas može proći bez rasejavanja znatno veće rastojanje. Račun daje za natrijum hlorid pri 0°C vrednost $\lambda = 23 \text{ \AA} \approx 8 \text{ d}$, za kvarc duž optičke ose pri istoj temperaturi $\lambda = 40 \text{ \AA} \approx 13 \text{ d}$ itd. Ovim se i objašnjava razlika između opita i našeg elementarnog računa za kristale po formuli (45.11).

Sa porastom temperature supstance pojačavaju se oscilacije čestica u čvorovima kristalne rešetke i smanjuje se rastojanje, koje zvučni talasi prolaze bez rasejavanja. To mora dovesti do smanjenja toplotne provodljivosti, slično tome, kako se sa rastom temperature smanjuje elektroprovodljivost (§44.5). Eksperiment potvrđuje ovaj zaključak, ali pri relativno visokim temperaturama. Pri malim temperaturama toplotna provodljivost opada na račun znatnog smanjenja specifične toplote (§45.1).

§ 45.4. Toplotna provodljivost metala

1. Uporedjeni podaci za toplotnu provodljivost i elektroprovodljivost nekih metala pri $T = 273\text{K}$ dati su u tabeli 45.2.

Kao što se vidi, toplotna provodljivost metala je vrlo velika. Ona se ne svodi na toplotnu provodljivost rešetke, dakle, ovde mora da deluje još jedan mehanizam predaje toplote. Pokazuje se, da se kod čistih metala toplotna provodljivost praktično u potpunosti ostvaruje na račun elektronskog gasa, i samo kod jako zagadjenih metala i legura, gde je elektroprovodljivost mala, uticaj toplotne provodljivosti rešetke je bitan.

Tabela 45.2

Supstance	$K, \text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$	$\rho, \Omega^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$	$k/\rho T$
Bakar	385	$64,1 \cdot 10^6$	$2,2 \cdot 10^{-8}$
Aluminijum	228	$40,8 \cdot 10^6$	$2,1 \cdot 10^{-8}$
Natrijum	135	$23,8 \cdot 10^6$	$2,1 \cdot 10^{-8}$

Radi dokazivanja posmatrajmo dva sloja metala, a debljina svakog od njih jednaka je srednjoj dužini slobodnog puta elektrona. Za vreme $\tau = \lambda/v$ iz jednog sloja u drugi prelazi $N = \frac{1}{6} nS\lambda$ elektrona. Elektroni, koji prelaze iz levog sloja u desni, prenose energiju $W_1 = N\bar{\epsilon}_1$; fluks koji ide u susret prenosi energiju $W_2 = N\bar{\epsilon}_2$. Na osnovu klasične elektronske teorije srednja energija elektrona je $\bar{\epsilon} = \frac{3}{2}kT$. Odakle izlazi:

$$Q = W_1 - W_2 = N(\bar{\epsilon}_1 - \bar{\epsilon}_2) = \frac{1}{6} nS \cdot \frac{3}{2}k (T_1 - T_2) \quad (45.3)$$

Toplotni fluks je:

$$\frac{\Delta Q}{S\Delta t} = \frac{1}{4} n\lambda k \frac{T_1 - T_2}{x_2 - x_1} \cdot \frac{x_2 - x_1}{\Delta t}$$

Pošto je $x_2 - x_1 = 2\lambda = 2\bar{u}\Delta t$, gde je $\bar{u}$ - srednja brzina toplotnog kretanja elektrona, onda je

$$\frac{\Delta Q}{S\Delta t} = -\frac{1}{2} n\lambda\bar{u}k \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (45.14)$$

Upoređujući (45.14) i (45.9), dobija se izraz za koeficijent toplotne provodljivosti elektronskog gasa:

$$K = \frac{1}{2} n\lambda\bar{u}k \quad (45.15)$$

2. Po datoj formuli ne može se odrediti toplotna provodljivost, pošto dužina slobodnog puta elektrona nije poznata. Međutim, podelivši (45.15) sa (44.15), dobija se

$$\frac{K}{\gamma} = \frac{n\lambda\bar{u}k \cdot 2m\bar{u}}{2e^2 n \lambda} = \frac{km\bar{u}^2}{e^2}$$

Ali kako je $m\bar{u}^2 = 3kT$, prema tome je

$$\frac{\kappa}{\rho} = \frac{3k^2 T}{e^2} = 2,23 \cdot 10^{-8} T. \quad (45.16)$$

Dobijeni izraz zove se Videman Francovim zakonom, koji su 1853. godine, ustanovili, da je pri jednoj istoj temperaturi odnos toplotne provodljivosti i specifične elektroprovodljivosti kod svih metala, jednak. Zavisnost tog odnosa od temperature dao je Lorenc.

3. Upoređujući eksperimentalne rezultate tabele 45.2 sa formulom (45.16), može se ustanoviti, da se praktično toplotna provodljivost metala u celini određuje toplotnom provodljivošću elektronskog gasa, koja je pri temperaturama, koje su daleko od apsolutne nule, stotinu puta prelazi toplotnu provodljivost kristalne rešetke.

Prema tome, vidimo, da klasična elektronska teorija omogućava, ne samo da se kvantitativno objasni mehanizam toplotne provodljivosti metala, već da se dobije i kvantitativan odnos - Videman-Francov zakon, koji se dobro slaže se eksperimentom.

4. Izvedimo zaključak. Ideja Druda i Lorenca, na osnovu koje se svi provodni elektroni u metalima mogu posmatrati kao idealni gas, pokazala se potpuno uspešnom. Na toj osnovi bilo je moguće objasniti niz pojava, koje su vezane za elektroprovodljivost i toplotnu provodljivost metala. U svim tim slučajevima, uzimali smo da se elektronski gas pokorava Maksvel-Bolcmanovoj statistici, kao i obični jednoatomski idealni gas, usled čega srednja energija toplotnog kretanja slobodnog elektrona iznosi $\bar{\epsilon}_{el} = \frac{3}{2}kT$.

Pokazuje se, da ovo pretpostavljanje, koje omogućava, naprimer, da se odlično objasni specifičnost (osobenost) toplotne provodljivosti metala (Videman-Francov zakon), ne omogućava da se dobiju dobre vrednosti specifičnih toplota metala. Opravdanost za metale Dilon-Ptiovog zakona može se objasniti, uvodeći predstavku,

da elektronski gas ne učestvuje u specifičnoj toploti, ali onda se ne može objasniti specifičnost toplotne provodljivosti metala.

Dobijena protivurečnost pokazuje, da je klasična elektronska teorija u principu oskudna. Rešenje ovog problema bilo je moguće učiniti na osnovu ideja kvantne mehanike, na koje ćemo se vratiti u glavi 75.

ELEKTROPROVODLJIVOST ELEKTROLITA

§ 46.1. Elektrolitička disocijacija

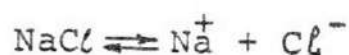
1. Eksperiment pokazuje, da su elektroliti - rastvori soli, kiselina i alkalija u vodi, i da su dobri provodnici električne struje. Struja u elektrolitima praćena je elektrolizom - tj. izdvajanjem supstance na elektrodama, koje su stavljene u rastvor. Na taj način, za razliku od metala, koji imaju elektronsku provodljivost, elektroliti su provodnici, čija se elektroprovodljivost javlja na račun kretanja jona.

Ni destilovana voda, ni rastvoreno telo u čvrstom stanju (tipa jonskog kristala) ne sadrže slobodnih jona, i zato su svi oni dobri izolatori. Dakle, joni se javljaju samo u procesu međusobnog dejstva molekula rastvorene supstance i molekula vode. Proces raspadaanja molekula rastvorene supstance na jone pod dejstvom rastvarača naziva se elektrolitičkom disocijacijom.

2. Pojava disocijacije je prouzrokovana velikim dipolnim momentom molekula vode ($P_e = 6,1 \cdot 10^{-30} \text{ C.m}$), usled čega na rastojanjima, koja odgovaraju redu rastojanja između molekula u tečnostima ($r \approx 1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$), oko molekula se javlja jako električno polje. Prema (37.9) dobija

$$\varphi \approx \frac{P_e}{4\pi\epsilon_0 r^2} \approx \frac{6 \cdot 10^{-30} \cdot 36 \cdot 10^9}{4\pi \cdot 10^{-20}} \approx 6 \text{ V}$$

Energija međusobnog dejstva jona natrijuma ili hlora i molekula vode približno je jednaka energiji međusobnog dejstva jona u molekulu NaCl. Zato u procesu rastvaranja soli na račun toplotnih sudara vrši se raspadanje molekula na jone:



Strelice pokazuju, da proces ide u oba smera: uporedo sa disocijacijom molekula na dva jona vrši se i obrnuti proces rekombinacije (ponovnog sjedinjavanja) jona u neutralni molekul.

Pozitivni joni, koji se kreću ka katodi, nazivaju se katjoni, a negativni anjoni, oni koji se kreću ka anodi.

Napominjemo, da ako se molekuli rastvorene supstance ne disociraju na jone, onda rastvor nije provodnik. Kao primeri služe vođeni rastvori šećera i glicerina, koji su dobri izolatori.

3. Molekuli vode opkoljavaju jon, obrazujući oko njega solvatni omotač (sl. 46.1). To, kao prvo, otežava rekombinaciju jona, i pri malim koncentracijama rastvora svi molekuli rastvorene supstance su disocirani. Kao drugo, otežava kretanje jona - faktički u rastvoru se kreće ne negativni jon, već solvat - kuglica, koja se sastoji od jona i solvatnog omotača oko njega, a koji sa- drži nekoliko slojeva molekula rastvarača.

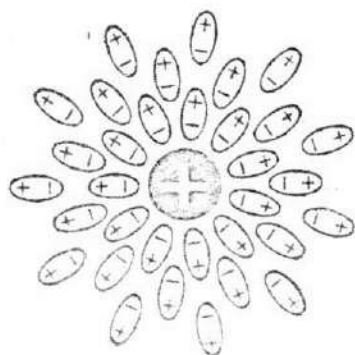
§ 46.2. Omov zakon i elektroprovodljivost elektrolita

1. Ako se u elektrolit stave dve elektrode i stvori iz- među njih razlika potencijala na račun izvora struje, onda se javlja uređeno kretanje solvata. Pozitivno naelektrisani solvati počinju da se kreću ka katodi sa brzinom v_+ , negativni ka anodi sa brzinom v_- . Po analogiji sa (39.18) dobija se izraz za gustinu struje u elektrolitu.

$$j = q_+ n_+ v_+ + q_- n_- v_- \quad (46.1)$$

Ovde je q - naelektrisanje jona, a n - koncentracija jona.

Iz zakona održanja naelektrisanja izlazi, da je zbir naelektrisanja pozitivnih i negativnih jona jednak nuli, dakle



$$q_+ n_+ = q_- n_- = qn = \alpha qn_0 \quad (46.2)$$

Ovde je n_0 - koncentracija molekula rastvorene supstance; koeficijent disocijacije $\alpha = n/n_0$ je odnos koncentracije jona i koncentracije molekula supstance.

$$\text{Gustina struje } j = qn(v_+ + v_-) \quad (46.3)$$

2. Brzina uredjenog kretanja solvata može se naći iz sledećih izraza. Na solvat dejstvuje električna sila $F_e = qE$ i sila otpora trenja $T = 6\pi\eta rv$, gde je r - poluprečnik solvata a η - viskoznost tečnosti (vidi § 11.8). Solvat se kreće ravnomerno, kada sila otpora uravnotežava električnu silu: $qE = 6\pi\eta rv$. Odavde se dobija izraz za brzinu solvata

$$v = \frac{qE}{6\pi\eta r} \quad (46.4)$$

a za njegovu pokretljivost (39.26) je

$$b = \frac{v}{E} = \frac{q}{6\pi\eta r} \quad (46.5)$$

Iz (46.5) i (46.3) izlazi, da za elektrolite mora važiti Omov zakon:

$$j = qn(b_+ + b_-)E = \gamma E \quad (46.6)$$

što se potvrđuje i eksperimentalno.

3. Elektroprovodljivost elektrolita iznosi

$$\gamma = qn(b_+ + b_-) = \frac{q^2 n_0}{6\pi\eta} \left(\frac{1}{r_+} + \frac{1}{r_-} \right) \quad (46.7)$$

Ona je mnogo manja od elektroprovodljivosti metala. Najveću elektroprovodljivost imaju rastvori kiselina, pošto je poluprečnik solvata, koji se javlja oko jona vodonika (protona), 5 - 10 puta manji od poluprečnika drugih solvata.

Sa porastom temperature elektroprovodljivosti elektrolita dosta brzo raste. Razlog je u tome, što sa porastom temperature raste stepen disocijacije rastovra i opada viskoznost elektrolita.

§ 46.3. Faradijevi zakoni

1. Jon je čestica (atom, molekul, grupa atoma), koja je izgubila ili primila na sebe jedan ili nekoliko elektrona. Ako valentnost datog elementa iznosi Z , onda je naelektrisanje jona $q = Ze$.

Broj jona, koji se izdvojio na elektrodama jednak je ukupnom naelektrisanju Q , koje je prošlo kroz elektrolit, podeljenom sa naelektrisanjem jona:

$$N = \frac{Q}{q} = \frac{Q}{Ze}$$

Za hemijski element masa jona m_0 jednaka je atomskoj masi elementa A , podeljenom sa Avogadrovim brojem N_A . Masa supstance, koja se izdvaja na elektrodi, jednaka je proizvodu mase jona i broja jonova:

$$m = m_0 N = \frac{A}{N_A} \cdot \frac{Q}{Ze} = \frac{1}{N_A e} \cdot \frac{A}{Z} Q \quad (46.8)$$

2. Izraz (46.8) sadrži u sebi dva zakona, koje je formulisao Faradej 1832. godine na osnovu niza eksperimenata:

Prvi Faradejev zakon: masa supstance koja se izdvaja na elektrodama proporcionalna je naelektrisanju, koje prolazi kroz elektrolit:

$$m = KQ = Kit \quad (46.9)$$

gde je m - masa supstance, Q - naelektrisanje, i - jačina struje i t - vreme. Veličina $K=m/Q$ pokazuje, koliko se masa supstance izdvojila na elektrodama pri prolasku kroz elektrolit naelektrisanja od jednog kulona. Ona se zove elektrohemijski ekvivalent supstance.

Drugi faradejev zakon: elektrohemijski ekvivalentni elemenata upravo su proporcionalni njihovim hemijskim ekvivalentima:

$$K = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{Z} ; \quad (46.10)$$

ovde je A - atomska masa elementa, Z - njegova valentnost, A/Z - hemijski ekvivalent - odnos atomske mase i njene valentnosti.

3. Faradejev broj

$$F = N_A e = 9,6487 \cdot 10^7 \text{ C/kmolu}$$

brojno je jednak naelektrisanju, koje mora proći kroz elektrolit, da bi se na elektrodama izdvojio jedan kilogram - ekvivalent supstance. Ustvari, zamenivši u izraz (46.8) $m = A/Z$, dobija se $Q=F$. Za jednovalentnu supstancu to označava, da je faradejev broj jednak naelektrisanju, koji mora proći kroz elektrolit, da bi se na elektrodama izdvojio kilomol supstance.

Eksperimentalno određujući Faradejev broj i znajući Avogardov broj, može se izračunati naelektrisanje jednovalentnog jona, koje je jednako naelektrisanju elektrona, po formuli

$$e = \frac{F}{N_A} \quad (46.11)$$

§ 46.4. Galvanski element

1. Eksperiment pokazuje, da se pri spuštanju metalne pločice u elektrolit, između njih pojavljuje razlika potencijala. Ta pojava je slična pojavi kontaktne razlike potencijala između dva metala (§§44.7), samo s tom razlikom što je u elektrolitu kontaktna razlika potencijala uslovljena je difuzijom jona, a ne elektrona, kao što je pri kontaktu metala.

Difuzija jona praćena je hemijskom reakcijom između metala i elektrolita, što dovodi do promene unutrašnje energije supstanci koje reaguju. Promena energije proporcionalna je broju atoma metala koji su reagovali, drugim rečima - proporcionalna masi metala, koji se rastvorio u elektrolitu.

$$\Delta U = \lambda m \quad (46.12)$$

gde je U - unutrašnja energija λ - specifična energija hemijske reakcije, m - masa supstance (vidi §§ 20.4; 36.7).

2. Ustanovljeno je, da se hemijska reakcija javlja samo u slučaju, kada je kolo zatvoreno i kada u njemu protiče struja. Pri tome se vrši transformacija energije, izdvojena kao rezultat hemijskih reakcija, u energiju električne struje.

Na osnovu ovih shvatanja može se odrediti EMS galvanskog elementa. Na osnovu zakona o održanju energije izlazi, da energija hemijskih reakcija, koje se vrše na anodi i katodi, jednaka je radu, koji vrše spoljašnje sile pri premeštanju naelektrisanja po kolu:

$$\Delta U_{an} + \Delta U_{kat} = A_{spolj} = Q\xi \quad (46.13)$$

Kao katoda kod galvanskih elemenata obično je cink, i pri njegovom rastvaranju u elektrolitu izdvađa se energija, tj. $\Delta U_{kat} > 0$. Uspostavljene reakcije na anodi praćene su apsorpcijom energije; $\Delta U_{an} < 0$. Koristeći relacije (46.12) i (46.13), dobija se

$$\lambda_{kat} m_{kat} - \lambda_{an} m_{an} = Q\xi \quad (46.14)$$

Ali na osnovu faradejevog zakona $mQ = k$ - elektrohemijom ekvivalentu. Prema tome

$$\xi = \lambda_{kat} K_{kat} - \lambda_{an} K_{an} \quad (46.15)$$

3. Radi određivanja vrednosti EMS elementa računamo da je specifična energija međusobnog dejstva cinka i sumporne kiseline $\lambda = 6,96 \cdot 10^6$ J/kg, elektrohemijom ekvivalent cinka $K = 3,39 \cdot 10^{-7}$ kg/C. Zanimajući reakcije na anodi, dobija se približno

$$\xi \approx \lambda k = 6,96 \cdot 10^6 \cdot 3,39 \cdot 10^{-7} = 2,36V$$

Eksperiment daje za Grenov element i za akumulator (olovni) koji sadrži kiselinu $\approx 2V$, za alkalne akumulatore 1,8V; za suvi Leklanshev element 1,3V. Kao što se vidi, red veličine smo ocenili ispravno.

§ 46.5. Akumulatori

1. Ako se u rastvor sumporne kiseline potope dve olovne ploče, onda EMS takvog elementa, prirodno, biće jednaka nuli, što upravo sleduje iz (46.15). Međutim ako se neko vreme propusti kroz rastvor struja od spoljašnjeg (drugog) izvora, onda se na elektrodama javlja takozvana polarizaciona EMS.

Razlog njene pojave sastoji se u sledećem. Pri elektrolizi rastvora sumporne kiseline (vidi 46.3, p 2) na katodi se izdvađa vodonik, a na anodi kiseonik. Vodonik na katodi stupa u reakciju zamenjivanja sa solima olova; kao rezultat te reakcije jeste odlazak kiseline u rastvor, a na katodi se uspostavlja čisto olovo. Na anodi kiseonik stupa u oksidacionu reakciju sa olovom, obrazujući olovo superoksid PbO_2 .

2. Prema tome, pri punjenju akumulatora javlja se galvan-ski element sa katodom od olova i anodom od olova - superoksida. Koncentracija sumporne kiseline u elektrolitu raste. Pri pražnjenju akumulatora teče obrnut proces: na elektrodama se obrazuje olovo sulfat, a koncentracija elektrolita opada. Akumulatori se mogu više puta prazniti i ponovo puniti.

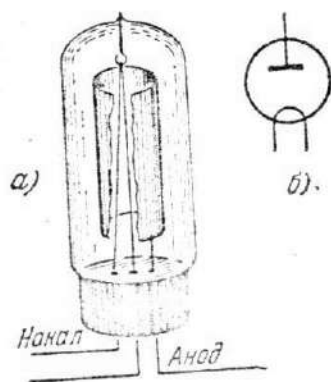
GLAVA 47.

STRUJA U VAKUUMU

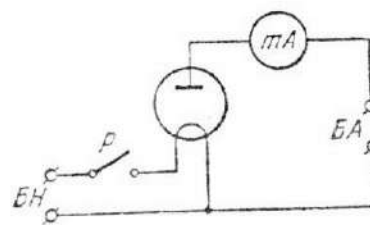
§ 47.1. Termoelektronska emisija

1. Vakuum je odličan izolator, pošto u njemu nema slobodnih naelektrisanja. Provodljivost nekog vakuumskeg prostora - zapremine može se ostvariti veštački, ako se u tu zapreminu uvode slobodna naelektrisanja od bilo kakvog izvora. U tom cilju koristi se pojava termoelektronske emisije - tj. zračenja elektrona sa površine zagrejanog metala.

Pojava se može posmatrati pomoću sledećeg pribora (uređaja). U staklenoj cevi (balonu) postavljaju se dve elektrode: tanka nit, koja služi kao katoda, i cilindrična elektroda kao anoda (sl. 47.1.a). U balonu - cevi se stvori visoki vakuum. Šematski ta lampa je predstavljena kao što pokazuje sl. 47.1.b.



Sl. 47.1.



Sl. 47.2.

2. Uključimo cev u kolo, predstavljeno na sl. 47.2. Sa P - je označen prekidač, BN - baterija grejanja, BA - baterija anode, mA - miliampermetar.

Ako je otvoren prekidač, onda u kolu neće biti struje čak ni u slučaju, ako se potencijal anode kreće do 300-400 V. Pri zatvaranju prekidača, nit koji služi kao katoda se usijava. Pri tome u kolu se pojavljuje struja. Otuda zaključujemo, da iz usijane katode se izbacuju (odkidaju) negativno naelektrisane čestice. Odredjivanje njihovog specifičnog naelektrisanja pokazalo je, da su to elektroni. Njih nazivaju termoelektronima.

3. Pojava termoelektronske emisije slična je isparavanju tečnosti (vidi §§ 35.1, 35.2). Isto kao što molekuli, čija je energija veća od energije isparavanja, izleću iz tečnosti, tako i elektroni, čija je energija veća od izlaznog rada, izleću iz metala. Sa porastom temperature broj takvih čestica vrlo brzo raste.

Na kraju, isto kao što se iznad površine tečnosti obrazuje zasićena para, tako i okolo katode se obrazuje elektronski oblak.

4. Pomoću termoelektronske emisije može biti rešen problem direktnog preobražaja (transformacije) unutrašnje energije zagrejanih tela u energiju električne struje. Na tom principu radi nuklearni uređaj «Topaz», koji je razradjen u Sovjetskom Savezu u 1970-1971. godini.

«Topaz» to je malo-gabaritni nuklearni reaktor na uranu (§§ 82.9; 82.10) sa toplotnom snagom oko 150 kW. U masivnom moderatu-ru od cirkonijum hidrida prorežu se skroz elektro generirajući kanali u obliku spleta kola od pet elektro-obnovljajućih elemenata. U centru svakog elementa postavljen je cilindar od urana, pokriven hermetičkom oblogom od molibdenove legure. Taj štap služi kao katoda. Kao anoda služi cilindar, odvojen od katode zazorom od nekoliko delova milimetra. Na račun toplote, koja se izdvaja pri nuklearnoj reakciji u uranu, površina katode se usijava do visoke temperature. Fluks elektrona, koji su emitovani sa površine katode, hvataju se anodom. U spoljašnjem potrošaču struja teče na račun razlike potencijala, koja se javlja između katode i anode.

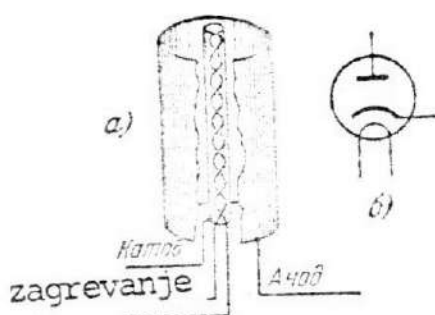
Za razliku od «Romaški» (§44.8) reaktor «Topaz» znatno je moćniji. Stvarno u eksperimentalnim uređajima za vreme od 1000 časova dobijena je snaga od 5 do 10 kW. Kako se vidi, u skoro vreme uređaji ovog tipa će moći ući u svakodnevnu praksu, uporedo sa drugim tipovima slabijih atomskih centrala.

§ 47.2. Dioda i njene karakteristike

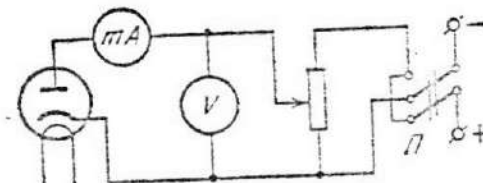
1. Lampa-cev koja je razmotrena u prethodnom paragrafu, naziva se elektronskom lampom sa dve elektrode ili, kraće diodom.

Koriste se cevi sa direktnim i indirektnim zagrevanjem. U cevima sa direktnim zagrevanjem, nit za zagrevanje od volframa služi istovremeno kao katoda. Za dobijanje veće (znatne) emisije nit se zagreva do temperature 2000-2500K. U cevima sa indirektnim zagrevanjem, katoda predstavlja cev od nikla, pokrivena slojem oksida od barijuma, stroncijuma ili kalcijuma. Izlazni rad sa površine takve katode nekoliko puta je manji, nego kod volframa. To dozvoljava da se snizi temperatura zagrevanja do 1000 K.

Zagrevanje katode obezbeđuje se manjom spiralom, smeštenom unutar cevi (sl. 47,a). Na šemama cev sa indirektnim zagrevanjem predstavlja se kao što je pokazano na sl. 47.3,b.



Sl. 47.3



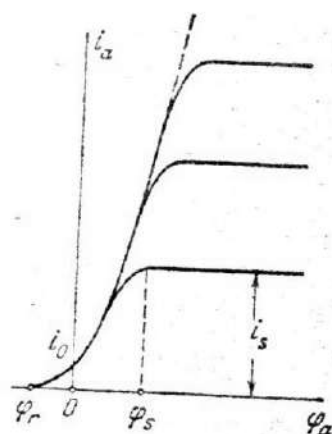
Sl. 47.4

2. Sastavimo kolo kao na sl. 47.4.

Reostat je uključen u šemu tako, da premeštajući klizajući kontakt, može se menjati potencijal anode od nule (niži položaj

kontakta) do napona na krajevima baterije anode. Reostat uključi na ovakav način, naziva se potencijometrom. Preklopnik Π omogućava da se dobije na anodi bilo pozitivni potencijal u odnosu na katodu (u položaju, koji je predstavljen na šemi), bilo negativni, ako se kontakti prebace gore.

Menjajući ravnomerno potencijal anode i registrujući svaki put vrednost anodnog potencijala i struje, dobija se vrednost funkcije, koja izražava zavisnost struje od potencijala. Grafik ove funkcije naziva se karakteristikom napona i struje - diode. Na sl. 47.5 predstavljene su tri karakteristike, dobijene za različite temperature katode.



Sl. 47.5.

3. Pre svega u oči pada nelinear-nost karakteristike. To znači, da promene struje nisu proporcionalne promeni potencijala anode, drugim rečima, da se ovde ne ispunjava Omov zakon. Razlog je u sledećem.

Kao što je poznato (39.18), gustina struje $j = env$. U metalima i elektrometalima koncentracija slobodnih naelektrisanja (elektrona ili jona) ne zavisi od struje, a srednja brzina

kretanja naelektrisanja proporcionalna

je jačini polja. Odakle i proizlazi Omov zakon (§44.4). Stvar potpuno drukčije izgleda kod elektronske cevi-lampe. Zahvaljujući prisustvu elektronskog oblaka oko katode zavisnost brzine naelektrisanja od jačine polja pokazuje se složenijom, i sa porastom struje koncentracija naelektrisanja u elektronskom oblaku se smanjuje. Kao rezultat se dobija, da se zavisnost struje od potencijala na rastućem delu karakteristike daje «zakonom od tri polovine» :

$$i_a = B \varphi_a^{3/2}, \quad (47.1)$$

gde je B - neka konstanta, koja zavisi od veličine i oblika elektroda. Ovaj zakon, koji je dobijen od strane S.A.Boguslavskog i I.Lengmjura, dajemo bez izvodjenja.

4. Počinjući od potencijala φ_s , struja prestaje da zavisi od potencijala anode, ali zavisi od temperature katode. Ta struja i_s se naziva strujom zasićenja; njena veličina može se izračunati iz sledećih izraza. Maksimalna gustina struje u cevi jednaka je proizvodu naelektrisanja elektrona i broja elektrona, koji svake sekunde izleću sa jedinice površine katode, tj.

$$j_s = eG \quad (47.2)$$

gde je G - je brzina isparavanja. Za njeno odredjivanje može se koristiti formula (35.4). Pri tome treba uzeti u obzir, da je za elektronski gas saglasno predstavama kvantne mehanike $\alpha = 2$. zamenivši u (47.2), dobija se formula Ričardson-Dešmana:

$$j_s = BT^2 e^{-A_0/kT} \quad (47.3)$$

gde je A_0 - izlazni rad elektrona (§44.9), T - temperatura metala, B - neka konstanta, koja zavisi od prirode metala, od koga je napravljena katoda.

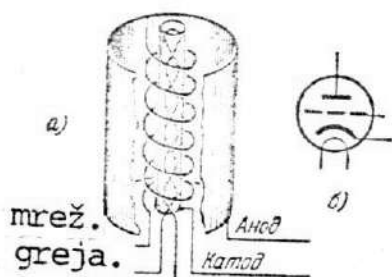
5. Ako je doveden na anodu negativni u odnosu na katodu potencijal φ_r , onda se cev blokira - anodna struja jednaka je nuli. To znači, da je kinetička energija elektrona nedovoljna, da bi savladala dejstvo polja, koje ih odbija od anode

$$\frac{1}{2} mv^2 \leq e\varphi_r \quad (47.4)$$

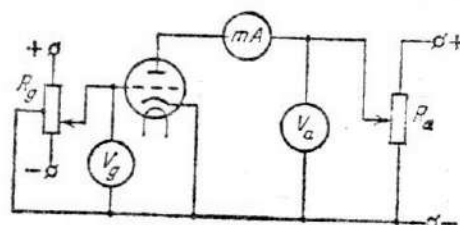
Izmerivši potencijal (kočenja) φ_r , može se odrediti maksimalna kinetička energija (i brzina) elektrona, koji se odkidaju od katode.

§47.3. Trioda i njena karakteristika

1. Da bi se upravljalo sa strujom elektrona u cevi, u nju se unosi treća elektroda - mrežnica (rešetka). Cev sa mrežnicom naziva se elektronska cev sa tri elektrode ili, kraće trioda. Mrežnica ima oblik provodnika kao spirale, koja je smeštena izmedju katode i anode (sl.47.6.a)



Sl. 47.6.



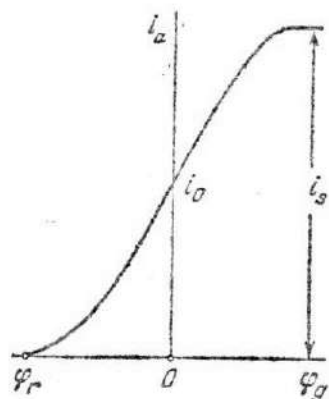
Sl. 47.7.

Na šemi trioda sa katodom koji se greje predstavlja se kao na sl. 47.6b. Sve veličine, koje se odnose na mrežnicu označavaju se indeksom g (engleski je grid - mrežica).

Napravimo kolo po šemi kao na sl. 47.7. Ovde otpor-rezistor R_a predstavlja potencijometar, pomoću kojeg se reguliše potencijal anode, a otpor R_g - potencijometar za regulisanje potencijala mrežice (rešetke). Ako se pokretni kontakt (klizač) postavi na sredini potencijometra R_g , onda potencijal mrežice postaje jednak potencijalu katode, tj. nuli. Pri premeštanju klizajućeg kontakta niže od srednje tačke, dovodimo na mrežicu negativni potencijal, iznad srednje tačke pozitivan potencijal.

2. Fiksirajući neki potencijal na anodi, menjamo potencijal mrežice od negativnih do pozitivnih vrednosti, registrujući svaki put anodnu struju. Na osnovu tih merenja odredimo karakteristiku mrežice za triodu, koja izražava zavisnost anodne struje od potencijala mrežice pri datom potencijalu anode. Ona je predstavljena na sl. 47.8. Analiza te karakteristike omogućava da se dodje do sledećih zaključaka.

3. Karakteristika je nelinearna, dakle, i ovde ne važi Ohmov zakon. Međutim, na malom delu i sredini karakteristike može se u prvoj aproksilaciji zanemariti nelinearnost.



Sl. 47.8.

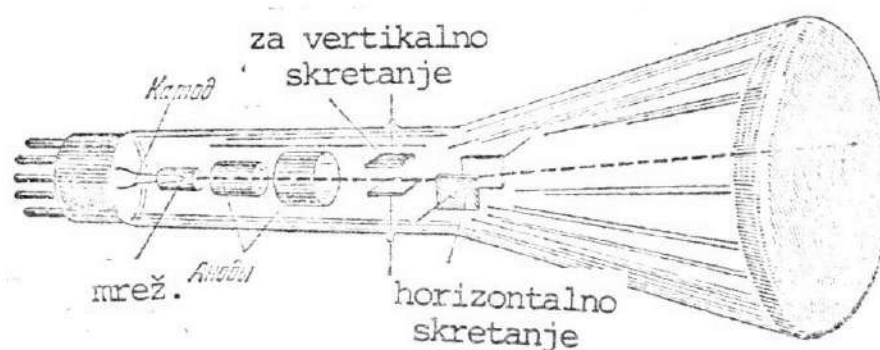
Dalje, pri pozitivnim potencijalima mrežice struja raste, pri negativnim opada. Pojavu ovu moguće je objasniti na sledeći način. Ako je potencijal mrežice jednak nuli, onda se struja u cevi i_0 određuje samo potencijalom anode. Neka je na mrežicu doveden pozitivan potencijal; onda se naponi polja anode i mrežice slažu, što dovodi do porasta brzine elektrona i opadanja elektronskog oblaka. Kao rezultat toga jeste povećanje struje sve do struje zasićenja i_s . Pri negativnom potencijalu mrežice vrši se suprotan proces - polje slabi, brzina elektrona se smanjuje, a koncentracija elektronskog oblaka raste. Kao rezultat toga imamo opadanje struje u cevi. Na kraju, pri nekom negativnom potencijalu mrežice φ_r , koji zavisi od anodnog napona, kinetička energija elektrona je nedovoljna za suprotavljanje dejstvu odbijanja mrežice i elektroni ne mogu prodreti u oblast između mrežice i anode. Cev je blokirana, tj struja u njoj je jednaka nuli.

Na taj način, menjajući potencijal mrežice, možemo da upravljamo strujom u cevi. Iz tog razloga mrežica je dobila naziv upravljačka mrežica (rešetka).

§47.4. Elektronska cev - katodna cev

1. Specijalni elektronski прибор predstavlja elektronsko zračna cev tj. katodna cev. Šema njenog ustrojstva predstavljena je na sl. 47.9. Elektroni, koje zrači zagrejana katoda, prolaze kroz mrežicu (upravljačku elektrodu) i ubrzavaju dvema anodama. Cev taj sistem nazvan elektronskom puškom, služi za to, da bi stvorio na ekranu fokusirani snop elektrona. Ekran je pokriven luminiscentnim materijalom (§79.2) i jako svetli pod dejstvom elektrona koji ga bombarduju.

Fokusiranje elektronskog snopa ostvaruje se na sledeći način. Na upravljačku elektrodu (mrežicu) dovodi se negativni potencijal (od -20 do -70V). Polje te elektrode sažima (skuplja) elektronski snop koji izlazi iz katode. Na prvu anodu dovodi se pozitivni potencijal od $+250$ do $+500\text{V}$, a na drugu anodu od $+1000$ do $+2000\text{V}$. U televizijskim cevima potencijali su još viši. Menja-jući potencijale upravljačke elektrode i anoda, može se izmeniti fokusiranje i osvetljenost mrlje na ekranu cevi.



Sl. 47.9.

2. Dalje snop prolazi kroz sistem upravljačkih elektroda. Ako se dovede, naprimer, na gornju ploču za vertikalno skretanje pozitivan potencijal, a na nižu negativan, onda elektronski snop skreće gore (naviše). Pri promeni polarnosti snop skreće dole. Na taj način, oscilacije potencijala na tim pločama izazivaju vertikalne oscilacije elektronskog snopa. Nije se teško uveriti, da oscilacije potencijala na pločama za horizontalno skretanje izazivaju horizontalno oscilovanje elektronskog snopa.

Cev, u kojoj se pomeranje elektronskog snopa ostvaruje na račun promena elektronskog polja između ploča za skretanje, jeste cev sa elektrostatičkim upravljanjem. Postoje cevi sa elektromagnetskim upravljanjem, koje se koriste, npr. kod televizora. Kod tih cevi nema upravljačkih elektroda, već se na otvor cevi navlači specijalni kalem, kroz koji protiče struja, čiji se intenzitet i smer menja. Pri promeni veličine smera vektora indukcije magnetskog polja saglasno tome menja se veličina i smer Lorencove sile, koja skreće snop elektrona.

GLAVA 48

STRUJA U GASOVIMA

§ 48.1. Jonizacija i rekombinacija

1. Da bi gas postao provodnik, njega je neophodno jonizovati, tj. prevesti neutralne molekule (ili atome) u jone. Proces jonizacije sastoji se u tome, što pod dejstvom nekih zraka iz molekula izleću elektroni, i tim samim molekuli prelaze u pozitivne jone. Na taj način, električna struja u gasovima predstavlja potok pozitivnih jona i slobodnih elektrona jednih prema drugima.

Jonizacija se može vršiti pod dejstvom kratkotalasnog zračenja - ultraljubičastih, rentgenskih i gama zraka, a takodje i alfa, beta i kosmičkih zraka. Elektroprovodljivost, koja se javlja pod dejstvom spoljašnjeg zračenja, naziva se nesamostalnom provodljivošću.

2. Označimo sa N_0 broj molekula gasa u ispitivanoj zapremini V . Koncentracija molekula je $n_0 = N_0/V$. Deo molekula je jonizovan. Označimo broj jona jednog znaka sa N ; njihova koncentracija je $n = N/V$.

Odnos broja jona i opšteg broja molekula naziva se koficijentom jonizacije, $\alpha = N/N_0 = n/n_0$. Obično u gasovima pri nesamostalnoj provodljivosti stepen jonizacije gasa je vrlo mali:

$$\alpha \approx 10^{-12} - 10^{-10}$$

Broj neutralnih (nejonizovanih) molekula

$$N^I = N_0 - N = N_0(1 - \alpha) \approx N_0$$

isto se odnosi i na njihovu koncentraciju: $n' \approx n_0$.

3. Neka se u zapremini V na račun dejstva kojih bilo zra-
ka pojavio za vreme Δt neki broj jona:

$$\Delta N = \beta N' \Delta t \approx \beta N_0 \Delta t = \beta n_0 V \Delta t, \quad (48.1)$$

gde je β - koeficijent jonizacije, koji zavisi od energije jonizato-
ra. Uporedo sa procesom jonizacije ide i obrnut proces rekombinaci-
je jona (dručkije - molizacije). On se sastoji u tome, što se pri
sudaru pozitivnih jona sa elektronima ponovo obrazuje neutralni atom
ili molekul. Broj čestica, koji se rekombinovao u zapremini V za
vreme Δt , proporcionalan je kako broju pozitivnih jona, tako i broju
elektrona. A pošto je broj i tih i drugih čestica jednak N , onda je
verovatnoća rekombinacije proporcionalna sa N^2 . Osim toga, ona je
proporcionalna vremenu Δt i obrnuto proporcionalna zapremini V ,
ustvari, što su bliže jedan drugom joni različitih znakova, to je
verovatnija njihova rekombinacija.

Prema tome,

$$N_{\text{rek}} = \gamma N^2 \Delta t / V = \gamma n^2 V \Delta t \quad (48.2)$$

Ovde je γ - koeficijent rekombinacije, koji zavisi od
prirode gasa.

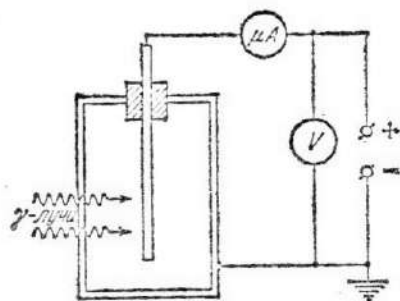
Posle nekog vremena od početka jonizacije gasa brzina
rekombinacije $\Delta N_{\text{rek}} / \Delta t$ upoređuje se sa brzinom jonizacije $\Delta N / \Delta t$
i u gasu se uspostavlja dinamička ravnoteža. Tom stanju odgovara
određena koncentracija jona, koja se može naći, izjednačivši izra-
ze (48.1.) i (48.2):

$$n = \sqrt{\frac{\beta n_0}{\gamma}} \quad (48.3)$$

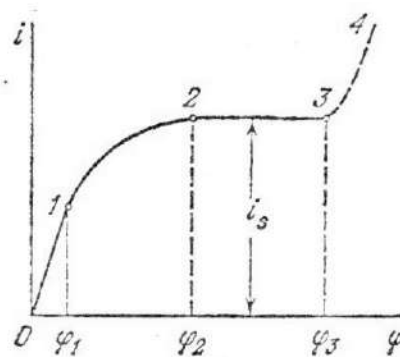
48.2. Nesamostalno pražnjenje

1. Za proučavanje ovog procesa posmatraćemo pojavu u
jonizacionoj komori, čija je šema predstavljena na sl. 48.1. Telo
suda, koji je napunjen gasom, obično služi kao katoda. Anoda ima

oblik štapa, koji se izoluje od suda dobrim izolatorom od ćilibara, porculana ili specijalnih plastičnih masa. Jako zračenje tipa rentgenskih (X), gama ili kosmičkih zraka, prodiere kroz zidove komore. Meko zračenje, tipa beta ili alfa čestica, propušta se kroz specijalni prozorčić.



Sl. 48.1.



Sl. 48. 2.

Dovedimo na elektrode komore značajnu razliku potencijala - od nekoliko stotina do nekoliko hiljada volti, u zavisnosti od konstrukcije komore.

Menjajući razliku potencijala i mereći odgovarajuću struju, snimimo karakteristiku struje i napona kod pražnjenja gasa (sl.48.2).

2. Ako se ne obraća pažnja na skok struje na delu 3-4, onda deo karakteristike 0-1-2-3 je vrlo sličan sa voltamperskom karakteristikom diode. Deo 0-1-2-3 se naziva oblašću nesamostalnog pražnjenja; oblast 3-4 karakteriše prelaz ka samostalnom pražnjenju.

Kao što se vidi, u oblasti slabih struja (deo 0-1) karakteristika je približno linearna, znači, tu važi Omov zakon. Na delu 1-2 narušava se Omov zakon i porast struje vrši se laganije, nego rast potencijala. Na kraju, na delu 2-3 struja ne zavisi od potencijala to je takozvana struja zasićenja i_s .

3. Da bi se objasnile specifičnosti pražnjenja pri različitim vrednostima potencijala, odredimo jačinu struje u komori.

Radi jednostavnijeg rasudjivanja predstavimo, da su elektrode komore napravljene u obliku ravnih ploča, postavljenih paralelno jedna drugoj na malom rastojanju d . U tom slučaju polje između ploča je homogeno, a gustina struje u svim tačkama ista. Isto kao i u elektrolitima, gustina struje izražava se formulama (43.3) i (46.6):

$$j = en(v_+ + v_-) = en(b_+ + b_-) E, \quad (48.4)$$

gde je b_+ - pokretljivost pozitivnih jona, b_- - pokretljivost elektrona, $n = \mathcal{N}n_0$ - koncentracija jona.

4. Analizirajući mehanizam struje u elektrolitima, dobija se iz formule (46.3) Omov zakon, pošto tamo koncentracija jona nije zavisila od struje. Drugačije stoji stvar kod gasova. Ovde se sa porastom struje smanjuje koncentracija jona a zavisnost struje od razlike potencijala predstavlja dosta složenu funkciju.

Analizirajmo, kako se menja uslov dinamičke ravnoteže između procesa jonizacije i rekombinacije u prisustvu struje. Na račun struje iz zapremine između elektroda za vreme Δt unosi se određeni broj jona:

$$\Delta N_{\text{struje}} = \frac{Q}{e} = i \frac{\Delta t}{e} = jS\Delta t/e \quad (48.5)$$

Uslov dinamičke ravnoteže pri prisustvu struje izgleda ovako:

$$\Delta N = \Delta N_{\text{rek}} + \Delta N_{\text{struje}}$$

Zamenjujući vrednost svih komponenti, dobija se

$$\beta n_0 V = \gamma n^2 V + \frac{jS}{e}$$

Uzimajući, da je $d=V/S$ - rastojanje između elektroda, dobija se konačno

$$\beta n_0 = j n^2 + \frac{j}{ed} \quad (48.7)$$

Prema tome, koncentracija jona je funkcija gustine struje. Oslobođivši se iz sistema jednačina (48.4) i (48.7) koncentracije jona n , dobija se neka funkcija, koja izražava zavisnost gustine struje od jačine polja. Grafik te zavisnosti se javlja kao karakteristika napona i struje (vidi sl.48.2).

5. Analizirajmo dva granična slučaja, kada je broj jona koje odnosi struja, mnogo manji ili mnogo veći od broja rekombiniranih jona.

Prema tome, neka je najpre $\Delta N_{\text{struje}} \ll \Delta N_{\text{rek}}$.

Onda drugi član u prvom delu (48.6) se može zanemariti. Vrat ćemo se ponovo na jednakost (48.3). Dakle, pri slabim strujama koncentracija jona od struje praktično ne zavisi, usled čega je gustina struje približno proporcionalna jačini polja. Na karakteristici tome odgovara skoro linearan deo 0-1.

Neka je sada, suprotno, struja toliko velika, da se praktično svi joni odnose strujom i rekombinacija ne uspeva da se izvrši. Tada je $\Delta N_{\text{struje}} \gg \Delta N_{\text{rek}}$, i u jednačinama (48.6) i (48.7) se može zanemariti prvi član u prvom delu. Dobija se

$$\beta n_0 \approx \frac{j_s}{ed} \quad (48.8)$$

Vidimo da gustina struje ne zavisi od polja. To je struja zasićenja.

6. Jačina struje zasićenja je

$$i_s = j_s S = \beta n_0 e V \quad (48.9)$$

kao što se vidi ona je proporcionalna zapremini jonizacione komore,

koncentraciji molekula gasa (drugim rečima - pritisku gasa) i koeficijentu jonizacije. Na taj način, pomoću jonizacione komore, koja radi u režimu struje zasićenja, može se uporediti jonizaciona sposobnost različitih oblika zračenja. U tom cilju jonizacione komore se široko primenjuju u nuklearnoj fizici (§ 81.8).

§ 48.3. Udarna jonizacija

1. Kao što se vidi iz grafika sl. 48.2, pri razlici potencijala koja prelazi φ_3 , struja u gasu u skoko (naglo) raste, dok u većem intervalu razlike potencijala od φ_2 do φ_3 struja ostaje nepromenjena. Analiza izraza za gustinu struje (48.4) omogućava da se dodje do zaključka, da iznenađan i oštar skok vrednosti struje se može javiti samo iz jednog uzroka: pri razlici potencijala, koje prelaze φ_3 , skokovito poraste koncentracija jona. Uzrok takvog naglog skoka jeste udarna jonizacija gasa.

Da bi se jonizovao atom ili molekula, potrebna je neka energija ξ_{jon} , čija vrednost zavisi od hemijske prirode gasa. Za atome vodonika i kiseonika $\xi_{jon} = 13,6\text{eV}$, za azot $14,5\text{eV}$, za helijum $24,5\text{eV}$, za atome alkalnih metala je reda $4-5\text{eV}$. Ako je kinetička energija čestice, koja se sudara sa atomom, prelazi energiju jonizacije, onda je pri neelastičnom udaru moguća jonizacija molekula.

2. U gasu kinetička energija K jonizovane čestice se javlja na račun rada A električnih sila, koje dejstvuju na jon u električnom polju:

$$K = A = F\lambda = eE\lambda \quad (48.10)$$

gde je E - jačina polja, λ - dužina slobodnog puta jona. Kako pozitivni joni, tako i elektroni se kreću u polju sa istom jačinom, ali je dužina slobodnog puta elektrona mnogo veća od dužine slobodnog puta pozitivnog jona. Prema tome, osnovnu ulogu u udarnoj jonizaciji igraju slobodni elektroni.

3. Drugi razlog, zbog kojeg se elektroni javljaju kao efektivniji jonizatori, sastoji se u tome, što zahvaljujući zakonu održanja impulsa, pri udaru samo dela kinetičke energije, može se pretvoriti u unutrašnju (vidi §§21.7 i 23.2)

Pokazuje se, da što je manja masa jonizujuće čestice u poredjenju sa masom molekula, to se veći deo kinetičke energije može pretvoriti u unutrašnju i rashodovati se na jonizaciju. Neka je masa jonizirajuće čestice m , njen impuls p i do neelastičnog udara molekul sa masom M miruje. Promena unutrašnje energije jednaka je gubitku kinetičke energije:

$$\Delta \xi_0 = K - K_1 = \frac{p^2}{2m} - \frac{p^2}{2(M+m)} = \frac{p^2 M}{2m(M+m)} = K \frac{M}{M+m}, \quad (48.11)$$

gde je $K = \frac{p^2}{2m}$ - energija jonizovane čestice. Masa jona jednaka je masi molekula, dakle, $\Delta \xi_0 = K/2$. Masa elektrona je nekoliko hiljada puta manja od mase molekula, zato je u (48.11) odnos $M/(M+m) \approx 1$ i $\Delta \xi_0 \approx K$. Prema tome, skoro pri istoj kinetičkoj energiji elektron u svojstvu jonizatora je dva puta efektniji od jona.

4. Pri udarnoj jonizaciji u dovoljnoj jačini spoljašnjeg polja u gasu se obrazuje jonska lavina. Sekundarni elektroni, koji su se javili na račun udarne jonizacije, takodje se ubrzavaju poljem i sa svoje strane jonizuju molekule koje susreću. Kao rezultat takve vrste lančane reakcije jeste da skoro mali broj elektrona koji se javljaju u procesu spoljašnje jonizacije, sposobno je izazvati znatnu struju pražnjenja.

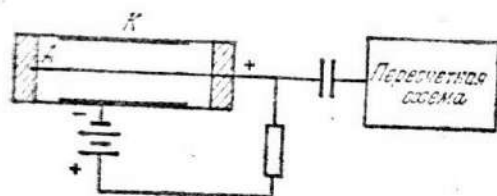
Istovremeno ovaj proces još nije moguće nazvati samostalnim pražnjenjem, jer pri prestanku dejstva spoljašnjeg jonizatora pražnjenje prestaje, čak se svi joni neutralizuju na elektrodama. Za pojavu pojačanog samostalnog pražnjenja neophodno je, da i pozitivni joni imaju sposobnost da izbace elektrone bilo iz molekula gasa, bilo iz katode. Kao što proizlazi iz izraza (48.10), ovo se može postići bilo na račun uvećanja jačine polja, bilo na račun uvećanja dužine slobodnog puta jona.

§48.4. Gajger-Milerov brojač

1. U procesu udarne jonizacije dolazi do naglog porasta broja pari jona, približno od 10^4 - 10^6 puta. Dakle, ako se u zapremini gasa pojavi čak i jedan par jona (jedan pozitivan jon i jedan elektron), ali zahvaljujući udarnoj jonizaciji njihov broj poraste milion puta. U tom slučaju se kaže, da jonizaciona komora radi u oblasti (režimu) gasnog pojačanja.

Gasno pojačanje koristi se kod Gajgerovog brojača za brojanje odvojenih-zasebnih čestica radioaktivnog zračenja. Zahvaljujući izboru određene oblasti - režima rada brojač broji svaku česticu posebno.

2. Pre svega brojač predstavlja hermetički zatvorenu staklenu cev, uz čiju unutrašnjost zida naleže tanki metalni cilindar koji predstavlja katodu - K; kao anoda A - koristi se tanka žica, zategnuta po osi brojača (sl.48.3).



Sl.48.3.

Za meke beta i alfa čestice koriste se brojači, koji se razlikuju po tome, što zračenje ulazi u radnu zapreminu brojača sa kraja poprečnog preseka koji je prevučen tankom pločicom.

Brojač se uključuje u šemu za registraciju. Na oblogu brojača se dovodi negativni potencijal, a na nit pozitivni. Sa brojačem redno je vezan otpornik sa otporom od nekoliko mega oma. Sa otpora kroz kondenzator kapaciteta nekoliko hiljada pikofarada signal se dovodi na ulaz šeme za prebrojavanje.

3. Neka je u brojač ušla čestica, koja je na svom putu stvorila makar jedan par jona. Elektroni, koji se kreću ka anodi (niti-žici), padaju u polje sa povećanom jačinom, njihova brzina naglo raste, i na svome putu oni stvaraju jonsku lavinu.

Padajući na nit, elektroni snižavaju njen potencijal, usled čega kroz otpornik teče struja. Na njegovim krajevima se javlja naponski impuls, koji kroz kondenzator dolazi na ulaz uređaja za prebrojavanje.

Visok potencijal, koji se pre nalazio ceo na anodi, prebacuje se na otpornik, i jačina polja unutar brojača se smanjuje, zbog čega se smanjuje kinetička energija elektrona (48.10). Zbog toga prestaje režim gasnog pojačanja. Na taj način, otpornik ima ulogu otpora za gašenje.

4. Zahvaljujući tome, što je pokretljivost pozitivnih jona manja od pokretljivosti elektrona, i takodje zato, što se ti joni kreću ka katodi, gde je jačina polja mnogo manja, nego kod anode, brzina pozitivnih jona je znatno manja od brzine elektrona. Rezultat je, da joni ne dospevaju do katode pre vremena $\tau \approx 10^{-4}$ s posle (od) početka pražnjenja. Za to vreme brojač nije sposoban da ponovo registruje čestice koje dolaze u njega. Ustvari, dok pozitivno naelektrisani oblak jona ispunjava radnu zapreminu brojača, jačina polja je mala i udarna jonizacija se ne može vršiti. U vezi sa tim vreme τ često se naziva mrtvim vremenom brojača.

Sposobnost razdvajanja brojača pokazuje, koliko čestica je sposoban da registruje brojač u jedinici vremena kao odvojene impulse.

Ukoliko impulsi od dve čestice budu registrovani odvojeno, ako oni idu jedan za drugim posle vremenskog intervala, koji nije manji, od mrtvog vremena, onda sposobnost razdvajanja iznosi oko 10^4 impulsa u sekundi.

§ 48.5. Samostalno pražnjenje. Plazma.

Kao što je rečeno, da bi se u gasu javilo samostalno pražnjenje, nedostaje prisustvo samo jednog procesa udarne jonizacije. Potrebno je još, da se na račun procesa, koji se javljaju u gasu pri pražnjenju, pojavljuju neprekidno elektroni, koji bi posle ubrzavanja uzeli učešća u udarnoj jonizaciji.

Takvih procesa je nekoliko. Ponekad oni dejstvuju istovremeno, ponekad jedan od njih počinje da igra dominantnu ulogu - to zavisi od pritiska gasa, njegove temperature i jačine polja. Razmotrimo najvažnije od njih.

Termoelektronska emisija sa katode se pojavljuje u slučaju, ako katoda ima visoku temperaturu. Naime taj proces obezbeđuje pražnjenje u luku.

Sekundarna emisija elektrona sa katode javlja se u slučaju, ako je kinetička energija pozitivnih jona dovoljna, da bi udarom izbacili elektron iz katode. Taj proces obezbeđuje tinjajuće (tiho) pražnjenje (§ 48.6)

Termička jonizacija (termojonizacija) gasa vrši se u slučajevima, kad je kinetička energija molekula gasa veća od energije jonizacije:

$$kT > \xi_{\text{jon}} \quad (48.12)$$

Nije se teško uveriti, da je jonizacija gasa pri toplotnim sudarima molekula moguća samo pri vrlo visokim temperaturama ($\xi_{\text{jon}} \approx 10\text{eV}$):

$$T > \frac{\xi_{\text{jon}}}{k} \approx \frac{10.1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23}} \approx 10^5 \text{K}$$

Fotojonizacija gasa vrši se pod dejstvom kratko talasnog ultraljubičastog ili rentgenskog zračenja. Molekul gasa, apsorbujući porciju energije (kvant zračenja, § 68.3), koja je veća od energije jonizacije, izbacuje elektron i pretvara se u pozitivan jon.

Jonizovan gas pri znatnom stepenu jonizacije sam predstavlja faktički posebno stanje supstancije, koje se razlikuje od gasovitog, tečnog ili kristalnog. To četvrto stanje supstancije naziva se plazmom.

Plazma, koja se javlja kao rezultat udarne jonizacije gasa naziva se plazmom razredjenog gasa. Njena posebna karakteristika sastoji se u tome, što praktično tu izostaje razmena energija između slobodnih elektrona i jona, i njihove srednje kinetičke energije se znatno razlikuju. Ovo se kvalitativno objašnjava time, jer je dužina slobodnog puta elektrona mnogo veća nego jona, približno 5-10 puta, zbog čega elektroni nagomilavaju u električnom polju približno isto toliko puta više energije.

Po analogiji sa temperaturom gasa, koja se određuje po formuli $\bar{\epsilon} = \frac{3}{2}kT$ (vidi § 26.5), može se odrediti jonska temperatura i temperatura elektrona iz jednakosti:

$$\bar{\epsilon}_{\text{jon}} = \frac{3}{2}kT_{\text{jon}}, \quad \bar{\epsilon}_{\text{el}} = \frac{3}{2}kT_{\text{el}}$$

Pokazuje se, da je $T_{\text{el}} \approx 5000 \text{ K}$ pri $T_{\text{jon}} \approx 300 \text{ K}$. Prema tome, plazma razredjenog gasa je neravnotežno ili, kako se kaže neizotermičko stanje supstance.

3. Visokotemperaturska plazma, koja se javlja kao rezultat termičke jonizacije, predstavlja ravnotežnu ili, drugim rečima, izotermičku plazmu.

Stepen njene jonizacije je vrlo veliki, zahvaljujući čemu se ona javlja kao vrlo dobar provodnik - provodljivost visokotemperaturske plazme je uporediva sa provodljivošću metala.

Temperatura površine Sunca i zvezda iznosi nekoliko hiljada stepeni, njihova unutrašnjost je usijana do milion stepeni. Otuda izlazi, da znatna masa supstance Vasiona koja je skoncentrisana u zvezdama, se nalazi u stanju visokotemperaturske plazme.

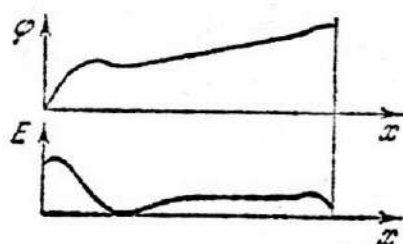
§48.6. Tinjajuće (tiho) pražnjenje

1. Ovaj oblik pražnjenja dobro se primećuje u staklenoj cevi sa razradjenim gasom sa dvema elektrodama, između kojih je rastojanje 0,5 m a razlika potencijala oko hiljadu volti. Primećuje se, da pri normalnom atmosferskom pritisku u cevi nema pražnjenja (vrlo slabo nesamostalno pražnjenje zanemarujemo). Pri smanjivanju

pritiska gasa približno do 40-50 mm živinog stuba u cevi se primećuje uski svetlosni konac; pri pritisku od 0,5 mm živinog stuba pražnjenje postpuno ispunjava cev, pri čemu pozitivni stub kod anode se razbija na niz slojeva. Na kraju, pri pritisku oko 0,02 mm živinog stuba, svetljenje u cevi se gubi, ali jako počinje da svetli staklo prema katodi.

Samostalno pražnjenje, koje se javlja u gasu pri sniženom pritisku, naziva se tinjajućim (tihim) pražnjenjem.

2. Ispitivanja su pokazala, da se potencijal u cevi sa razredjenim gasom, raspoređuje potpuno neravnomerno, kao što je predstavljeno na sl. 48.1. U blizini katode jačina polja je znatno veća, nego kod svetlećeg stuba kod anode.



Sl. 48.4.

Rezultat je da naelektrisanja trpe - dejstvo sile za ubrzavanje, praktično samo u oblasti tamnog prostora katode, a u oblasti anodnog svetljenja oni se kreću ravnomerno.

Elektroni, ubrzavši se u prostoru katode, stiču kinetičku energiju, dovoljnu za udarnu jonizaciju gasa. Kao rezultat toga u oblasti anodnog svetljenja obrazuje se plazma razredjenog gasa, provodljivost te oblasti naglo se povećava, a razlika potencijala opada. Energija, koja se izdvaja od molekula gasa pri rekombinaciji jona, i jeste uzrok svetljenja gasa. Karakter - osobina svetljenja (njegova boja) zavisi od prirode gasa, koji ispunjava cev. Sa svoje strane pozitivni joni, ubrzavaju se u tamnom prostoru katode, bombarduju katodu i udarom iz nje izbacuju elektrone. Prirodno, da kinetička energija jona mora biti veća od izlaznog rada elektrona iz katode, samo u tom slučaju jon može izbaciti iz katode elektron. Saglasno (48.10) što se može postići bilo putem povećanja dužine slobodnog puta jona. Razredjenost gasa baš i služi tom cilju.

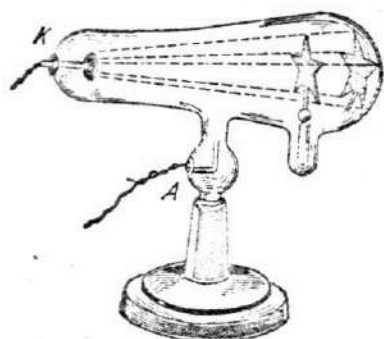
Tinjajuće pražnjenje primećuje se u gasnim cevima. Neon-ske, organske, kriptonove, živine i natrijumove lampe koriste se kao specijalni izvori svetlosti u laboratorijama, a takodje i za reklame. Napomenimo, da sijalice od kvarcnog stakla, ispunjene živinim parama, predstavljaju izvore ultraljubičaste svetlosti.

Joni, bombardujući katodu, izazivaju lokalno zagrevanje metala na isturenim delovima. Metali se tope i isparavaju. Pare metala koje se javljaju padaju na hladne površine. To se koristi za katodno topljenje metala, što omogućava da se dobiju vrlo tanki i trajni (čvrsti) metalni slojevi na raznim predmetima. Takvom metodom se dobijaju visokokvalitetna ogledala, poluposrebrene pločice stakla i t.s.

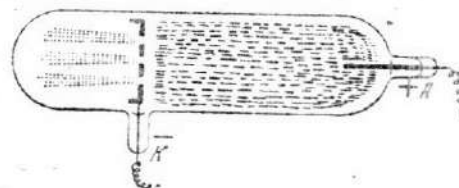
3. Pri pritisku gasa manjem od 0,01-0,02 mm živinog stuba svetljenje gasa u cevi prestaje. To znači, da se sudari elektrona sa molekulima gasa, jonizacija molekula i obrnuti proces rekombinacije vrše relativno retko. Zato osnovna masa elektrona, izlazeći iz katode i ubrzavajući se u katodnom prostoru, ide (prolaze) dalje slobodno po inerciji. Ovim se i objašnjava činjenica, da se snop elektrona u katodnoj cevi kreće pravolinijski i normalno na katodu nezavisno od položaja anode (sl. 48.5). Istorijski to je bio prvi metod dobijanja snopa slobodnih elektrona. Kruks, koji je dobio krajem prošlog veka te zrake, nazvao ih je katodnim zracima. Danas se taj termin održava samo po tradiciji a zraci se zovu elektronima.

Ako se postavi katoda unutar cevi sa razradjenim gasom i ako se na njoj naprave otvori (kanali), onda se iza katode može primetiti slabo svetleći snop čestica (sl. 48.6). Ispitivanja su pokazala, da su te čestice - pozitivni joni, ubrzani poljem u katodnom prostoru i prolazeći po inerciji kroz otvore u prostor iza katode. Ti zraci se zovu anodni ili kanalski.

Anodni zraci predstavljaju izvor pozitivnih jona tog gasa, kojim je napunjena cev. Takvi izvori pozitivno naelektrisanih jona koriste se u masenim spektrometrima (§41.8) i u akcelatorima (§§ 41.4-41.6).



Sl. 48.5.



Sl. 48.6.

§ 48.7. Plazma u magnetskom polju

1. U odsustvu magnetskog polja plazma se ponaša kao običan gas. Razlog je u tome, što je plazma Kvazineutralna: čak u dosta malim (ali ne mikroskopskim) zapreminama ukupno naelektrisanje elektrona i pozitivnih jona jednako je nuli. Zato u odsustvu magnetskog polja pojave u plazmi se opisuju običnim jednačinama hidro i aerodinamike (vidi glavu 30).

Ako se plazma nalazi u magnetskom polju, onda se u njenom ponašanju javlja niz specifičnosti, izazvanih dejstvom magnetskog polja na naelektrisanja u kretanju. Nauka o ponašanju plazme, a takođe i drugih provodnih tečnosti (npr. tečnih metala) u magnetskom polju naziva se magnetskom hidrodinamikom, a pri velikim brojevima Maha (vidi § 30.6) - magnetskom dinamikom - gasa. U ovoj knjizi ne možemo se detaljno zadržati na izlaganju te nove oblasti nauke koja se vrlo intenzivno razvija. Razmotrimo samo neke osnovne pojmove.

2. Neka se neka zapremina plazme kreće sa brzinom v normalno na linije sile polja sa indukcijom B . Tada u toj zapremini, kao i u bilo kom provodniku, nastaje EMS indukcije (§ 43.2). Ako karakteristična veličina dela plazme iznosi l , onda je EMS, saglasno (43.5) iznosi $\mathcal{E} = vBl$. Otpor dela plazme $R = \rho l / S \approx l / \sigma l^2 = \frac{1}{\sigma l}$. Na osnovu Omovog zakona indukovana struja u plazmi je

$$i_{\text{ind}} = \Phi / R \approx \gamma v B \ell$$

(48.13)

Po Lencovom pravilu (§43.8) indukovana struja uzajamno deluje sa poljem tako, da sile medjusobnog dejstva koja se javlja se suprotstavlja premeštanju plazme. Na taj način, osim običnih hidromehaničkih sila, u plazmi dejstvuju još i elektromagnetske sile.

3. Tačno izračunavanje tog medjusobnog dejstva vezan je za velike matematičke teškoće. Međutim odrediti ulogu tih ili drugih sila može se pomoću nekih bezdimenzionalnih kriterijuma, sličnih Renoldsovom broju (vidi § 11.8). Magnetski Renoldsov broj R_{em} karakteriše odnos magnetske indukcije polja indukovanih struja i indukcije spoljašnjeg magnetskog polja:

$$R_{\text{em}} = B_{\text{ind}} / B \quad (48.14)$$

Za određivanje te veličine uzmimo, da je $B_{\text{ind}} = \mu_0 H_{\text{ind}} \approx \mu_0 i_{\text{ind}} / \ell$, gde je ℓ - karakteristična razmera dela plazme, a indukovana struja se izražava formulom (48.13). Zamenivši, dobija se

$$B_{\text{ind}} \approx \mu_0 \gamma v B \ell \quad (48.15)$$

$$R_{\text{em}} = \mu_0 \gamma v \ell \quad (48.16)$$

Znatniji magnetski Renoldsovi brojevi javljaju se bilo pri velikoj elektroprovodljivosti plazme, bilo pri znatnijim karakterističnijim razmerama i brzinama. Poslednje se primećuje posebno često u astronomskim razmerama i ima veće vrednosti u astrofizici.

4. Pri većim magnetskim Renoldsovim brojevima ($R_{\text{em}} \gg 1$) premeštanje plazme u magnetskom polju mora dovoditi do pojave vrlo jakog indukovano magnetskog polja, koje je mnogo veće od spoljašnjeg magnetskog polja. To zahteva utrošak energije, koja može biti dobijena samo na račun kinetičke energije plazme. Prema tome, indukovane struje uzajamno dejstvuju sa spoljašnjim magnetskim poljem, suprotstavljajući se kretanju plazme popreko polju.

Pri $R_{em} \gg 1$ može se pokazati, da se plazma praktično ne može premeštati u odnosu na polje. U tom slučaju se kaže, da je magnetsko polje zamrznuto u plazmi - premeštanje plazme praćeno je odgovarajućim promenama magnetskog polja, pošto plazma ne preseca njegove linije sile. Suprotno, ako se menja spoljašnje magnetsko polje, to pri $R_{em} \gg 1$ plazma počinje da vrši odgovarajuće premeštanje, da bi se očuvao uslov zaledjenosti. Ovo se koristi za komprimovanje (zbijanje) i zagrevanje plazme pomoću magnetskog polja koje se brzo povećava, što će biti razmotreno u sledećem paragrafu.

5. Drugi važan kriterijum u magnetskoj hidrodinamici jeste Alfenov broj Al , koji je jednak odnosu gustine energije magnetskog polja $\omega_m = B^2/2\mu_0$ i kinetičke energije jednačine zapremine plazme, tj. i gustine kinetičke energije $\omega_k = \rho v^2/2$:

$$Al = \frac{\omega_m}{\rho k} = \frac{B^2}{\mu_0 \rho v^2} \quad (48.17)$$

Alfenov broj može se prikazati i drukčije, kao odnos pritiska magnetskog polja $p_m = B^2/2\mu_0$ i dinamičkog pritiska $p_{din} = \rho v^2/2$ (vidi §30.16).

6. Pri malim magnetskim Renoldsovim brojevima moguće je premeštanje - pomeranje plazme u odnosu na polje; pri tome se javljaju magnetske sile, koje se mogu odrediti po Amperovom zakonu (41.15). Zamenivši u tu formulu vrednost indukovane struje iz (48.13), dobija se

$$F_m = iBl \approx \gamma v B^2 \ell^3 \quad (48.18)$$

Za odredjivanje te sile nju upoređujemo bilo sa silom otpora trenja $T \approx \eta \ell v$, bilo sa silom otpora pritiska $R \approx \gamma v^2 / \ell^2$. Dobijaju se dva nova kriterijuma:

$$\text{Stjuartov broj } N = F_m / R = \gamma B^2 \ell / \rho v = Al \cdot R_{em} \quad (48.19)$$

Hartmanov broj

$$H_a = \sqrt{F_m/T} = Bl \sqrt{\gamma/\eta} = \sqrt{N \cdot Re} \quad (48.20)$$

Značaj ovih kriterijuma može se razumeti iz sledećeg primera. Ako tečnost teče - struji po cevi popreko magnetskom polju, onda pri malim Hartmanovim brojevima ili Stjuartovim magnetsko polje slabo utiče na karakter toka, i otpor kretanju se javlja u osnovi od viskozности tečnosti. Suprotno, pri velikim Hartmanovim brojevima ili Stjuartovim viskoznost (otpor) tečnosti ide u drugi plan, otpor kretanju se javlja u osnovi od međusobnog dejstva tečnosti i magnetskog polja.

§48.8. Stezanje (sgušnjavanje) i zadržavanje plazme

1. Jedan od važnih zadataka, koji se može rešiti pomoću plazme, jeste ostvarivanje rukovodjenja termonuklearne sinteze (§82.12). Termonuklearne reakcije mogu početi pri temperaturama, ne manjim od sto miliona stepeni. Jasno, da nastalu pri tome visokotemperatursku plazmu nije moguće zadržati ni u kakvom sudu. Plazma ili progori posudu, ili predaje njoj energiju i ohladi se. Zadržavanje plazme moguće je samo pomoću magnetskog polja. U stvari, ako je magnetski pritisak $p_m = B^2/2\mu_0$ veći od pritiska gasa $p=nkT$, onda magnetsko polje zadržava plazmu. Uslov zadržavanja je:

$$B^2/2\mu_0 \geq nkT \quad (48.21)$$

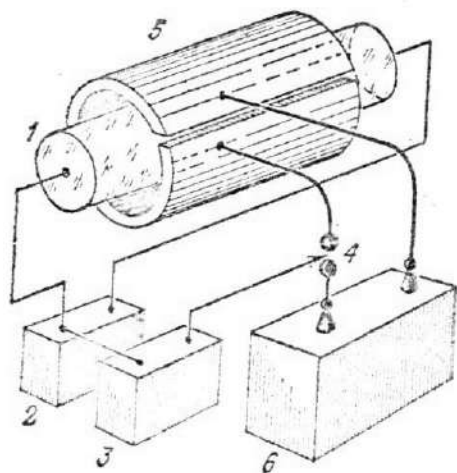
Koncentracija čestica u termonuklearnoj plazmi $n \approx 10^{22} \text{ m}^{-3}$. Odatle za indukciju magnetskog polja koje se zadržavanje dobija se

$$B \geq \sqrt{2\mu_0 nkT} \approx \sqrt{2.4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^{22} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 10^8} \approx 6 \text{ T}.$$

Napraviti ovako stacionarno polje skoro je nemoguće, no u impulsu dostižu se i jača polja.

Sgusnuto (sabijeno) magnetsko polje može dobiti bilo na račun unutrašnjih struja u samoj plazmi, bilo na račun spoljašnjeg magnetskog polja, koje se javlja pri proticanju struje u vodnicima. Razmotrimo radi primera ideju jednog eksperimenta.

2. Na sl. 48.7. predstavljen je uređaj za stezanje (zgušnjavanje) konca plazme magnetskog polja koje se brzo povećava. Ova pojava se naziva "teta-pinč" (od engleske reči to pinch - stezati). Gas koji se nalazi u kvarcnoj cevi 1, jonizuje se pomoću pomoćnog visokonaponskog generatora 2 putem stvaranja u gasu tinjajućeg pražnjenja. Posle pojave plazme u cevi uređaj za pražnjenje 3 izaziva varnicu u rastojanju za pražnjenje 4, zbog čega se zavojnica 5 uključuje na kondenzatorsku bateriju 6. Pri pražnjenju kondenzatora kroz zavojnicu protiču ogromne struje, reda miliona ampera. Usled toga unutar zavojnice se stvara praktički homogeno magnetsko polje, čije su linije sile usmerene duž cevi (uzdužno polje). Indukcija tog polja može se odrediti pomoću izraza $B \approx \mu_0 i / 2a$, koje se dobija iz (40.21) pri uslovu, da je $r_0 = a$ - poluprečniku zavojnice. Uzimajući da je $a \approx 0,1\text{m}$, $i \approx 10^6\text{A}$, dobija se $B \approx 4\pi \cdot 10^6 / 2 \cdot 10^7$. $0,1 \approx 6\text{T}$.



Sl. 48.7.

Magnetsko polje koje se brzo povećava sgušnja plazmu u vrlo uski konac (vrpcu). Proces zgušnjavanja plazme ide toliko brzo, da udarni talas koji se pri tome javlja zagreva plazmu iznad (preko) 10 miliona stepeni, tj. do najviših temperatura, koje se mogu dobiti u laboratorijama.

3. Jedan od nedostataka "teta-pinča" jeste oticanje plazme u preseke cevi. Boriti se protiv oticanja plazme može se na nekoliko načina.

Može se naprimer napraviti cev u obliku zatvorenog prstena - toroida, kod koje nema preseka.

Takvi uređjaji su napravljeni u nizu zemalja: u SSSR-u «Alfa», u Engleskoj «zeta». Medjutim i toroidni uređjaj ima svoje nedostatke - tu se plazma razvlači (rasteže) magnetskim poljem ka spoljašnjem zidu cevi.

Suprostavljati se oticanju plazme sa poprečnih preseka može pomoću magnetskih zapušača. Tako se nazivaju delovi koji se prave na krajevima cevi koji imaju povećanu indukciju magnetskog polja - drugim rečima, sa većom koncentracijom linija sile. Joni i elektroni, od kojih je sačinjena plazma, kreću se u magnetskom polju po spiralnim linijama - spiralama (§41.7), koje se namotavaju na linije sile. U blizini magnetskog čepa brzina uzdužnog kretanja se smanjuje, brzina obrtanja se povećava i jon, odbivši se od magnetskog čepa, ponovo se vraća u centralni deo komore. Magnetski čep se koristi u sovjetskom uređjaju «Ogra» - jednom od većih uređjaja ove vrste u svetu.

Osnovni nedostatak svih postojećih uređjaja jeste malo vreme zadržavanja zapaljene plazme. Uzrok se sastoji u prisustvu niza nestabilnosti plazme, usled čega konac - (vrpca) plazme počinje da osciluje i da se povija. Dodirnuvši zidove, plazma im predaje deo energije i hladi se. Osim toga, deo plazme uvek se izgubi kroz magnetske zapušače.

Danas u nizu velikih laboratorija sveta intenzivno se ispituju različite metode stabilizacije visokotemperatureske plazme. Postignuti su veliki uspesi. Medjutim, do sada se nije uspelo da se dobije plazma sa temperaturom $T \geq 10^6 \text{ K}$, koncentracije $n \geq 10^{20} \text{ m}^{-3}$ i vremena zadržavanja $\tau \geq 0,1 \text{ s}$.

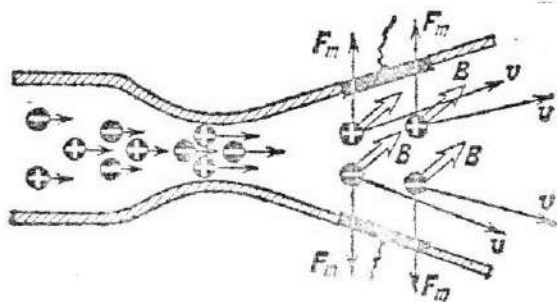
Interesantno je, što su pojedini parametri već dostignuti. Tako je na «Orgi-1» dobijena plazma sa $T = 9 \cdot 10^6 \text{ K}$, $\tau = 0,1 \text{ s}$, ali sa malom koncentracijom: $n \approx 10^{14} \text{ m}^{-3}$. U uređjajima sa fokusiranim pinčem (SSSR, SAD) - dobijena je plazma sa $T = 2 \cdot 10^5 \text{ K}$, $n = 10^{26} \text{ m}^{-3}$, ali sa malim vremenom zadržavanja: $\tau \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ s}$. Kako se vidi, vremenom će se savladati sve nestabilnosti i dobiće se plazma sa potrebnim parametrima, no kada će to biti i na koji način će se ostvariti ti rezultati još nije jasno.

§ 48.9. MGD - generator

1. Kod termo-elektrocentrala proces transformacije unutrašnje energije goriva u energiju električne struje mnogo je složen, a koeficijent korisnog dejstva ne prelazi 30%. Energija goriva u ložištu u kotlu se pretvara u energiju pare, a u parnoj turbini energija pare se transformiše u kinetičku energiju rotora. Rotor turbine se obrće zajedno sa rotorom generatora, zbog čega se u statoru pobudjuje struja. Kolo transformacije energije «ložište-kotao-turbina-generator» jeste dosta složeno. Mali k.k.d određuje se uglavnom turbinom, u kojoj je temperatura radnog tela (pare) relativno niska ($\leq 750^{\circ}\text{C}$), a takođe i gubicima na svim etapama pretvaranja energije.

Medjutim, ako se usijani i usled toga jonizovani produkti sagorevanja gasa prinude kretanju popreko magnetskom polju, onda u toj plazmi, kao i u bilo kom provodniku se pojavljuje EMS indukcije. Tu EMS indukcije je moguće skinuti sa plazme pomoću odgovarajućih elektroda.

2. Na tom principu je i zasnovan magnetsko-hidrodinamički generator skraćeno: MGD - generator. Šema njegove konstrukcije predstavljena je na slici 48.8.



Sl. 48.8.

Gas koji se dobija pri sagorevanju goriva prolazi kroz konus (Lavalov) (vidi § 30.13), usled čega se njegova unutrašnja

energija pretvara u kinetičku. Pri kretanju gasa u jakom poprečnom magnetskom polju javlja se EMS indukcije - pozitivni joni se kreću ka gornjoj elektrodi, a slobodni elektroni ka donjoj. Priključujući elektrode na spoljašnji potrošač, dobija se u kolu struja.

Radi analize efikasnosti generatora treba odrediti njegovu EMS, električni i toplotni koeficijent korisnog dejstva.

3. Električni k.k.d. jednak je odnosu snage, koja je potrebna spoljašnjem potrošaču i ukupne snage

$$\eta_{el} = \frac{i^2 R}{i^2 (R+r)} = \frac{R}{R+r}$$

gde je R - otpor spoljašnjeg potrošača, a r - unutrašnji otpor generatora. Za smanjivanje unutrašnjeg otpora generatora potrebno je povećati elektroprovodljivost plazme. To je moguće učiniti putem povećanja temperature plazme, a takođe i putem dodavanja gasu u svojstvu primesa para alkalnih metala, koje imaju mali izlazni rad elektrona. Koriste se soli kalijuma, redje - cezijuma zbog njegove skupoće.

Radne temperature gasova u MGD - generatoru nalaze se iznad 2000 K. Ispod te temperature provodljivost gasa je toliko mala, da generator uopšte ne radi.

4. Povećanje temperature gasa povoljno se odnosi na toplotni k.k.d. generatora (vidi § 29.5), koji se povećava sa povećanjem temperature radnog tela i sredine koja ga okružava. Pri temperaturama oko 2000 K toplotni k.k.d teži ka 90% (vidi § 29.6). Osim toga, povećanje temperature gasa omogućava da se poveća brzina kretanja gasa u Lavalovom konusu, usled čega se povećava EMS. Istovremeno naglo se povećava trošenje (habanje) zidova konusa, jer tako visoke temperature narušavaju bilo koji materijal.

5. Porastu EMS odgovara takođe povećanje indukcije magnetskog polja. U tom cilju dodatak - konus MGD - generatora se

postavlja u zazoru snažnog elektromagneta. Magnet sa gvozdenim jezgrom i oblogama za hladjenje omogućava da se dobije polje indukcije do 2T, što odgovara magnetskom zasićenju gvoždja.

U perspektivi moguće je korišćenje magneta bez gvoždja, ali sa površinski provodnim oblogama (§ 75.10). Gustina struje u takvim omotačima dostiže $2 \cdot 10^8 \text{ A/m}^2$, indukcija polja do 6T.

Ali pak primena magneta sa površinsko provodnim oblogama komplikuje se sa velikim teškoćama održavanja u većim oblastima prostora temperature tečnog helijuma.

Sad MGD - generatori još nisu izašli iz stadijuma laboratorijskog eksperimenta. U SSSR-u 1968. godine bio je napravljen poluindustrijski uređaj. Konstruisan od strane sovjetskih naučnika MGD - generator u trajanju od nekoliko sati davao je struju. U budućnosti, kako se vidi, generatori datog tipa će naći široku primenu.